

Домашнее задание 4

В данной домашней работе студенты улучшат свои знания и навыки вычисления пределов последовательности функций.

Задача 1

Найдите следующие пределы последовательностей:

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + \dots + (2n - 1)}{3n^2}$$

$$\text{б) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - n - 4}{5n^2 - 2n + 7} \right)^6$$

$$\text{в) } \lim_{n \rightarrow \infty} 3^{\frac{3n-4}{6n+2}}$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2} - n)$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{1 + 5 + 9 + \dots + (4n - 3)}$$

$$\text{е) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 2}{2n + 1} \right)^{n^2}$$

Задача 2

Найдите следующие пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^{3/2}(\sqrt{x + 2} - 2\sqrt{x + 1} + \sqrt{x})$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow \pi} \frac{\sin(x)}{\pi^2 - x^2}$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin(x))}{\sin(5x)}$$

Задача 3

Найдите все точки разрыва у следующих функций:

$$\text{а) } f(x) = \frac{2x^3 - 6x^2}{x - 3}$$

$$\text{б) } f(x) = \begin{cases} x + 7, & \text{если } x \leq 2, \\ x^2 + 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ 12 - x, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$