时域：描述信号在不同时刻取值的函数，自变量是时间，即横轴是时间，纵轴是信号的变化。

频域：是描述信号的频率结构及频率与该频率信号幅度的关系。自变量是频率，即横轴是频率，纵轴是该频率信号的幅度。

傅里叶级数：任一周期信号可分解为复正弦信号的叠加。
傅里叶变化：连续傅里叶变换是把一组函数映射为另一组函数的线性算子，即傅里叶变换是把一个函数分解为组成该函数的连续频率谱，能将满足一定条件的某个函数表示成三角函数和的新是或者他们的积分的线性组合。。

1-D 正变换
$F\{f(x)\} = F(u) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x)e^{\frac{-j2\pi ux}{N}}$
欧拉公式：$e^{jx} = cosx + jsinx$
欧拉公式将指数函数的定义域扩大到了复数域，建立了三角函数和指数函数的关系
$F(0) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x)$ 表示所有和
$F(u) = R(u) + jI(u)$
$|F(u)| = \sqrt{R^2(u) + I^2(u)}$

1-D 反变换：
$F^{-1}\{F(u)\} = f(x) = \frac{1}{N} \sum_{u=0}^{N-1} F(u)e^{\frac{j2\pi ux}{N}}$

1-D 傅里叶正反变换系数积为 $\frac{1}{N}$

2-D 离散傅里叶变换

- 正变换 $F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$
- 反变换 $f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$

正反变换系数积为 $\frac{1}{MN}$
频谱（幅度）$|F(u,v)| = \sqrt{R^2(u,v) + I^2(u,v)}$
相位角 $\phi(u,v) = arctan[\frac{I(u,v)}{R(u,v)}]$
功率谱：$P(u,v) = |F(u,v)|^2$

可视化离散图像的傅里叶变换结果：将 $log|F(u,v)|$ 显示为一幅灰度图像，因为 $|F(u,v)|$ 数值过小

2-D 离散傅里叶变换有周期性
频谱图未中心化前，中心高频，边缘低频；中心化后，中间低频，边缘高频。

图像傅里叶变换的意义：

- 图像的能量信息集中在频谱中心处（低频区）反应出来

- 在频谱远离中心的边缘处可以反映出图像的线条细节、边缘和噪声等信息，也就是频谱中的高频部分

数字图像与频谱的对应关系式：

- 图像中灰度变化剧烈的特征在频谱中的高频区的特征加以反应。
- 图像中的平滑区域的特性是通过频谱空间中，靠中心处的低频成分加以反应。

傅里叶变换的性质：

- 分离性质：1 次 2-D 可由 2 次 1-D 运算
- 平移性质：图像的平移并不会影响图像的频谱
- 旋转定理：将 f(x, y) 在空间旋转相当于将其傅里叶变换页旋转相同角度
- 尺度定理：对 f(x, y) 在幅度方面的尺度变化导致傅里叶变换在幅度方面的对应尺度变化；对 f(x, y) 在空间方面尺度方面的放缩导致其傅里叶变换在频域方面的相反放缩。
- 剪切定理：$f(x+by,y)\Leftrightarrow=F(u,v-bu);f(x,dx+y)\Leftrightarrow F(u-du,v)$

理想低通滤波器：
$H(u,v)=\begin{cases}1,D(u,v)\leqslant D_0\\0,D(u,v)>D_0\end{cases}$
$D(u,v)=\sqrt{u^2+v^2}$

巴特沃思低通滤波器：
$H(u,v)=\frac{1}{1+[D(u,v)/D_0]^{2n}}$

高斯低通滤波器：
$H(u,v)=e^{-\frac{D^2(u,v)}{2D_0^2}}$

低通、高通滤波器之间的关系：
$H_{hp}(u,v)=1-H_{lp}(u,v)$

高频提升滤波器：
一般图像中的大部分能量集中在低频分量中，高通滤波会将很多低频分量滤除，导致滤波后图像中边缘得到增强但光滑区域灰度减弱变暗甚至接近黑色。
解决方法：将高通滤波器函数 H 加一个常数项以将一部分低频分量保留，达到既保留光滑区域有改善边缘区域对比度的效果。
$H_{hb}(u,v)=(A-1)+H_{hp}(u,v)$

高频加强滤波器：
$H(hfe)(u,v)=a+bH_{hp}(u,v)$

同态滤波：

2. 同态滤波

（1）两边取对数：

$$\ln f(x,y)=\ln i(x,y)+\ln r(x,y)$$

（2）两边取付氏变换： $F(u,v)=I(u,v)+R(u,v)$

（3）用一频域函数 $H(u,v)$处理 $F(u,v)$：

$$H(u,v)F(u,v)=H(u,v)I(u,v)+H(u,v)R(u,v)$$

（4）反变换到空域： $h_f(x,y)=h_i(x,y)+h_r(x,y)$

（5）两边取指数：

$$g(x,y)=\exp\left|h_f(x,y)\right|=\exp\left|h_i(x,y)\right|\bullet\exp\left|h_r(x,y)\right|$$

能消除乘性噪声，能同时压缩图像的整体动态范围和增加图像中相邻区域间的对比度。