

確率情報理論第 1 回 解答

加藤まる

2020/03/01

キーワード：確率空間, 確率分布, 分布関数, 幾何分布, ファーストサクセス分布

本日の問題解答

1 の目がでる確率が $\frac{1}{2}$ で、他の目については均等な確率であるインチキなサイコロを考える。

(1) このサイコロを 1 個投げるときの確率空間を求めよ。

標本空間 Ω は、

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (1)$$

である。次に事象の集合 \mathcal{F} は、

$$\begin{aligned} \mathcal{F} = & \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \\ & \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \\ & \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}, \\ & \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 6\}, \\ & \{1, 4, 5\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 5, 6\}, \\ & \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 6\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 5, 6\}, \\ & \{3, 4, 5\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 5, 6\}, \{4, 5, 6\}, \\ & \{1, 2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 6\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 4, 6\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{1, 3, 4, 6\}, \\ & \{1, 4, 5, 6\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{2, 3, 4, 6\}, \{2, 3, 5, 6\}, \{2, 4, 5, 6\}, \{3, 4, 5, 6\}, \\ & \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 6\}, \{1, 2, 3, 5, 6\}, \{1, 2, 4, 5, 6\}, \{1, 3, 4, 5, 6\}, \{2, 3, 4, 5, 6\}\} \end{aligned} \quad (2)$$

である。最後に確率測度 P は、

$$P(\{1\}) = \frac{1}{2}, P(\{2\}) = \cdots = P(\{6\}) = \frac{1}{10} \quad (3)$$

(2) このサイコロを 1 個投げたとき、偶数が出る確率を求めよ。

$$P(\{2, 4, 6\}) = \frac{3}{10} \quad (4)$$

(3) このサイコロを 2 個投げたとき、2 つとも奇数の目が出る確率を求めよ。

まずこのサイコロ 1 個を投げたとき、奇数の目が出る確率は、

$$\begin{aligned} P(\{1, 3, 5\}) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \\ &= \frac{7}{10} \end{aligned} \quad (5)$$

である。2つの同時確率を考えるので、

$$\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{49}{100} \quad (6)$$

である。

おかわり問題解答

- (1) X の確率分布 ($P = X$)、 Y の確率分布を求めよ。
- (2) X の分布関数を求めよ。
- (3) $P(X \geq 20), P(X \geq Y < 30)$ を求めよ。

解説