

確率情報理論第4回

加藤まる

2020/03/04

本日の問題

以下の場合に $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2}$ を大数の法則を用いて求めよ。

(1) $X_1 \sim X_2 \sim \cdots \sim B(n, p)$

(2) $X_1 \sim X_2 \sim \cdots \sim N(n, \sigma^2)$

また、 $X_1 \sim X_2 \sim \cdots \sim B(n, p)$ は確率変数 X_1, X_2, \dots が二項分布に近似できるという意であり、(2) も正規分布に近似できるという意である。

おかわり問題

しっぽの定理より、

$$E(T) = \int_0^\infty P(T \geq x) dx = \int_0^\infty (1 - F_T(x)) dx \quad (1)$$

である。 $(F_T(x)$ は分布関数である。) また、分布関数の定義より

$$F_T(x) = P_t(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dx \quad (2)$$

である。このことを用いて、 $E[Exp(\lambda)]$ を求めよ。 $(Exp(\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$ である。)

ヒント：二重積分が出てきます。

$$\begin{aligned} E[Exp(\lambda)] &= \int_0^\infty P(Exp(\lambda) \geq t) dt \\ &= \int_0^\infty \int_t^\infty Exp(\lambda) dx dt \end{aligned} \quad (3)$$

解答を加藤まる（まるぼう）に DiscordDM に送ると添削します（添削不要の場合 DM は不要）。解答は夜に Discord に貼るので自己採点してみてください。