

## 確率情報理論第 5 回

加藤まる

2020/03/05

### 本日の問題

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n} = E[X]$  を大数の法則という。このとき、以下を求めよ。

- (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2}$  を  $E[X]$  と  $E[X^2]$  を用いて表せ。
- (2)  $X_1 \sim X_2 \sim \cdots \sim B(n, p)$  で独立であるとき、(1) を求めよ。
- (3)  $X_1 \sim X_2 \sim \cdots \sim N(n, \sigma^2)$  で独立であるとき、(1) を求めよ。

また、 $X_1 \sim X_2 \sim \cdots \sim B(n, p)$  は確率変数  $X_1, X_2, \dots$  が二項分布に近似できるという意であり、(2) も正規分布に近似できるという意である。

### おかわり問題

しっぽの定理より、

$$E(T) = \int_0^\infty P(T \geq x) dx \quad (1)$$

である。また、分布関数の定義より

$$P(T \geq x) = \int_x^\infty f(t) dt \quad (2)$$

である。このことを用いて、 $E[\text{Exp}(\lambda)]$  を求めよ。 $(\text{Exp}(\lambda) = \lambda e^{-\lambda t} \text{ である。})$

ヒント：二重積分が出てきます。

$$\begin{aligned} E[\text{Exp}(\lambda)] &= \int_0^\infty P(\text{Exp}(\lambda) \geq x) dx \\ &= \int_0^\infty \int_x^\infty \text{Exp}(\lambda) dt dx \end{aligned} \quad (3)$$

解答を加藤まる（まるぼう）に DiscordDM に送ると添削します（添削不要の場合 DM は不要）。解答は夜に Discord に貼るので自己採点してみてください。