確率情報理論第 2 回 解答

加藤まる

2020/03/02

キーワード：確率関数, 期待値
問題出典：東京図書発行 藤田岳彦著　「弱点克服　大学生の確率・統計」

本日の問題解答

$f_X(x) = 2e^{-2x} \quad (0 < x \leq 3),\ ce^{-4x} \quad (x > 3),\ 0 \quad (Otherwise)$ のとき、

(1) 定数 c を求めよ。

$$\begin{aligned} 1 &= \int_0^3 e^{-2x}dx + \int_3^\infty ce^{-4x}dx \\ &= \left[-e^{-2x}\right]_0^3 + \left[c\frac{e^{-4x}}{-4}\right]_3^\infty \\ &= 1 - e^{-6} + c\frac{e^{-12}}{4} \end{aligned} \tag{1}$$

よって、$c = 4e^6$

(2) E[X] を求めよ。

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_0^3 x2e^{-2x}dx + c\int_3^\infty xe^{-4x}dx \\ &= \int_0^6 ue^{-u}\frac{du}{2} + c\int_{12}^\infty \frac{u}{4}e^{-u}\frac{du}{4} \\ &= \frac{1}{2}\left[-(u+1)e^{-u}\right]_0^6 + \frac{c}{16}\left[-(u+1)e^{-u}\right]_{12}^\infty \\ &= \frac{1-7e^{-6}}{2} + \frac{13e^{-6}}{4} \\ &= \frac{2-e^{-6}}{4} \end{aligned} \tag{2}$$

本日の問題解説

(1) 場合わけに注意しながら、全範囲で 1 になることから積分して求める問題。

(2) (1) と同じく、場合わけに注意して期待値を計算する。
解答では u と置いているが、そのままでも部分積分で簡単に求められる。