



I **Título de la actividad:** Masa resorte con amortiguamiento forzado.

II **Objetivo de la actividad:** En esta actividad, se plantea y resuelve un modelo matemático utilizando una ecuación diferencial de segundo orden para describir el desplazamiento de la masa para cualquier instante del tiempo.

III **Contexto y escenario del problema:**

Una empresa fabricante de equipos de precisión diseña un sistema de suspensión para una máquina de laboratorio que debe mantenerse estable ante vibraciones externas. Para ello, se incorpora un componente sobre un sistema masa-resorte con amortiguador. La masa del componente es de 2 kg y está unida a un resorte que cuelga del techo, estirando el resorte 20cm hasta llegar al reposo en su posición de equilibrio. Si en el instante $t = 0$ la masa se libera desde el reposo 5 cm por debajo de la posición de equilibrio. Para reducir las oscilaciones, se instala un amortiguador con coeficiente de amortiguamiento de $5N - s/m$, sin embargo, la máquina opera en un entorno donde una fuente externa produce una fuerza periódica que varía con el tiempo como $F(t) = 0.3\cos(4t)$ N debido a una vibración generada por un compresor cercano. Se desea analizar el movimiento del sistema para predecir cómo responderá el componente ante estas vibraciones, y determinar si las oscilaciones se mantendrán dentro de los límites tolerables para su funcionamiento. Considere la gravedad $g = 10m/s^2$

IV **Tarea detallada:** Responda lo siguiente.

1. **(1 ptos)** Escriba la ecuación diferencial de segundo orden que modele el problema planteado masa resorte, indicando las condiciones iniciales.
2. **(2 ptos)** Halle la función complementaria para la ecuación diferencial del ítem 1.
3. **(3 ptos)** Halle una solución particular para la ecuación diferencial del ítem 1.
4. **(2 ptos)** Halle la solución general de la ecuación diferencial del ítem 1. Para especificar las constantes de dicha solución emplee las condiciones iniciales. Identifique la solución estacionaria.
5. **(2 ptos)** Para la ecuación diferencial planteada en el ítem (1), ¿Cuál debe ser el valor del coeficiente de amortiguamiento γ , para que se presente un amortiguamiento crítico?. Graficar.
6. **(1 ptos)** Investigue, ¿El coeficiente amortiguamiento γ puede ser negativo? ¿Por qué?
7. **(3 ptos)** Determine el rango de valores que puede tener el coeficiente de amortiguamiento γ para tener un:
 - a) Caso sobre-amortiguado.
 - b) Caso sub-amortiguado.

Además:

- Indique la solución correspondiente del sistema para los 3 casos de amortiguamiento y,
 - Realice una representación gráfica conjunta de las tres soluciones, señalando el valor del coeficiente γ utilizado en cada una.
8. **(3 ptos)** Para la ecuación diferencial del ítem (1), considere el coeficiente de amortiguamiento $\gamma = 0$, es decir, problema de masa-resorte no amortiguado forzado. Considerando las mismas condiciones iniciales, determine la solución general y grafique.
 9. **(2 ptos)** Para la ecuación diferencial no amortiguado, planteado en el ítem (8), considere como la fuerza externa a la expresión $F(t) = 12\cos(5\sqrt{2} t)$ y las mismas condiciones iniciales del ítem (8). Determine la solución general y grafique.
 10. **(1 ptos)** ¿En cuál de los ítems resuelto se da la resonancia?. Comente o explique.

Observación: Pueden apoyarse de un CAS para los gráficos o utilizar la IA, para generar los códigos para las gráficas.