



I **Título de la actividad:** Crecimiento de un tumor.

II **Objetivo de la actividad:** El modelo de Gompertz fue propuesto originalmente por Benjamin Gompertz en 1825 en un trabajo sobre la ley de mortalidad humana. Gompertz observó que la tasa de mortalidad aumenta exponencialmente con la edad, lo que llevó a la formulación de una ecuación matemática para describir el crecimiento y declive de poblaciones. El objetivo es estudiar este modelo y estudiar las conclusiones que se puede extraer de él.

III **Contexto y escenario del problema:** Gompertz propuso que la tasa de cambio de una cantidad (como la población o el tamaño de un tumor) es proporcional a su valor actual, pero también disminuye a medida que la cantidad crece, lo que genera un crecimiento desacelerado. Matemáticamente, esto se expresa como:

$$\frac{dN}{dt} = rN \ln \left(\frac{K}{N} \right) \quad (1)$$

donde:

- a) $N(t)$ es el tamaño de un tumor.
- b) r es la tasa de crecimiento inicial.
- c) K es el valor límite o capacidad de carga, que representa el tamaño máximo alcanzable.

El modelo surge como una alternativa al modelo logístico, pero con una desaceleración más pronunciada en el crecimiento a medida que N se acerca a K .

IV **Tarea detallada:** Responda lo siguiente.

1. (1 ptos) Muestre que la ecuación (1) tiene la forma:

$$\frac{dN}{dt} = N(a - b \ln N)$$

Sugerencia: Definir $K = e^{a/b}$

- 2. (3 ptos) Determine la solución general de la ecuación diferencial.
- 3. (1 ptos) Dada la condición inicial $N(0) = N_0$, determine la solución particular.
- 4. (2 ptos) Determinar el comportamiento asintótico del tumor cuando $t \rightarrow \infty$ e interpretar el resultado.
- 5. (3 ptos) Suponiendo que una terapia reduce la tasa de crecimiento del tumor, después de un tiempo t_0 se aplica la terapia y r' es la nueva tasa tal que $r' < r$. Encontrar la nueva solución para $N(t)$ cuando $t \geq t_0$ y discutir su efecto en la progresión del tumor.

6. **(3 ptos)** En la solución de ítem anterior, proponga valores para las constantes.
 - a) **(1.5 ptos)** Grafique y compare la solución cuando se realiza la terapia y cuando no se realiza para una valor de t_0
 - b) **(1.5 ptos)** Grafique y compare la solución cuando se realiza la terapia para 3 valores distintos de t_0 .
7. **(3 ptos)** Investigue un método numérico que resuelva el problema del ítem 1. Con el mismo método numérico implemente lo necesario para resolver el problema del ítem 5.
8. **(2 ptos)** Compare sus resultados obtenidos analíticamente y numéricamente del ítem 5. Describa al menos tres observaciones resaltantes.
9. **(2 ptos)** Resuelva la ecuación diferencial del ítem 5, con uso de la IA. Valide la respuesta obtenida con el resultado del ítem 8.