

# Ecuaciones Diferenciales 2025-1

Transformada de  
Laplace. Parte III  
**Semana 13: Auditorio**

**Profesores del curso:**

Hermes Pantoja Carhuavilca

Sergio Quispe Rodríguez

Patricia Reynoso Quispe

Cristina Navarro Flores

Daniel Camarena Pérez

➤ Reinventa el mundo ◀



Profesores: Utec-Ciencias

# Índice

## 1 Propiedades operacionales



# Objetivos

- 1 **Expresar** funciones continuas por tramos en términos de la función escalón unitario.

# PROPIEDADES OPERACIONALES

1



# Logros

- **Expresa** funciones continuas por tramos en términos de la función escalón unitario. (L.8.13.1.5)

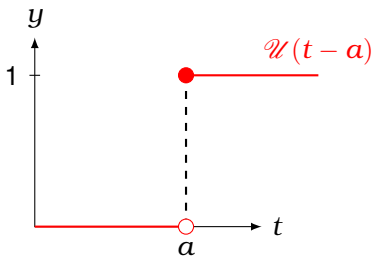
# Función escalón unitario

Para enunciar el segundo teorema de translación (traslación en el eje  $t$ ) es necesario conocer cómo expresar una función definida por tramos en términos de la función escalón unitario.

## Definición: Función escalón unitario

La **función escalón unitario**  $\mathcal{U}(t - a)$  se define como

$$\mathcal{U}(t - a) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$$



# Reescribiendo funciones por tramos

Sea

$$f(t) = \begin{cases} g(t), & 0 \leq t < a \\ h(t), & t \geq a \end{cases}$$

entonces,  $f$  se puede escribir de la siguiente manera

$$f(t) = g(t) + (h(t) - g(t))\mathcal{U}(t - a)$$

De forma análoga, sea  $0 < a < b$  y

$$f(t) = \begin{cases} g(t), & 0 \leq t < a \\ h(t), & a \leq t < b \\ r(t), & t \geq b \end{cases}$$

entonces

$$f(t) = g(t) + (h(t) - g(t))\mathcal{U}(t - a) + (r(t) - h(t))\mathcal{U}(t - b)$$

# Ejemplo

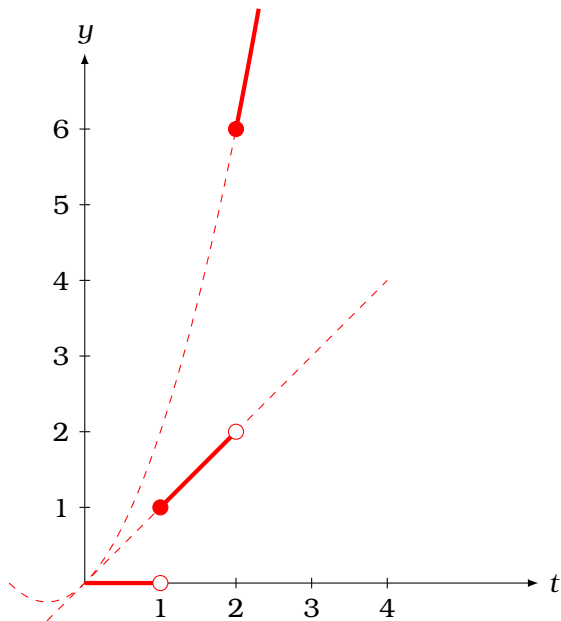
- 1 Exprese la siguiente función en términos de la función escalón unitario y gráfíquelo

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 1 \\ t, & 1 \leq t < 2 \\ t^2 + t, & t \geq 2 \end{cases}$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} f(t) &= 0 + (t - 0)\mathcal{U}(t - 1) + (t^2 + t - t)\mathcal{U}(t - 2) \\ &= t\mathcal{U}(t - 1) + t^2\mathcal{U}(t - 2) \end{aligned}$$



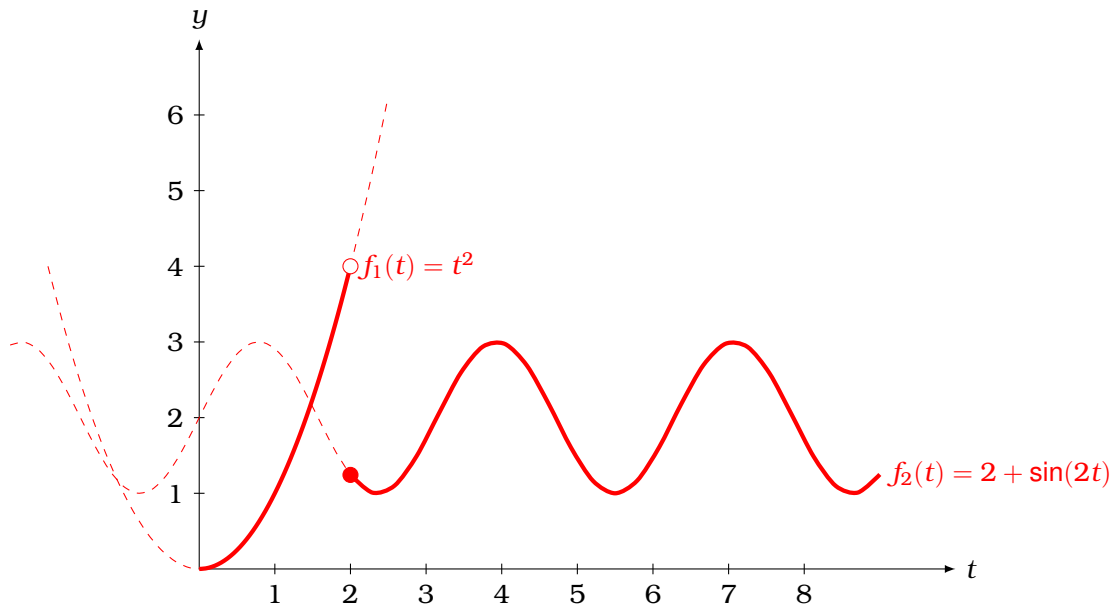


- 2 Exprese la siguiente función en términos de la función escalón unitario y gráfíquelo

$$f(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \leq t < 2 \\ 2 + \sin(2t), & t \geq 2 \end{cases}$$

**Solución:**

$$f(t) = t^2 + \left[ 2 + \sin(2t) - t^2 \right] \mathcal{U}(t - 2)$$



# Conclusiones

- 1 Siempre es posible expresar cualquier función definida por partes en términos de la función escalón unitario.

# Gracias

# UTEC

UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA  
Y TECNOLOGÍA

