# Tarea IMU (C.Esferica) :

Para registrar la evolución de un móvil se le coloca una unidad de medición inercial (IMU, *inertial measurement unit*) que permite medir, entre otros parámetros, las componentes del vector rotación $\mathbf{w}_{21}$ del móvil (sistema 2) respecto de un sistema inercial (sistema 1 fijo). La IMU almacena las componentes de $\mathbf{w}_{21}$ en el sistema móvil. Es decir, almacena $\mathbf{w}_{21}$ en la forma $\mathbf{w}_{21} = \omega_x \mathbf{i}_2 + \omega_y \mathbf{j}_2 + \omega_z \mathbf{k}_2$

En el archivo adjunto **`Tarea_IMU_Datos.xls`** se proporcionan los datos registrados por la IMU.

En el instante inicial $t_0 = 0$ se sabe que $\varphi(t_0) = 0{,}1$ rad , $\theta(t_0) = 0{,}2$ rad y $\psi(t_0) = 0{,}3$ rad

Se pide determinar, utilizando técnicas de cálculo numérico (diferenciación y/o integración numéricas), lo siguiente:

1. Ángulos de Euler $\varphi = \varphi(t)$ , $\theta = \theta(t)$ y $\psi = \psi(t)$.
2. Rotaciones de Euler $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(t)$ , $\dot{\theta} = \dot{\theta}(t)$ y $\dot{\psi} = \dot{\psi}(t)$.
3. Componentes del vector rotación $\mathbf{w}_{21}$ en el sistema inercial (sistema 1 fijo): $\mathbf{w}_{21} = \omega_{x1}\mathbf{i}_1 + \omega_{y1}\mathbf{j}_1 + \omega_{z1}\mathbf{k}_1$

**Notas:**

- Se recomienda resolver el problema en EXCEL
- Se debe proporcionar una tabla, preferiblemente en EXCEL, donde aparezcan cada una de las magnitudes pedidas en función del tiempo. Se puede utilizar como plantilla el propio archivo de datos **`Tarea_IMU_Datos.xls`**
- Se deben representar gráficamente los resultados:
  - Los tres ángulos de Euler en función de $t$ se representarán en una gráfica única
  - Las tres rotaciones de Euler en función de $t$ se representarán en una gráfica única
  - Las tres componentes $\omega_{x1}$ , $\omega_{y1}$ , $\omega_{z1}$ en función de $t$ se representarán en una gráfica única
- Como solución, deberá entregarse:
  - Un manuscrito donde se explique la estrategia seguida para la resolución del problema
  - El código Matlab/Octave utilizado, convenientemente comentando
  - Las gráficas generadas (pueden incluirse en el manuscrito)
- Se recomienda consultar el contenido de la página siguiente sobre paso de “Base de Euler” a la “Base Móvil” y viceversa.
- Se recomienda utilizar integración numérica. Es decir, a partir de las rotaciones de Euler $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(t)$ , $\dot{\theta} = \dot{\theta}(t)$ , $\dot{\psi} = \dot{\psi}(t)$ se podrían estimar los ángulos de Euler del modo siguiente:

$$\varphi(t_{i+1}) = \varphi(t_i) + \dot{\varphi}(t_i) \cdot \Delta t$$
$$\theta(t_{i+1}) = \theta(t_i) + \dot{\theta}(t_i) \cdot \Delta t$$
$$\psi(t_{i+1}) = \psi(t_i) + \dot{\psi}(t_i) \cdot \Delta t$$
$$\Delta t = t_{i+1} - t_i$$

**Paso de la “Base de Euler” a la “Base Móvil” y viceversa**

Las ecuaciones que aparecen en el apartado 5.9 de la RCF-T5 podrían escribirse matricialmente del modo siguiente:

$$\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin(\theta)\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0\\ \sin(\theta)\cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ \cos(\theta) & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}$$

Lo anterior puede verse como un cambio de sistema de referencia, donde el vector $\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}$, que son las componentes del vector rotación en la “Base de Euler” se multiplica por la matriz **M** para obtener el vector $\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}$ que son las componentes del vector rotación en la “Base Móvil”. Dicha matriz **M** sería la siguiente:

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\sin(\theta)\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0\\ \sin(\theta)\cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ \cos(\theta) & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Si lo que se quiere es realizar la transformación inversa, es decir, pasar de las componentes en la “Base Móvil” a la “Base de Euler”, lo que habría que hacer sería multiplicar por la matriz inversa de **M**:

$$\boldsymbol{M}^{-1}=\begin{bmatrix}\sin(\psi)/\sin(\theta) & \cos(\psi)/\sin(\theta) & 0\\ \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ -\dfrac{\cos(\theta)\sin(\psi)}{\sin(\theta)} & -\dfrac{\cos(\theta)\cos(\psi)}{\sin(\theta)} & 1\end{bmatrix}$$

Por tanto:

$$\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin(\psi)/\sin(\theta) & \cos(\psi)/\sin(\theta) & 0\\ \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0\\ -\dfrac{\cos(\theta)\sin(\psi)}{\sin(\theta)} & -\dfrac{\cos(\theta)\cos(\psi)}{\sin(\theta)} & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\omega_x\\ \omega_y\\ \omega_z\end{bmatrix}$$