

## TRABAJO DE MATEMÁTICAS

---

# Matemáticas de la Especialidad de Técnicas Energéticas

---

Trabajo D: Depósito de combustible en perfil alar

*Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales*

### Grupo 22

Marco Antonio Buitrago López (21389)  
Jaime Fernández López (17147)  
Felipe Ortega Delgado (19273)  
Carmen de Francisco Serrano (18086)

# Índice

<b>1. Planteamiento del problema</b>	<b>2</b>
1.1. Elección del material del perfil . . . . .	2
1.2. Ecuación del calor . . . . .	2
<b>2. Resolución del problema</b>	<b>2</b>
2.1. Apartado 1 . . . . .	3
2.1.1. Planteamiento en OCTAVE Y MATLAB . . . . .	3
2.1.2. Resultados . . . . .	4
2.2. Apartado 2 . . . . .	6
2.2.1. Planteamiento en OCTAVE . . . . .	6
2.2.2. Resultados . . . . .	6
2.3. Apartado 3 . . . . .	8
2.3.1. Planteamiento en OCTAVE . . . . .	8
2.3.2. Resultados . . . . .	9
2.4. Apartado 4 . . . . .	13
2.4.1. Resultados . . . . .	13
<b>3. Anexo</b>	<b>16</b>
3.1. Códigos de cada apartado . . . . .	16
3.1.1. Guía de ejecución para el apartado 1 . . . . .	16
3.1.2. Guía de ejecución para el apartado 2 . . . . .	16
3.1.3. Guía de ejecución para el apartado 3 . . . . .	16
3.1.4. Guía de ejecución para el apartado 4 . . . . .	16
3.2. Vídeo del apartado 3 . . . . .	16

# 1. Planteamiento del problema

## 1.1. Elección del material del perfil

Como material compuesto para el ala del avión hemos escogido la **fibra de carbono** por sus propiedades únicas como pueden ser: su ligereza, lo que reduce el peso total del avión consiguiendo así mejorar su eficiencia energética; su resistencia, por lo que puede soportar tensiones muy altas sin romperse; su flexibilidad y su durabilidad, ya que es muy resistente a la corrosión.

Dentro de los rangos comunes de este material, hemos escogido los siguientes valores para las diferentes constantes que vamos a necesitar:

1. Conductividad de la fibra de carbono:  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$
2. Densidad de masa por unidad de volumen de la fibra de carbono:  $\rho = 1750 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
3. Calor específico de la fibra de carbono:  $c = 300 \frac{\text{J}}{\text{KgK}}$
4. Con estos datos obtenemos un coeficiente de difusividad térmica:  $k = 3,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

## 1.2. Ecuación del calor

Para la resolución de este problema vamos a hacer uso de la ecuación general del calor particularizada para el caso de tres variables  $x$ ,  $y$  y el tiempo  $t$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - k\Delta T = f, \quad (1)$$

donde la  $k$  como se ha definido anteriormente es la difusividad térmica y la  $f$  es la energía térmica  $Q$  entre el calor específico  $c$  y la densidad de masa  $\rho$ , término al que se le atribuye posibles fuentes internas de calor. En este problema, no hay fuente de calor, por lo que  $f$  es igual a 0, quedando la ecuación del calor para la resolución del mismo como

$$\frac{\partial T}{\partial t} - k\Delta T = 0. \quad (2)$$

# 2. Resolución del problema

Para la resolución general de la ecuación del calor se ha planteado el problema débil para cada apartado además de particularizar sus condiciones de contorno en cada uno de ellos. De acuerdo con la resolución analítica en cada apartado se ha usado el método variacional para resolver la ecuación de derivadas parciales, donde se debe hallar una función test  $v$  que converja a una solución válida para la variable incógnita  $T$ .

Además, para simplificar el problema se usa el método de elementos finitos para obtener una  $v$  en un espacio más reducido, la cual pertenecerá al subespacio vectorial correspondiente al mallado que se halla realizado. De esta manera se obtiene la siguiente ecuación, que habrá que particularizar y resolver para cada condición de contorno y mallado

$$A_{n \times n} \vec{T} = \vec{d}. \quad (3)$$

Cabe destacar que, para obtener la matriz  $\mathbf{A}$  usamos la siguiente ecuación

$$\mathbf{A} = a\mathbf{M} + b\mathbf{C} + p\mathbf{R} \quad (4)$$

donde la  $a$  es el coeficiente de convección ( $h$ ), la  $b$  es el coeficiente del gradiente de temperatura, que en este caso este término no está presente en la ecuación del calor. Y por último, la  $p$  es la conductividad térmica del material ( $K$ ).

Por lo tanto, una vez planteado el problema y formuladas las fronteras junto con las condiciones de contorno, se procede a resolver la ecuación (3) usando OCTAVE, utilizando la rutina `fem_mrc` que halla las matrices anteriores mencionadas y el vector  $\mathbf{d}$ .

Comentar, que para la resolución del apartado 1 se ha usado la rutina `fem_robin` además de la anterior mencionada, porque la condición de la frontera exterior es una situación puramente convectiva. Además, para el apartado 3, que es la resolución de un problema parabólico, se ha seguido el método de Crank-Nicolson.

## 2.1. Apartado 1

Determinar la distribución de temperaturas alcanzada en régimen permanente en el perfil. ¿Cuál es la temperatura mínima y dónde se alcanza?

Para este apartado tendremos el siguiente problema

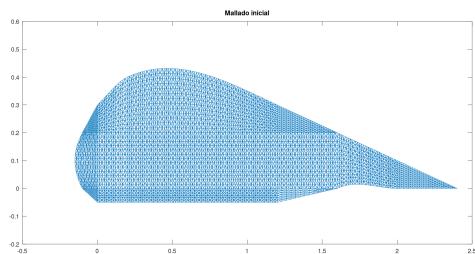
$$\begin{cases} \Delta T = 0 & \text{en } D, \\ T|_{\Gamma_{int}} = T_{int} & \Gamma_{int} : \partial D \text{ interior}, \\ K \frac{\partial T}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma_{ext}} = h(T_{ext} - T) & \Gamma_{ext} : \partial D \text{ exterior}, \end{cases} \quad (5)$$

donde  $D$  es el dominio del problema, considerado como el mallado del perfil del ala;  $\Gamma_{int}$  es la frontera interior del mallado donde se encuentra el depósito de combustible con un fluido a temperatura constante  $T_{int} = 293$  K; y  $\Gamma_{ext}$  se denomina como la frontera exterior del mallado, es decir la superficie del ala en contacto con el fluido exterior que se encuentra a una temperatura  $T_{ext} = 273$  K.

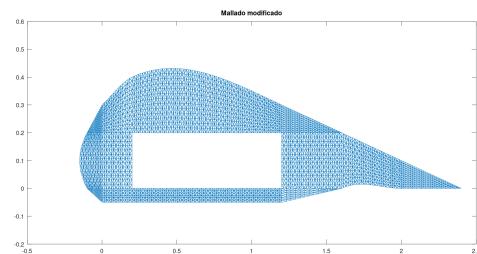
Estas dos condiciones se denominan respectivamente tipo Dirichlet y tipo Robin. También mencionar que de la expresión (1) el término de la derivada de la temperatura con respecto al tiempo es nula porque estamos en régimen permanente, es decir, cuando el tiempo tiende a infinito la derivada temporal se anula.

### 2.1.1. Planteamiento en Octave y MATLAB

En primer lugar, partimos de un mallado proporcionado, el cual se encuentra totalmente relleno y el primer problema con el que nos enfrentamos es eliminar la malla correcta para obtener el recinto vacío del depósito de combustible.

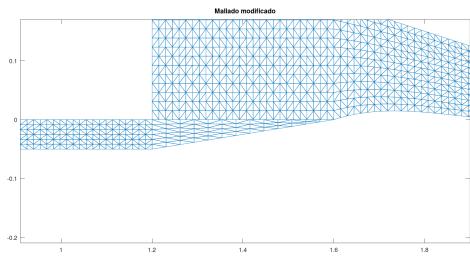


**Figura 1:** Mallado inicial.

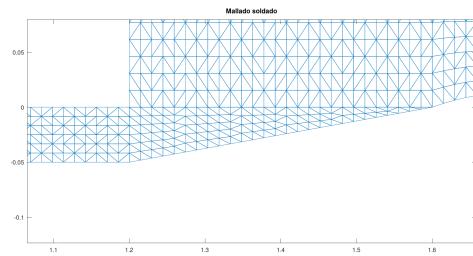


**Figura 2:** Mallado modificado.

Una vez obtenido el mallado, cabe mencionar que hay un error de soldadura entre mallas en el triángulo inferior del ala, el cual se tuvo que corregir.



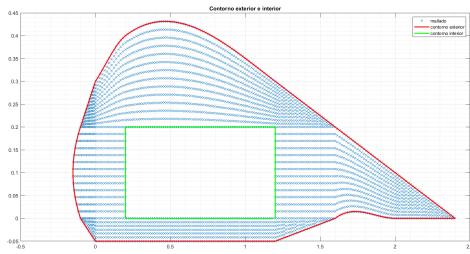
**Figura 3:** Error de soldadura.



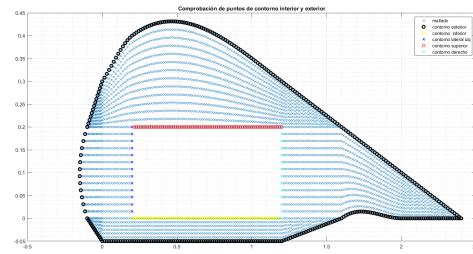
**Figura 4:** Corrección de soldadura.

A continuación, se procede a obtener las coordenadas de los puntos del mallado para una densidad de nodos de  $N = 7$ , para posteriormente obtener los nodos de la frontera exterior e interior.

De esta forma logramos pintar el contorno exterior e interior en el entorno de MATLAB, ya que se usa una función específica (`boundary`) que agiliza la obtención de la frontera exterior debido a que tuvimos problemas a la hora de implementarla en OCTAVE. Mientras que, para la frontera interior se ha usado la función `find`, la cual hemos usado para hallar las coordenadas de cada lado del rectángulo para luego eliminar las coordenadas repetidas y poder unificar todo en un mismo vector.



**Figura 5:** Mallado junto con el contorno exterior e interior.



**Figura 6:** Comprobación de nodos de ambos contornos.

Una vez obtenidos los contornos, se guardan automáticamente en un fichero .txt y se importan a OCTAVE para poder utilizarlos. Continuando en OCTAVE, planteado el problema y definidas las propiedades del material y evaluado el término independiente  $F$  se procede a ensamblar las matrices usando la rutina `fem_mrc`. Se continúa con la resolución de las condiciones de contorno.

En la condición tipo Robin se usa la rutina `fem_robin` para calcular términos adicionales para el vector  $\vec{d}$  y la matriz  $\mathbf{A}$ . Posteriormente, se resuelve la siguiente ecuación

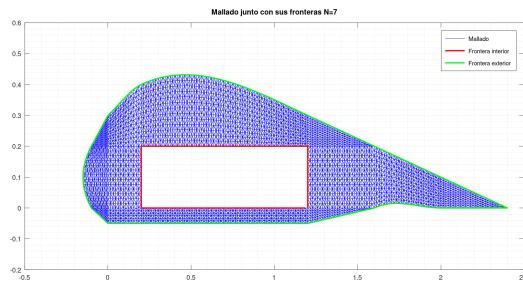
$$\mathbf{T}_h = \mathbf{A}_0^{-1} \vec{d}. \quad (6)$$

### 2.1.2. Resultados

De acuerdo con los resultados, destacar que a priori se podría intuir que las temperaturas mínimas se encontrarían geométricamente en los puntos más alejados del contorno del depósito de combustible, debido a que hay una temperatura de 293 K, mayor a la temperatura exterior.

Además, debido a las leyes de la termodinámica la temperatura del perfil debe estar acotada entre un mínimo de 273 K y un máximo de 293 K, ya que no hay responsables que aumenten la temperatura o disminuyan la temperatura más o menos de lo debido.

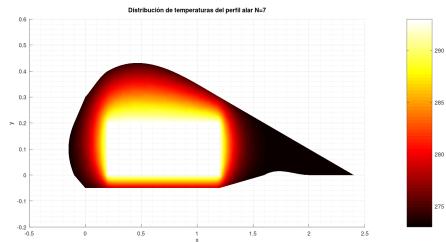
A continuación se muestra el mallado obtenido con un densidad de nodos notablemente alta, junto con sus fronteras pintadas.



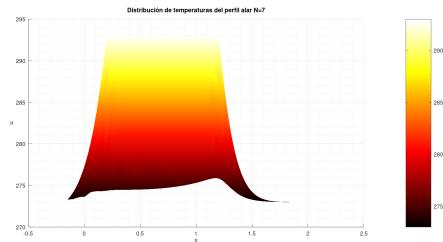
**Figura 7:** Mallado con fronteras pintadas.

De acuerdo con las figuras inferiores (Figura 8 y Figura 9), comprobamos que nuestra intuición no iba por mal camino, destacando un color bastante oscuro en el extremo derecho del ala, queriendo decir que es ahí donde se encuentran las temperaturas mínimas.

También comentar que se ha comprobado que las temperaturas están acotadas con un valor mínimo de 273 K y un máximo de 293 K. También, destacar que en la zona inferior del ala justo debajo del depósito se alcanzan unas temperaturas máximas en el contorno con respecto al resto del contorno exterior del ala, aproximándose a una temperatura de 280 K.

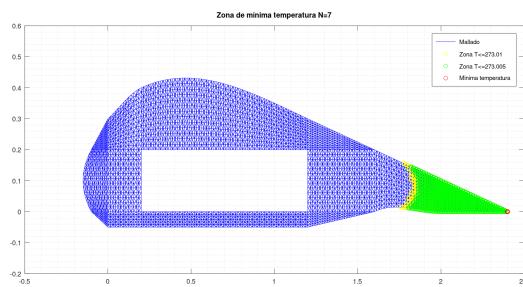


**Figura 8:** Distribución de temperaturas en el plano XY.



**Figura 9:** Distribución de temperaturas en el plano XZ.

Por último, respondiendo a la pregunta de dónde se alcanza la mínima temperatura y el valor de esta, se puede observar en la Figura 10 que se alcanzan unas temperaturas del orden menor e igual a 273,01 K en la región derecha del ala, cuyo punto de mínima temperatura es el rojo y corresponde a exactamente al nodo extremo del mallado, asignándole una temperatura de 273 K.



**Figura 10:** Zona de mínima temperatura.

## 2.2. Apartado 2

Realizar un estudio de sensibilidad de malla. En base a ese estudio, ¿cuál es la precisión estimada en las temperaturas obtenidas?

### 2.2.1. Planteamiento en Octave

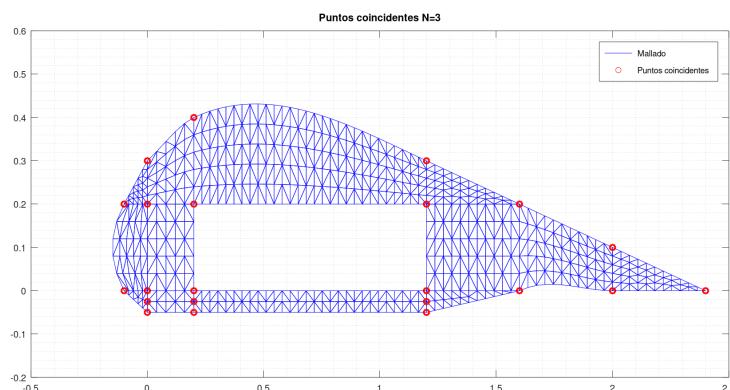
El estudio que hemos realizado para la sensibilidad de la malla consiste en tomar varios puntos compartidos entre tres mallas con distintas densidades de nodos ( $N = 3, 5, 7$ ). Por lo tanto, con los índices obtenidos de cada malla, se estima una diferencia de temperaturas de acuerdo a esa coordenada compartida con la malla de mayor densidad, dividiéndose luego entre la temperatura de la malla de mayor densidad, para así obtener finalmente una media de porcentajes entre la malla de densidad  $N = 3$  con  $N = 7$  y  $N = 5$  con  $N = 7$ .

En el código, el procedimiento ha consistido en obtener la matriz de coordenadas más la temperatura de esa coordenada, quedando así una matriz  $3 \times 3$ , donde se usa una función llamada `intersect` que da los índices de las coordenadas idénticas entre las matrices de la intersección, es decir, entre la de mayor densidad y las otras dos.

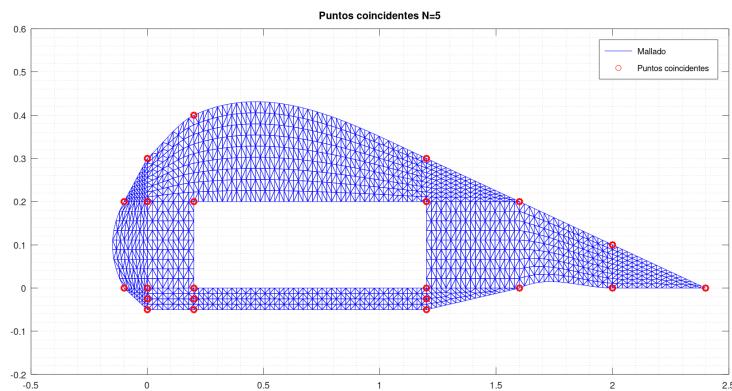
Por lo tanto, una vez obtenidos los índices se procede a calcular el porcentaje de error de cada coordenada y después una media de errores. Por último, se guardan los índices de cada matriz de coordenadas para cada densidad de nodos para poder representar gráficamente cada coordenada compartida.

### 2.2.2. Resultados

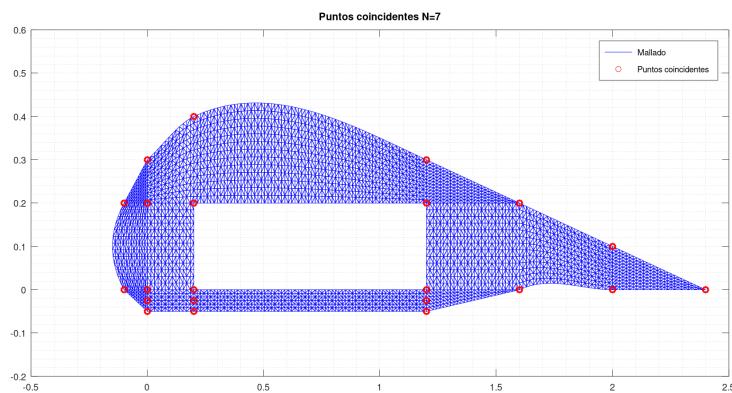
A continuación se muestran las coordenadas compartidas entre las tres mallas.



**Figura 11:** Coordenadas compartidas en malla N=3.



**Figura 12:** Coordenadas compartidas en malla N=5.



**Figura 13:** Coordenadas compartidas en malla N=7.

Como podemos comprobar, las tres mallas tienen unas coordenadas idénticas, de las cuales se obtendrán las diferencias de temperaturas comentadas anteriormente.

De acuerdo con el código empleado se obtiene una media de error entre la malla de  $N = 7$  y  $N = 3$  de aproximadamente 0 %, y con respecto a  $N = 7$  y  $N = 5$  de 2,5 %. Se podría concluir que la sensibilidad de la malla es de buena precisión debido a que se consigue un porcentaje bajo.

Es importante destacar que el método que hemos utilizado para calcular el error no es incorrecto, ya que recopila una gran cantidad de puntos de la malla. Sin embargo, para obtener una estimación aún más precisa del error, se recomienda seleccionar más puntos, especialmente del interior de la malla. Esto se debe a que, como se puede observar en las figuras anteriores, la mayoría de los puntos se encuentran en el contorno interior o exterior. Al incluir puntos del interior, se tendría una representación más completa y precisa del comportamiento de la malla.

También cabría considerar que hay más formas de estimar el error entre mallas como por ejemplo hallar la diferencia de temperaturas mínimas y máximas y hallar el error medio, o también podría ser escogiendo un punto aleatorio que comparten las mallas entre sí o escoger la coordenada más cercana y calcular el error medio.

## 2.3. Apartado 3

Partiendo de la solución obtenida en el primer apartado, se considera el evento de una pérdida drástica de combustible. La condición de contorno en la frontera del depósito pasa a ser adiabática. Obtener la evolución temporal de la temperatura mínima alcanzada a lo largo del tiempo, así como la posición espacial donde se produce.

En esta situación ocurre un cambio de condición de contorno, donde la frontera interior del ala pasa de ser un contorno de temperatura constante a un contorno adiabático, considerándose un intercambio de calor nulo entre el ala y el depósito de combustible. Por lo tanto, las ecuaciones del problema son las siguientes

$$\begin{cases} \frac{\partial T}{\partial t} - k\Delta T = 0 & \text{en } D \times (0, t_f), \\ \frac{\partial T}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma_{int}} = 0 & \Gamma_{int} : \partial D \text{ interior para } t \in (0, t_f), \\ K \frac{\partial T}{\partial \vec{n}}|_{\Gamma_{ext}} = h(T_{ext} - T) & \Gamma_{ext} : \partial D \text{ exterior para } t \in (0, t_f), \\ T(x, y, 0) = T_i & \text{para } (x, y) \in D. \end{cases} \quad (7)$$

Comparando con las ecuaciones (5), en la primera de ellas se añade el término temporal porque ahora no estamos en régimen permanente. Con respecto a la segunda ecuación, cambia la condición tipo Dirichlet a tipo Neumann debido a que ahora el contorno interior es adiabático.

En cuanto a la última ecuación, se corresponde con la condición inicial del problema porque partimos del apartado 1 donde la temperatura del dominio es la del régimen permanente. También mencionar que no se nos especifica un intervalo de tiempo concreto ni un método de resolución específico, por lo que suponemos un intervalo variable para obtener resultados diversos, y una aplicación del método de Crank-Nicolson para obtener una precisión aceptable.

El método de Crank-Nicolson consiste en realizar una mezcla entre la resolución numérica del problema de valor inicial (discretización del tiempo) y el método de elementos finitos (discretización del espacio).

### 2.3.1. Planteamiento en Octave

Partiendo del código del apartado 1, añadimos el coeficiente de la difusividad térmica y definimos un intervalo temporal que parte de 0 hasta un tiempo  $t$  y un paso de tiempo delta. Además, agregamos las condiciones iniciales que serán las temperaturas de todo el dominio  $D$  del régimen permanente. Posteriormente, obtenemos las matrices de masas, convección, rigidez y el vector  $\mathbf{d}$  con la rutina `fem_mrc` para poder calcular las matrices que se necesitan para el problema parabólico, las cuales son

$$\mathbf{A} = \left(1 + \frac{a\Delta t}{2}\right) \mathbf{M} + \frac{b\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{k\Delta t}{2} \mathbf{R}, \quad (8)$$

$$\mathbf{B} = \left(1 - \frac{a\Delta t}{2}\right) \mathbf{M} - \frac{b\Delta t}{2} \mathbf{C} - \frac{k\Delta t}{2} \mathbf{R}, \quad (9)$$

donde el coeficiente  $a$  y  $b$  son nulos debido a que en la ecuación del calor para el problema parabólico no aparecen esos términos.

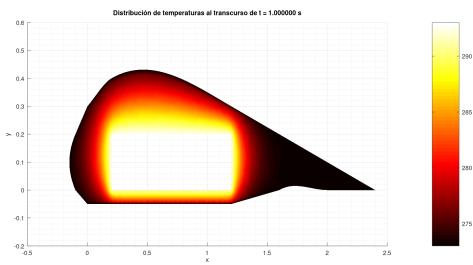
Finalmente se introducen las condiciones de contorno, una de tipo Neumann y una tipo Robin como se ha comentado anteriormente, donde la condición de Neumann nos dará valores

del vector  $\mathbf{d}$  y la de Robin además del vector  $\mathbf{d}$  nos dará valores para la matriz  $\mathbf{A}$  y se resuelve la siguiente ecuación

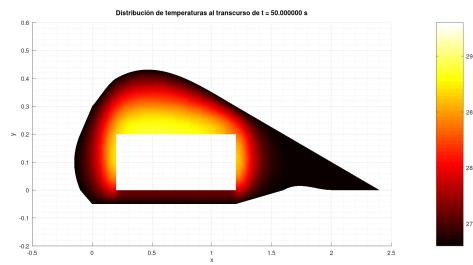
$$\mathbf{AT}^{n+1} = \mathbf{BT}^n + \Delta t (dT^{n+1} + \mathbf{T}^n), \quad u^{n+1} = u(x, y, t_{n+1}). \quad (10)$$

### 2.3.2. Resultados

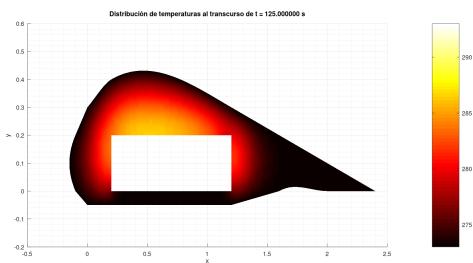
Tras el planteamiento del código con OCTAVE se obtienen los siguientes resultados.



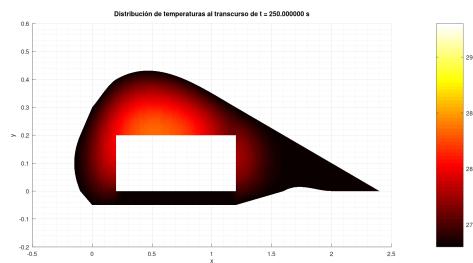
**Figura 14:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 1$  s.



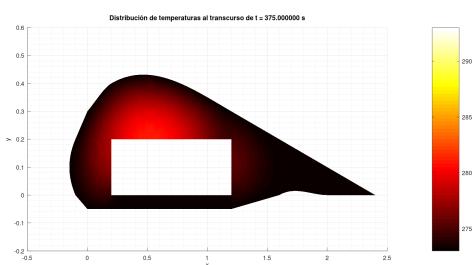
**Figura 15:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 50$  s.



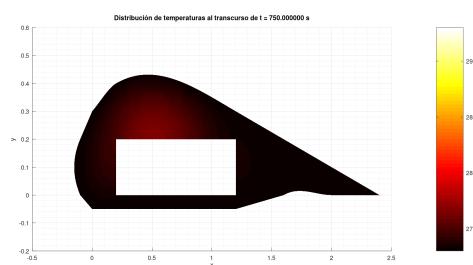
**Figura 16:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 125$  s.



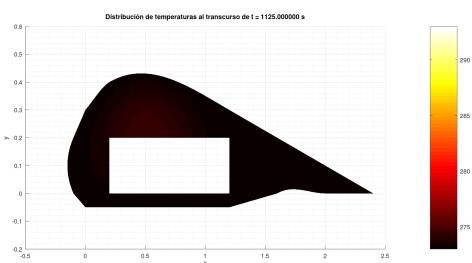
**Figura 17:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 250$  s.



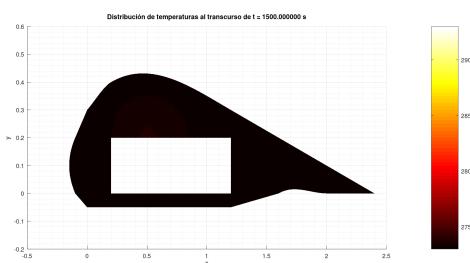
**Figura 18:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 350$  s.



**Figura 19:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 750$  s.



**Figura 20:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 1125$  s.



**Figura 21:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 1500$  s.

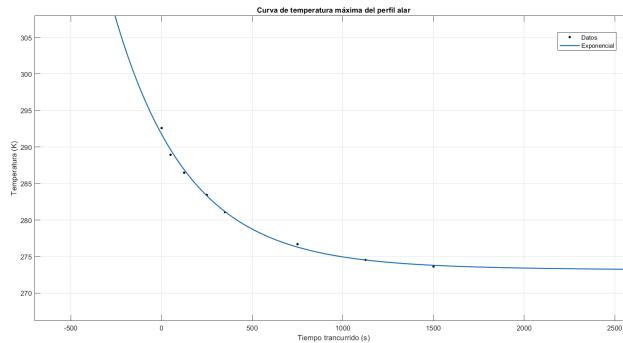
Observando las figuras superiores podemos apreciar la disipación de la temperatura a lo largo del tiempo del perfil alar, habiendo partido del perfil de temperaturas de la Figura 8. Cabe destacar que la zona que tiene una mayor velocidad de enfriamiento corresponde a la zona inferior del contorno del depósito a razón de que tiene un espesor no muy grueso, por lo que la disipación entre el interior y el exterior es bastante rápido con respecto al resto del dominio, apreciándose gráficamente entre la Figura 14 y la Figura 15, donde ha transcurrido un tiempo total de 50 s.

A medida que progresá el tiempo, se percibe cómo se disipa la temperatura notablemente, y para un tiempo transcurrido de 750 s se contempla que el perfil se encuentra casi a temperatura ambiente, habiendo una temperatura máxima de 276,70 K.

$t = 1$ s	$t = 50$ s	$t = 125$ s	$t = 250$ s	$t = 350$ s	$t = 750$ s	$t = 1125$ s	$t = 1500$ s
$T_{min}$	273	273	273	273	273	273	273
$T_{max}$	292,60	288,94	286,48	283,45	281,09	276,70	274,54

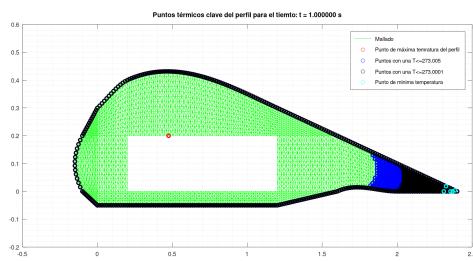
**Cuadro 1:** Intervalo de temperaturas máximas y mínimas en K para cada instante de tiempo.

Del cuadro anterior, destacar que las temperaturas máximas a medida que progresá el tiempo disminuyen, y representando estos puntos gráficamente se concluye que la temperatura máxima se ajusta a una función exponencial decreciente como se muestra en la Figura 22, interpretándose que la temperatura máxima se disipa a una razón cada vez menor de tiempo para alcanzar la temperatura exterior.

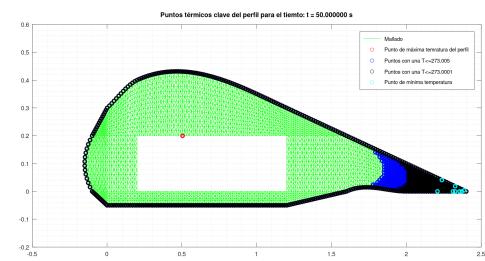


**Figura 22:** Ajuste exponencial de temperaturas máximas.

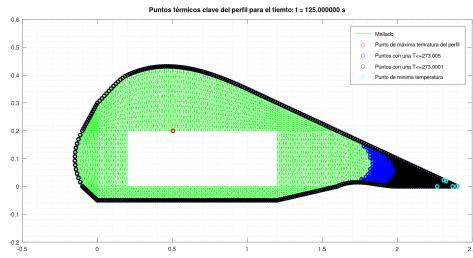
Por último, añadir que hemos obtenido la siguientes áreas de distribución de temperaturas mínimas y punto máximo de temperatura, las cuales nos darán una idea de cómo será la evolución del enfriamiento del ala de forma espacial.



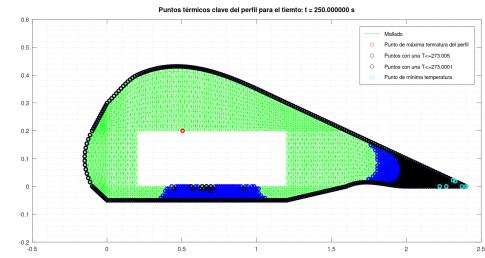
**Figura 23:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 1$  s.



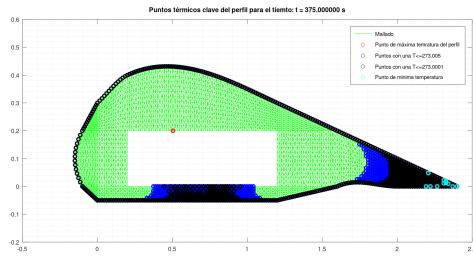
**Figura 24:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 50$  s.



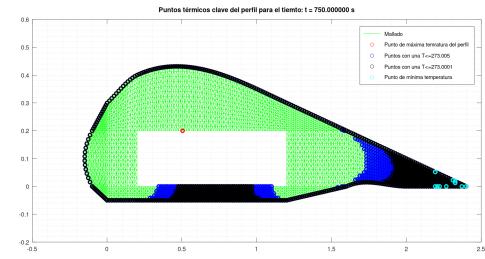
**Figura 25:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 125$  s.



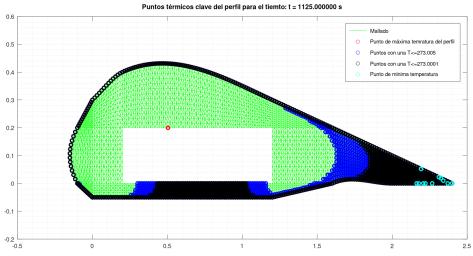
**Figura 26:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 250$  s.



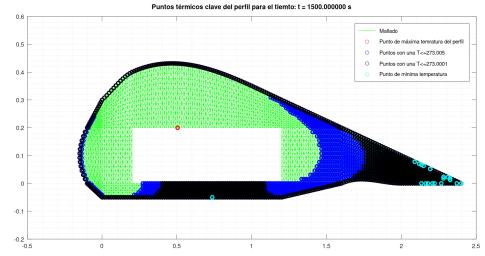
**Figura 27:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 375$  s.



**Figura 28:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 750$  s.



**Figura 29:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 1125$  s.



**Figura 30:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $t = 1500$  s.

De acuerdo con las figuras superiores, observamos que a medida que aumenta el tiempo, la propagación de los puntos negros y azules aumenta, queriendo decir que las primeras zonas en acercarse lo más próximo a la temperatura exterior son el extremo derecho del ala y la parte inferior del depósito.

Por otra parte, el punto rojo representa la coordenada donde se alcanza la máxima temperatura, cuya distancia mínima a la superficie exterior es máxima con respecto al resto de coordenadas, es decir, es el punto cuyo radio al contorno exterior de manera tangente, es máximo.

La ubicación espacial de los puntos con mínima temperatura son los azules claros, que equivalen a una temperatura de 273 K, los negros a una temperatura de 273,0001 K y los azules oscuros 273,005 K.

Por último, cabría resaltar que la posición de los puntos azules claros deberían de ubicarse de forma conjunta desde el extremo derecho, pero a causa de la imprecisión del código, habrá un pequeño error de acuerdo con esta distribución.

## 2.4. Apartado 4

Repetir el primer apartado con diferentes valores de la conductividad del material, así como diferentes constantes  $h$  de la condición de convección.

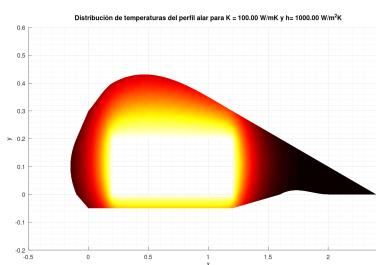
En primer lugar, para conocer a priori lo que podría suponer un aumento o disminución de la conductividad térmica o del coeficiente de convección, debemos recordar sus definiciones.

Por una parte, la conductividad térmica significa la capacidad de transferir calor a través de un material, es decir, si la conductividad térmica de un material es alta, esto significa que el material tiene una gran capacidad para homogeneizarse térmicamente, mientras que por el contrario tendría un perfil de temperaturas no homogéneo, sin gran capacidad de propagarse térmicamente.

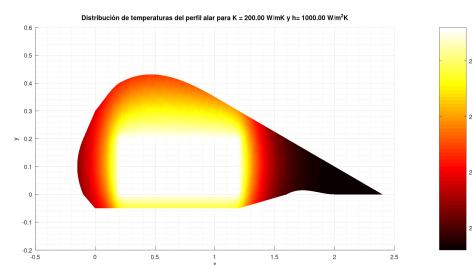
Por otra parte, en relación al coeficiente de convección, se puede decir que relaciona la capacidad de transferencia de calor entre un fluido y una superficie sólida, implicando que un aumento del coeficiente de convección provocaría una mayor facilidad de transmisión de calor entre el fluido y la superficie sólida, que en el caso contrario representaría una muy baja capacidad de transferencia de calor entre el fluido y la superficie sólida.

### 2.4.1. Resultados

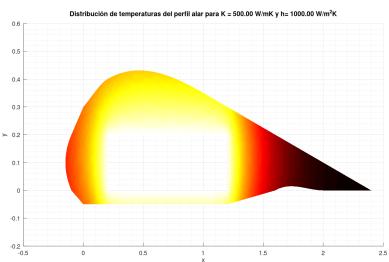
Por lo tanto, habiendo sentado estas definiciones obtenemos las siguientes distribuciones de temperaturas.



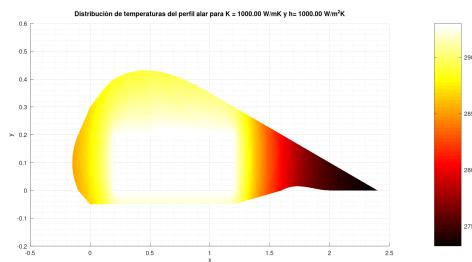
**Figura 31:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 100 \frac{W}{mK}$  y  $h = 1000 \frac{W}{m^2K}$



**Figura 32:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 200 \frac{W}{mK}$  y  $h = 1000 \frac{W}{m^2K}$



**Figura 33:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 500 \frac{W}{mK}$  y  $h = 1000 \frac{W}{m^2K}$



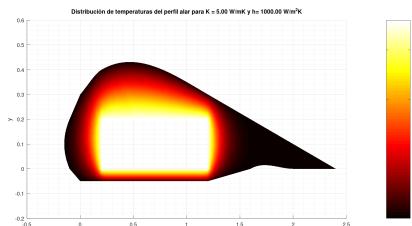
**Figura 34:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 1000 \frac{W}{mK}$  y  $h = 1000 \frac{W}{m^2K}$

De acuerdo a los resultados, podemos apreciar que a medida que aumenta la conductividad térmica manteniendo el coeficiente de convección constante, se nota cómo aumenta progresivamente alrededor de los bordes del depósito la temperatura del ala, debido a como hemos

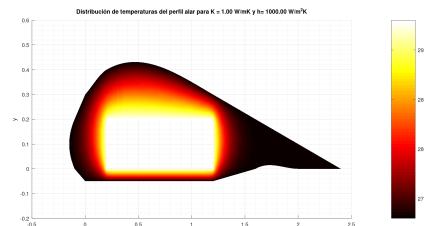
comentado anteriormente, que esta propiedad del material está directamente relacionada con la capacidad de transferir el calor.

Por otra parte, la temperatura mínima del perfil aún se mantiene en el extremo derecho del ala, aumentando esta según aumenta la conductividad térmica. De forma análoga a la Figura 10, se obtendrían perfiles similares pero disminuyendo notablemente la zona de puntos con temperaturas bajas.

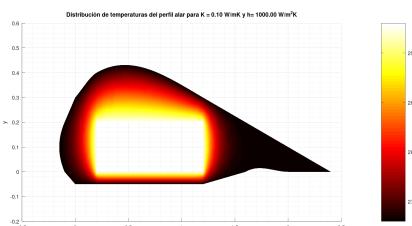
Y para el caso de conductividades térmicas menores a la inicial el razonamiento sería totalmente análogo e inverso, obteniéndose como por ejemplo los siguientes perfiles.



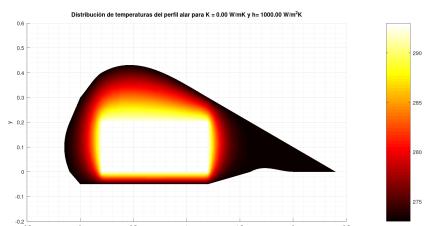
**Figura 35:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 5 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



**Figura 36:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 1 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



**Figura 37:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 0,1 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

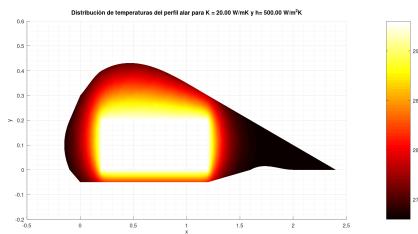


**Figura 38:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

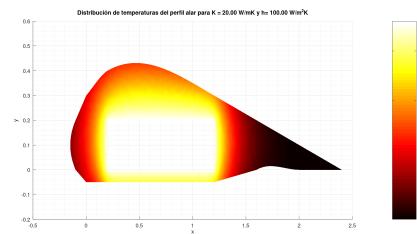
La única diferencia notable en este caso, en comparación con el aumento de la conductividad, es que al disminuir la conductividad, el perfil de temperaturas converge hacia un estado estable.

Totalmente análogo sucede con la convección pero inversamente, porque al tender la convección a un número alto se obtiene el mismo resultado que cuando se tiene una conductividad térmica muy baja, y lo mismo ocurre cuando se tiene una convección muy baja, es igual a cuando se tiene una conductividad muy alta.

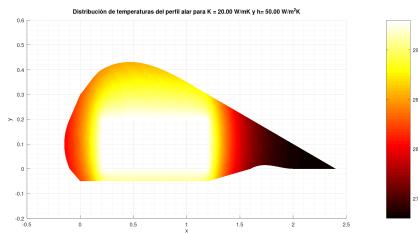
Por último se concluye que los efectos de la conductividad y la convección son efectos contrarios en este caso, obteniendo resultados iguales pero cuando se aumenta uno y se disminuye el otro.



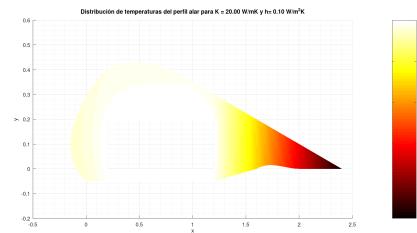
**Figura 39:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 500 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



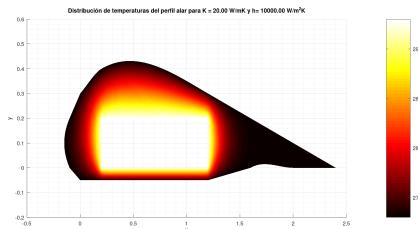
**Figura 40:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 100 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



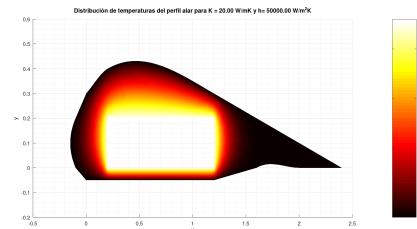
**Figura 41:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 50 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



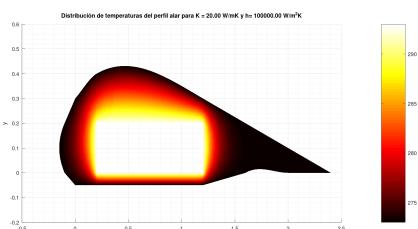
**Figura 42:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 0,1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



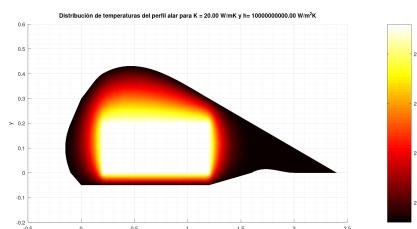
**Figura 43:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



**Figura 44:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



**Figura 45:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 10^5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$



**Figura 46:** Distribución de temperaturas en el plano XY para  $K = 20 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  y  $h = 10^{10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$

### 3. Anexo

#### 3.1. Códigos de cada apartado

Códigos de los [apartados](#).

##### 3.1.1. Guía de ejecución para el apartado 1

Para ejecutar el código correctamente en este apartado, primero se debe de ejecutar el script `Apartado1N7.m` en OCTAVE para así autoguardarse dos ficheros, uno llamado `xx.txt` y otro `yy.txt`. Luego, se ejecuta en MATLAB el script `A1puntosfronteraN7.m` donde se importan automáticamente una vez ejecutado el código los txt anteriores mencionados. Análogamente para el resto de apartados debe de usarse OCTAVE y MATLAB para los scripts que tienen nombre similar.

Después de su ejecución, se guardarán dos txt, `frontd.txt` y `frontr.txt`, que respectivamente representan los índices de los nodos de la frontera interior y exterior. Finalmente, se vuelve al script `Apartado1N7.m` en OCTAVE para que se termine de ejecutar el código ya que se importan los txt de las fronteras y así obtener la resolución de este apartado.

##### 3.1.2. Guía de ejecución para el apartado 2

En este apartado, el código utilizado es muy similar, solo cambia la densidad de nodos utilizados y se añade un nuevo script y se guardan algunos txt. Para ejecutar los códigos correctamente, primero se debe de ejecutar `Apartado2N3.m`, luego `A2puntosfronteraN3.m` y después volver a ejecutar `Apartado2N3.m`. Esto mismo debe de hacerse con los otros scripts con las terminaciones N5 y N7. Por último, se ejecuta el script `A2ERROR.m`.

##### 3.1.3. Guía de ejecución para el apartado 3

El orden de ejecución para este apartado es el siguiente: primero el script `Apartado3N7.m` para guardar las coordenadas x e y; luego ejecutar `A3puntosfronteraN7.m` para obtener las fronteras y luego ejecutar `Apartado3N7.m` para importar las fronteras y obtener la resolución de este apartado 3.

##### 3.1.4. Guía de ejecución para el apartado 4

Como este apartado es igual al primero y solo se cambian unas variables, su ejecución es exactamente igual, solo que varían los valores de  $K$  y  $h$  manualmente.

### 3.2. Vídeo del apartado 3

Enlace al [vídeo](#) de cómo se disipa la temperatura en el perfil del ala.