Examen SIC3601
Contrôle final 1
10/06/2025

NOM et Prénom:

A reporter sur la **feuille de réponses**

Durée : 90 minutes.
Aucun document ni appareil électronique (calculatrice, téléphone,...) n'est autorisé.

- *Les questions ♣ peuvent avoir une, plusieurs ou aucune bonne(s) réponse(s) et rapportent* `max(0, M - nombre d'erreurs)` *point(s), où M vaut 2 par défaut et pourra être ajusté si la question se révèle difficile.*
- *Les autres questions ont une unique bonne réponse et rapportent $-\frac{1}{4}$ ou 1 point(s) pour une mauvaise ou bonne réponse respectivement.*

Détacher soigneusement la **fiche séparée de réponses** *à la fin.*
Sur cette dernière, les **bonnes réponses** *doivent être* **complètement noircies**.
Aucune réponse dans la partie sujet ne sera prise en compte.

Question 1 Un filtre numérique défini par sa fonction de transfert en z $H[z]$ ou par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est causal si et seulement si:

- [A] Le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \mid R_1 < |z| < R_2\}$ où R_2 est un réel positif (càd un anneau compris entre les cercles centrés en 0 et de rayon R_1 et R_2).
- [B] $h_n = 0$ pour tout $n < 0$.
- [C] $H[z] = 0$ pour tout $z < 0$.
- [D] Le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque centré en 0.

Question 2 Un filtre numérique rationnel défini par sa fonction de transfert en z $H[z]$ ou par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{\in\mathbb{Z}}$ est stable si et seulement si:

- [A] Les pôles de $H[z]$ sont à partie réelle négative.
- [B] La réponse impulsionnelle est bornée (càd il existe $M \in \mathbb{R}_+^*$ tel que pour tout n, $|h_n| < M$).
- [C] Le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > R\}$, où $R \in \mathbb{R}_+^*$.
- [D] $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |h_k|$ est fini.

Question 3 ♣ Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal déterministe temps continu à valeurs réelles, bande étroite et de fréquence centrale f_0. On lui associe son signal analytique $(z_x(t))_{t\in\mathbb{R}}$, son enveloppe complexe $(\xi_x(t))_{t\in\mathbb{R}}$, et sa transformée de Hilbert $(\widehat{x}(t))_{t\in\mathbb{R}}$. Indiquer les égalités vraies.

- [A] $z_x(t) = \xi_x(t)e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t}$
- [B] $x(t) = \Re[z_x(t)]$
- [C] $\xi_x(t) = x(t) + \mathrm{i}\widehat{x}(t)$
- [D] $x(t) = \Re[\widehat{x}(t)e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t}]$
- [E] $x(t) = \Re[\xi_x(t)]$
- [F] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 4 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal dont l'expression de la transformée en z est donnée par $X[z] = \frac{1}{1-az^{-1}}$ (où $a \in \mathbb{C}$ est fixé).

- [A] La transformée en z de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \neq |a|\}$.
- [B] La transformée en z de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \mid z \neq a\}$.
- [C] Sans autre information sur $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, on sait que sa transformée en z converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > |a|\}$.
- [D] Selon $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, sa transformée en z converge sur l'un ou l'autre des domaines $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < |a|\}$ ou $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > |a|\}$, mais pas les deux.

Question 5 Soient $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ et $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ deux signaux d'énergie finie et $X(f)$, $Y(f)$ leurs transformées de Fourier respectives. Alors on a:

- [A] $\int_{\mathbb{R}} x(t)y(t)^*\,dt = \int_{\mathbb{R}} X(f)Y(f)^*\,df.$
- [B] $\int_{\mathbb{R}} |x(t)y(t)|^2\,dt = \int_{\mathbb{R}} |X(f)Y(f)^*|^2\,df.$
- [C] $\int_{\mathbb{R}} |x(t)y(t)|\,dt = \int_{\mathbb{R}} |X(f)Y(f)^*|\,df.$
- [D] $\int_{\mathbb{R}} |x(t)+y(t)|\,dt = \int_{\mathbb{R}} |X(f)+Y(f)|\,df.$

Question 6 Pour un signal temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, quel lien existe-t-il entre sa transformée en z (notée $X[z]$) et sa transformée de Fourier temps discret (notée $X(f)$)?

- [A] Lorque l'axe réel pur appartient au domaine de convergence de la transformée en z, on a $X(f) = X[2\pi f]$.
- [B] Lorsque le cercle unité appartient au domaine de convergence de la transformée en z, on a $X(f) = X[e^{i2\pi f}]$.
- [C] Il n'existe aucun lien entre les deux. La transformée de Fourier indique les fréquences présentes dans le signal, tandis que la transformée en z indique la relation de récurrence qui définit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.
- [D] La variable z de la transformée en z correspond à la pulsation. z est donc la pulsation de fréquence renormalisée par la fréquence d'échantillonnage f_e, c'est-à-dire $z = 2\pi f/f_e$.

Question 7 Si $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 7 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ et si on note $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix}$ la transformée de Fourier discrète de la suite d'échantillons contenus dans le vecteur x, que vaut X_0?

- [A] 4
- [B] $+\sqrt{3} + i2\pi$
- [C] -1
- [D] 2

Question 8 Pour définir une densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire, il faut que:

- [A] Toutes les trajectoires du signal soient d'énergie finie.
- [B] Ce signal soit stationnaire au sens large.
- [C] La transformée de Fourier du signal soit ergodique.
- [D] Le module de la transformée de Fourier du signal soit borné.

Question 9 Concernant l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide (ou FFT):

- [A] Il effectue un produit matriciel de transformée de Fourier discrète lorsque le nombre d'échantillons est une puissance de 2.
- [B] C'est un algorithme rapide de calcul de transformée de Fourier à temps continu.
- [C] C'est un algorithme rapide de calcul temps réel de la transformée de Fourier d'un signal analogique.
- [D] Il effectue un produit matriciel de transformée de Fourier discrète lorsque le nombre d'échantillons est un multiple de 2.

Question 10 ♣ Soit $x(t)$ un signal et $X(f)$ sa transformée de Fourier (ce que l'on note par: $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$). Alors:

- [A] $x(at) \xrightarrow{\text{TF}} aX(af)$
- [B] si $x(t)$ est réel, alors $X(f) = X(-f)^*$.
- [C] $x(t)e^{i2\pi f_0 t} \xrightarrow{\text{TF}} X(f-f_0)$
- [D] $x(t+t_0) \xrightarrow{\text{TF}} X(ft_0)$
- [E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 11 Soit la transformée en z donnée par $X[z] = \frac{z(3z-2)}{(3z-1)(2z-1)}$, dont on donne la décomposition $X[z] = \frac{1}{2} + \frac{1}{3z-1} + \frac{1}{2(2z-1)}$.

- [A] Avec le domaine de convergence $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 1/2\}$, on a $x_n = \begin{cases} 2^{n-1} - 3^n & \text{si } n \geq 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$
- [B] Avec le domaine de convergence $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1/2\}$, on a $x_n = \begin{cases} 2^{n-1} - 3^n & \text{si } n \geq 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$
- [C] Avec le domaine de convergence $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1/2\}$, on a $x_n = \begin{cases} (-1)^n + 2\frac{2^{n-1}}{3^{n-1}} & \text{si } n \leq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$
- [D] Avec le domaine de convergence $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > 1/2\}$, on a $x_n = \begin{cases} 3^{-n} - 2^{-n-1} & \text{si } n \geq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Question 12 Quel est le but principal de la modulation analogique ?

- [A] Réduire la puissance du signal.
- [B] Adapter un signal à la transmission sur un canal donné.
- [C] Convertir un signal numérique en signal analogique.
- [D] Supprimer les interférences.

Question 13 ♣ Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal numérique de transformée de Fourier temps discret $X(f)$ et $y_n = (-1)^n x_n$ de transformée de Fourier à temps discret $Y(f)$.

- [A] le signal $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ a les hautes fréquences et basses fréquences inversées par rapport à $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.
- [B] d'après la propriété de modulation de la transformée de Fourier, $Y(f) = X(f + \frac{1}{2})$.
- [C] On a $Y(f) = X(-f)$.
- [D] On a $Y(f) = X(f + 1/2)$.
- [E] On a $Y(f) = X(f - 1/2)$.
- [F] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 14 Soit un processus aléatoire $x_n = w_n + \alpha$, où:

- w_n est un bruit blanc stationnaire de moyenne nulle,
- $\alpha \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ est une constante aléatoire indépendante de t,
- α et w_n sont indépendants.

Le processus x_n est-il stationnaire au second ordre ?

- [A] Oui, mais uniquement si $\sigma = 0$.
- [B] Non, car la moyenne dépend de la valeur aléatoire de α.
- [C] Oui, car sa moyenne est constante et son autocorrélation ne dépend que du décalage temporel.
- [D] Non, car le bruit blanc w_n n'a pas de corrélation définie.

Question 15 Soit un processus aléatoire $x_n = w_n + \alpha$, où:

- w_n est un bruit blanc stationnaire de moyenne nulle,
- $\alpha \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ est une constante aléatoire indépendante de t,
- α et w_n sont indépendants.

Le processus x_n est-il ergodique au second ordre?

A Non, car le bruit blanc n'est pas intégrable sur $\mathbb{R}$.

B Oui, car le processus est stationnaire et centré.

C Oui, car toutes les réalisations ont la même moyenne temporelle nulle.

D Non, car la moyenne temporelle d'une réalisation dépend de la valeur de α.

Question 16 Quelle affirmation est correcte concernant la bande passante d'un signal modulé en amplitude (AM)?

A Elle est deux fois la fréquence du signal modulant.

B Elle est nulle.

C Elle est deux fois la bande passante du signal modulant.

D Elle est égale à celle du signal modulant.

Question 17 ♣ On note $\mathcal{S}_B \subset L^2(\mathbb{R})$ l'espace des signaux à bande limitée dans $[-B, B]$. Soit $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$, et $\tilde{x}(t)$ sa projection orthogonale sur $\mathcal{S}_B$.
Quelle(s) affirmation(s) est(sont) correcte(s)?

A $\tilde{x}(t)$ est obtenu en convoluant $x(t)$ avec $h(t) = 2B \cdot \mathrm{sinc}(2\pi Bt)$.

B $\tilde{x}(t)$ est le seul signal de $\mathcal{S}_B$ dont les échantillons $x(nT)$, avec $T = \frac{1}{2B}$, coïncident avec ceux de $x(t)$.

C $\tilde{x}(t)$ est le signal de $\mathcal{S}_B$ qui coïncide avec $x(t)$ en un maximum d'instants.

D $\tilde{x}(t)$ est le signal de $\mathcal{S}_B$ dont la transformée de Fourier minimise $\|\hat{x} - \hat{\tilde{x}}\|_{L^2(\mathbb{R})}$.

E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 18 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal déterministe à temps discret et $X[z]$ sa transformée en z. On ne suppose rien sur ce signal et il peut prendre des valeurs non nulles pour $n \geq 0$ et/ou pour $n \leq 0$.

A Le domaine de convergence de $X[z]$ est l'intervalle $]-R, R[$ dans $\mathbb{R}$, où R est le rayon de convergence.

B Le domaine de convergence de $X[z]$ est un cercle dans $\mathbb{C}$ du type $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = R\}$, où $R \geq 0$ est le rayon de convergence.

C Le domaine de convergence de $X[z]$ est un anneau dans $\mathbb{C}$ du type $\{z \in \mathbb{C} \mid R_1 < |z| < R_2\}$ (avec $0 \leq R_1, R_2 \leq +\infty$).

D Le domaine de convergence de $X[z]$ est un disque dans $\mathbb{C}$ du type $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq R\}$, où $R \geq 0$ est le rayon de convergence.

Question 19 Soit le filtre numérique de réponse en fréquence $H(f)$ dont le module au carré est donné par:

$$|H(f)|^2 = \frac{5}{4} - \cos(2\pi f)$$

De quel type est ce filtre?

- [A] Oscillateur
- [B] Passe-haut
- [C] Passe-bas
- [D] Passe-bande
- [E] Coupe-bande
- [F] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 20 Soient $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ et $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ deux signaux à temps continu. On note $z = x \star y$ leur produit de convolution.

- [A] On a $z(t) = x(t)y(t)$, ce qui est conforme avec le fait que le produit de convolution est commutatif.
- [B] On a $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)\,d\theta$ et aussi $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta)x(t-\theta)\,d\theta$.
- [C] On a $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(\theta-t)\,d\theta$ et aussi $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta)x(\theta-t)\,d\theta$.
- [D] On a $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)\,d\theta$ mais, sauf cas particulier, $z(t) \neq \int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta)x(t-\theta)\,d\theta$.

Question 21 ♣ Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal d'énergie finie notée E_x. On note $(\gamma_x(k))_{k\in\mathbb{Z}}$ sa fonction d'autocorrélation en énergie et $\Gamma_x(f)$ sa densité spectrale d'énergie.

- [A] $E_x = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \gamma_x(k)$.
- [B] $E_x = \Gamma_x(0)$.
- [C] $E_x = \int_0^1 \Gamma_x(f)\,df$.
- [D] $E_x = \sum_{n\in\mathbb{Z}} |x_n|^2$.
- [E] $E_x = \sum_{k\in\mathbb{Z}} |\gamma_x(k)|^2$.
- [F] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 22 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal et $X(f)$ sa transformée de Fourier (ce que l'on note par $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$). Alors:

- [A] $x(\lambda t) \xrightarrow{\text{TF}} \lambda X(\lambda f)$ pour tout $\lambda \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.
- [B] $x(\lambda t) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{|\lambda|}X(\frac{f}{\lambda})$ pour tout $\lambda \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.
- [C] $x(\lambda t) \xrightarrow{\text{TF}} |\lambda| X(\lambda f)$ pour tout $\lambda \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.
- [D] $x(\lambda t) \xrightarrow{\text{TF}} X(\frac{f}{|\lambda|})$ pour tout $\lambda \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Question 23 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal à valeurs réelles et bande limitée $[-B, B]$ et soit $f_0 \gg B$. On considère $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ défini par $y(t) = x(t)\cos(2\pi f_0 t)$.

- [A] La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[B-f_0, B+f_0]$; ce n'est pas un signal bande étroite.
- [B] La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[f_0-B, f_0+B]\cup[-f_0-B, -f_0+B]$; c'est un signal bande étroite.
- [C] La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[-f_0, +f_0]$; ce n'est pas un signal bande étroite.
- [D] La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[B-f_0, B+f_0]\cup[-B-f_0, -B+f_0]$; c'est un signal bande étroite.
- [E] La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[-f_0+B, f_0-B]$; c'est un signal bande étroite.

Question 24 Un signal sinusoïdal pur de fréquence 111Hz est échantillonné. La durée entre deux échantillons est de 0,01s.

- [A] La condition d'échantillonnage de Shannon est respectée.
- [B] La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 20Hz.
- [C] La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 18Hz.
- [D] La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 11Hz.

Question 25 Pour un système linéaire et invariant dans le temps (LTI), la sortie est donnée par:

- [A] L'intégrale de la sortie précédente.
- [B] La dérivée de l'entrée.
- [C] La convolution de l'entrée avec la réponse impulsionnelle.
- [D] Le produit point par point de l'entrée et de la réponse impulsionnelle.

Question 26 On note $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}/(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal temps continu/temps discret respectivement.

- [A] La transformée de Fourier à temps discret est donnée par $(X(n))_{n\in\mathbb{Z}}$, où $X(.)$ représente la transformée de Fourier de $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$.
- [B] La transformée de Fourier à temps discret est donnée par $X(f) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \left(x_n \int_n^{n+1} e^{-\mathrm{i}2\pi ft}\,\mathrm{d}t\right)$.
- [C] La transformée de Fourier à temps discret est définie dès que $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est borné.
- [D] La transformée de Fourier à temps discret est donnée par $X(f) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi nf}$.

Question 27 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal déterministe à temps discret et $X[z]$ sa transformée en z.

- [A] Si $x_n = 0$ pour tout $n > 0$, alors, quelles que soient les valeurs de x_n pour $n \leq 0$, il existe $R > 0$ tel que $X[z]$ converge sur $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > R\}$ (complémentaire d'un disque).
- [B] Si $x_n = 0$ pour tout $n < 0$, alors, quelles que soient les valeurs de x_n pour $n \geq 0$, il existe $R \geq 0$ tel que $X[z]$ converge sur $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > R\}$ (complémentaire d'un disque).
- [C] Si $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est borné, alors $X[z]$ converge sur le cercle unité.
- [D] Si $x_n = 0$ pour tout $n < 0$, alors, quelles que soient les valeurs de x_n pour $n \geq 0$, il existe $R > 0$ tel que $X[z]$ converge sur $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < R\}$ (intérieur d'un disque).

Question 28 ♣ La transformée de Hilbert du signal défini pour tout $t \in \mathbb{R}$ par $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ (où f_0 est une constante positive):

- [A] vaut $\widehat{x}(t) = \frac{1}{2}\Big(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0)\Big)$. En effet, on peut écrire $x(t) = \frac{1}{2}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} + e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t})$ et on sait que la transformée de Hilbert de l'exponentielle est un Dirac, noté ici δ.
- [B] vaut $\widehat{x}(t) = \frac{1}{2}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t - \mathrm{i}\pi/2} + e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t + \mathrm{i}\pi/2})$. En effet, on peut écrire $x(t) = \frac{1}{2}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} + e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t})$ et on sait que la transformée de Hilbert d'une exponentielle pure est obtenue par un déphasage pur de $-\pi/2$ si pour une fréquence positive et $+\pi/2$ pour une fréquence négative.
- [C] vaut $\widehat{x}(t) = \sin(2\pi f_0 t)$. Le signal analytique associé à $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est alors bien $e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} = x(t) + \mathrm{i}\widehat{x}(t)$.
- [D] vaut $\widehat{x}(t) = \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big(\delta(f - f_0) - \delta(f + f_0)\Big)$. En effet, on peut écrire $x(t) = \frac{1}{2\mathrm{i}}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} - e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t})$ et on sait que la transformée de Hilbert de l'exponentielle est un Dirac, noté δ.
- [E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 29 Pour qu'un signal à bande limité $[-B, B]$ soit entièrement défini par ses échantillons $x(nT_e)$, prélevés à la fréquence $F_e = \frac{1}{T_e}$, la condition de Shannon-Nyquist indique qu'il faut que:

- A $\frac{2}{B} \geq T_e$
- B $\frac{1}{B} \geq \frac{1}{F_e}$
- C $F_e \geq 2B$
- D $\frac{2}{T_e} \geq B$
- E $\frac{1}{F_e} \geq 2B$
- F $2B \geq T_e$

Question 30 ♣ La transformée de Fourier discrète d'un vecteur $\mathbf{x} = (x_0, \ldots, x_{N-1})^\top$:

- A ne peut se calculer que si N est une puissance de 2.
- B est définie par:

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi f n}.$$

- C évalue les valeurs de la fonction $X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi f n}$ pour f prenant respectivement les valeurs $0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \ldots, \frac{N-1}{N}$.
- D calcule le produit matriciel ci-dessous:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 & \cdots & w^{N-1} \\ 1 & w^2 & w^4 & \cdots & w^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & w^{N-1} & w^{2(N-1)} & \cdots & w^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{pmatrix} \qquad \text{avec: } w = e^{-\mathrm{i}2\pi/N}.$$

- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 31 Le domaine de convergence de la transformée en z d'un signal à temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$:

- A est vide sauf pour des signaux de durée finie.
- B n'a aucun intérêt puisque seule l'expression de la transformée en z nous intéresse.
- C donne une indication sur l'inversibilité de la transformée en z: le cercle unité doit en effet appartenir au domaine de convergence.
- D est important car une même fonction de la variable complexe z considérée sur des domaines de convergence distincts peut être la transformée en z de deux signaux à temps discret distincts.

Question 32 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal aléatoire dans $\mathbb{R}$ à temps discret, stationnaire au sens large, centré. On note $\hat{x}_n$ la prédiction linéaire de x_n en fonction de x_{n-1} (qui s'écrit donc $\hat{x}_n = \lambda x_n$ pour un $\lambda \in \mathbb{R}$) telle que $\mathbb{E}\{(x_n - \hat{x}_n)^2\}$ soit minimal.

- A Si $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un bruit blanc, $\hat{x}_n = 0$.
- B Si $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un bruit blanc, $\hat{x}_n = x_{n-1}$.
- C $\hat{x}_n = \frac{\mathbb{E}\{x_{n-1}^2\}}{\mathbb{E}\{x_n^2\}} x_{n-1}$.
- D $\hat{x}_n = \frac{\mathbb{E}\{x_n^2\}}{\mathbb{E}\{x_n x_{n-1}\}} x_{n-1}$.

Question 33 ♣ Parmi les égalités ci-dessous, indiquer celles qui sont vraies (t est la variable muette de dépendance des signaux et f la variable muette des fréquences correspondantes, $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$ indique que $X(f)$ est la transformée de Fourier de $x(t)$, a et L sont des constantes).

- [A] $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big[\delta(f-a) - \delta(f+a)\Big]$
- [B] $\cos(2\pi at) \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{2}\Big[\delta(f-a) + \delta(f+a)\Big]$
- [C] $\cos(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a))$
- [D] $\cos(2\pi at)\mathbb{1}_{[-L,L]}(t) \xrightarrow{\text{TF}} L\Big[\mathrm{sinc}(2\pi L(f-a)) + \mathrm{sinc}(2\pi L(f+a))\Big]$
- [E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 34 Soit $T \in \mathbb{R}_+$ et $p_T(t)$ le signal porte défini par $p_T(t) = 1$ si $t \in [-T/2, T/2]$ et $p_T(t) = 0$ si $t \notin [-T/2, T/2]$. La transformée de Fourier $P_T(f)$ de $p_T(t)$:

- [A] est à valeurs complexes (et non pas réelles), comme c'est le cas pour toutes les transformées de Fourier.
- [B] n'est pas dérivable car le signal $p_T(t)$ n'est pas continu.
- [C] vaut: $P_T(f) = T\left(\dfrac{\sin(\pi fT)}{\pi fT}\right)^2$ si $f \neq 0$ et $P_T(0) = 1$.
- [D] vérifie l'égalité: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} |P_T(f)|^2\, df = T$.

Question 35 Soit le filtre causal défini par sa fonction de transfert en z ci-dessous:

$$H[z] = \frac{0.4 + 0.7z^{-1} - 0.6z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.6z^{-2}}$$

En notant $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ l'entrée et $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ la sortie de ce filtre, quelle est sa relation entrée-sortie?

- [A] $y_n = 0.4x_n + 0.7x_{n-1} - 0.6x_{n-2} + 1.5y_{n-1} - 0.6y_{n-2}$.
- [B] $y_n = -0.6x_n + 0.7x_{n-1} + 0.4x_{n-2} + 1.5y_{n-1} - 0.6y_{n-2}$.
- [C] $y_n = \frac{1}{0.4}\left[x_n - 1.5x_{n-1} + 0.6x_{n-2} - 0.7y_{n-1} + 0.6y_{n-2}\right]$.
- [D] $y_n = \frac{1}{0.4}\left[x_n - 1.5x_{n-1} + 0.6x_{n-2} + 0.6y_{n-1} - 0.7y_{n-2}\right]$.

Question 36 ♣ Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal aléatoire stationnaire au sens large, à valeurs réelles et dont la densité spectrale de puissance vaut $\Gamma_x(f) = \sigma^2$.

- [A] La fonction d'autocorrélation du signal est $\sigma^2\delta_n$.
- [B] La fonction d'autocorrélation du signal est $x_n x_{n-k}$.
- [C] Ce signal est un bruit blanc.
- [D] Ce signal n'est pas un bruit blanc.
- [E] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 37 On réalise l'échantillonnage d'un signal audio pour lequel seules les fréquences inférieurs à 20kHz (seuil de sensibilité de l'oreille humaine) nous importent. L'environnement est potentiellement bruité sur un large spectre (par exemple bruits industriels haute fréquence,...). La fréquence d'échantillonnage choisie est 44kHz.

- A Un filtre anti-repliement (anti-aliasing) est un filtre faible bruit placé juste *après* l'échantillonnage. Ici, un choix correct serait un passe bas de fréquence de coupure 20kHz.
- B Un filtre anti-repliement (anti-aliasing) est un filtre faible bruit placé juste *après* l'échantillonnage. Ici, un choix correct serait un passe bas de fréquence de coupure 44kHz.
- C Un filtre anti-repliement (anti-aliasing) est un filtre faible bruit placé juste *avant* de procéder à l'échantillonnage. Ici, un choix correct serait un passe bas de fréquence de coupure 20kHz.
- D Un filtre anti-repliement (anti-aliasing) est un filtre faible bruit placé juste *avant* de procéder à l'échantillonnage. Ici, un choix correct serait un passe bas de fréquence de coupure 44kHz.
- E Afin de limiter le bruit perturbateur haute fréquence, un meilleur choix consiste à augmenter la fréquence d'échantillonnage.

Question 38 La condition de causalité pour un système linéaire et invariant dans le temps (LTI) implique que :

- A La transformée de Fourier est nulle pour les fréquences négatives.
- B La sortie est nulle pour $t > 0$.
- C La réponse impulsionnelle $(h(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est nulle pour $t < 0$.
- D Le système répond avant que le signal soit appliqué.

Question 39 Parmi les propriétés suivantes, laquelle caractérise le mieux un signal aléatoire stationnaire au second ordre ?

- A Sa fonction d'autocorrélation ne dépend que de la différence temporelle.
- B Ses réalisations futures sont parfaitement prédictibles à partir de son passé.
- C Sa valeur moyenne dépend du temps.
- D Sa densité spectrale de puissance varie linéairement avec la fréquence.

Question 40 Soit un signal aléatoire stationnaire au sens large, à valeurs réelles et dont la densité spectrale de puissance vaut $\Gamma_x(f) = \sigma^2$.

- A La puissance du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} \Gamma_x(f)\, df$.
- B La puissance du signal vaut σ^2.
- C La puissance du signal est infinie.
- D La fonction d'autocorrélation du signal est infinie.
- E La fonction d'autocorrélation du signal est identiquement nulle.

Question 41 Soit un système linéaire et invariant dans le temps (LTI) de réponse impulsionnelle $h(t) = e^{2t}\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(t)$, avec $\mathbb{1}_{\mathbb{R}_+}(t)$ l'échelon de Heaviside. On note $H(f)$ sa transformée de Fourier. Parmi les propositions suivantes, laquelle est correcte?

- A Le système est instable car $h(t)$ diverge quand $t \to +\infty$.
- B Le système est causal et $H(f) = \frac{1}{2+i2\pi f}$.
- C Le système n'est pas causal car $h(t)$ n'est pas à support compact.
- D Le module de $H(f)$ est constant donc le système est passe-tout.

Question 42 Soit $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$, non bande limitée. On considère le signal reconstruit à partir de ses échantillons $x(nT)$, avec $T = \frac{1}{2B}$, par interpolation sinus-cardinal :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \cdot \operatorname{sinc}\left(\pi \frac{t - nT}{T}\right)$$

Que peut-on dire de $\tilde{x}(t)$?

- [A] $\tilde{x}(t)$ est obtenu en multipliant $x(t)$ par une fonction porte en temps.
- [B] $\tilde{x}(t)$ est le signal de bande $[-B, B]$ qui interpole les échantillons $x(nT)$.
- [C] $\tilde{x}(t)$ est la projection orthogonale de $x(t)$ sur l'espace des signaux bande limités.
- [D] $\tilde{x}(t)$ est égal à $x(t)$ si et seulement si $x(t) \in L^1(\mathbb{R})$.

Question 43 ♣ Un filtre numérique défini par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ ou sa fonction de transfert en z $H[z]$ est stable et causal si et seulement si:

- [A] Le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque et le cercle unité appartient à ce domaine de convergence.
- [B] Le domaine de convergence de $H[z]$ est le complémentaire d'un disque et le cercle unité appartient à ce domaine de convergence.
- [C] $h_n = 0$ pour tout $n < 0$ et $\sum_{n\in\mathbb{Z}} |h_n|$ est fini.
- [D] $h_n = 0$ pour tout $n < 0$ et $\lim_{n\to+\infty} h_n = 0$.
- [E] Tous les h_n sont de module inférieur à 1.
- [F] *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 44 Pour les signaux aléatoires:

- [A] La stationnarité au sens large entraîne la stationnarité au sens strict.
- [B] La stationnarité au sens large et au sens strict entraînent l'ergodicité.
- [C] La stationnarité au sens strict entraîne la stationnarité au sens large.
- [D] La stationnarité au sens strict entraîne l'ergodicité.

Question 45 Soit le filtre numérique dont la relation entrée-$(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$/sortie-$(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est donnée par:

$$\forall n \in \mathbb{Z} : \qquad y_n = x_n - \frac{1}{2} x_{n-1}$$

Si l'on note $H(f)$ sa réponse en fréquence, on a:

- [A] $|H(f)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} - \cos(2\pi f)}$.
- [B] $|H(f)|^2 = \frac{5}{4} + \sin(2\pi f)$.
- [C] $|H(f)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} + \sin(2\pi f)}$.
- [D] $|H(f)|^2 = \frac{5}{4} - \cos(2\pi f)$.
- [E] $|H(f)|^2 = \frac{5}{4} - \sin(2\pi f)$.
- [F] $|H(f)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} - \sin(2\pi f)}$.

Question 46 Comment s'écrit la relation de Parseval pour un signal temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ de transformée de Fourier temps discret $X(f)$?

- [A] $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} |x_n| = \int_0^1 |X(f)|\, df$.
- [B] $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n|^2 = \int_{-1/2}^{1/2} |X(f)|^2\, df$.
- [C] $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n| = \int_{-1/2}^{1/2} |X(f)|\, df$.
- [D] $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2\, df$.

Question 47 Soit un processus aléatoire $(x_t)_{t\in\mathbb{R}}$ avec une densité spectrale de puissance notée $\Gamma_x(f)$. Si ce processus est passé à travers un filtre linéaire invariant dans le temps (LTI) dont la réponse impulsionnelle est $(h(t))_{t\in\mathbb{R}}$ et la fonction de transfert est $H(f)$, quelle est la densité spectrale de puissance $\Gamma_y(f)$ du processus de sortie $(y_t)_{t\in\mathbb{R}}$?

- [A] $\Gamma_y(f) = \Gamma_x(f)H(f)2$
- [B] $\Gamma_y(f) = \Gamma_x(f)H(f)$
- [C] $\Gamma_y(f) = \Gamma_x(f)/H(f)^2$
- [D] $\Gamma_y(f) = \Gamma_x(f) + H(f)^2$

Question 48 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal analogique de bande limitée $[-B, B]$ et $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ le signal à temps discret défini par $x_n = x\left(\frac{n}{3B}\right), \forall n \in \mathbb{Z}$. On considère $X(f)$, la transformée de Fourier à temps discret de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.

- [A] $X(f)$ est nul pour les fréquences $f \in]k + 1/4, k + 3/4[$, quel que soit $k \in \mathbb{Z}$.
- [B] $X(f)$ est nul pour les fréquences $f \in]k + 1/3, k + 2/3[$, quel que soit $k \in \mathbb{Z}$.
- [C] $X(f)$ est nul pour les fréquences $f \in]1/4, 3/4[$.
- [D] $X(f)$ est nul pour $|f| > 3B$.

Question 49 Un système (qui, à un signal d'entrée, associe un signal de sortie) est dit invariant dans le temps lorsque:

- [A] Un décalage temporel de l'entrée entraîne le même décalage sur la sortie.
- [B] Il ne dépend pas de la fréquence.
- [C] Il fonctionne uniquement pour des signaux périodiques.
- [D] La sortie est constante dans le temps.

Question 50 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal analogique de bande limitée $[-B, B]$ et $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ le signal à temps discret défini par $x_n = x\left(\frac{n}{5B}\right), \forall n \in \mathbb{Z}$. On considère $X(f)$, la transformée de Fourier à temps discret de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$.

- [A] $X(f)$ est non nul uniquement pour les fréquences $|f| > 5B$.
- [B] $X(f)$ est non nul uniquement pour les fréquences $f \in]k - 1/5, k + 1/5[$, $k \in \mathbb{Z}$.
- [C] $X(f)$ est non nul uniquement pour les fréquences $|f| > 2B$.
- [D] $X(f)$ est non nul uniquement pour les fréquences $f \in]5k - B, 5k + B[$, $k \in \mathbb{Z}$.

Question 51 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal dont l'expression de la transformée en z est donnée par $X[z] = \frac{1}{1-az^{-1}}$ (où $a \in \mathbb{C}$ est fixé).

- [A] Si le domaine de convergence de $X[z]$ est $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > |a|\}$, alors $x_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \geq 0, \\ -a^n & \text{si } n < 0. \end{cases}$
- [B] Si le domaine de convergence de $X[z]$ est $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < |a|\}$, alors $x_n = \begin{cases} a^n & \text{si } n \geq 0, \\ 0 & \text{si } n < 0. \end{cases}$
- [C] Si le domaine de convergence de $X[z]$ est $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| < |a|\}$, alors $x_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \geq 0, \\ -a^n & \text{si } n < 0. \end{cases}$
- [D] La transformée en z de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \mid z \neq a\}$.

Question 52 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal d'énergie finie notée E_x. On note $(\gamma_x(k))_{k\in\mathbb{Z}}$ sa fonction d'autocorrélation en énergie et $\Gamma_x(f)$ sa densité spectrale d'énergie.

- [A] $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_x(f)\, df$.
- [B] $\gamma_x(k) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} x_n x_{n-k}^*$ pour tout $k \in \mathbb{Z}$.
- [C] $\Gamma_x(f) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \left|x_n e^{-i2\pi nf}\right|^2$.
- [D] $E_x = \int_{0}^{+\infty} \Gamma_x(f)\, df$.

Question 53 Soit la fonction de transfert en z:

$$H[z] = \frac{1}{(z^{-1} - 4)(z^{-1} - 1/2)}$$

Parmi les filtres de fonction de transfert donnée par $H[z]$, on peut dire que:

- A Celui qui est stable est causal.
- B Il n'existe pas de filtre dont la fonction de transfert soit $H[z]$.
- C Celui qui est stable est non causal.
- D Celui qui est causal est stable.

Question 54 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal d'énergie $E_x = \int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2 \, dt$ supposée finie. On note $X(f)$ sa transformée de Fourier et on suppose

$$\int_{\mathbb{R}} x(t)\, dt = 0 \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}} X(f)\, df = 0\,.$$

Enfin, on note

$$T = \left(\int_{\mathbb{R}} t^2 \frac{|x(t)|^2}{E_x}\, dt \right)^{1/2} \quad \text{et} \quad B = \left(\int_{\mathbb{R}} f^2 \frac{|X(f)|^2}{E_x}\, df \right)^{1/2} .$$

Sous quelques hypothèses techniques, on peut prouver que:

- A On a $BE_x = T$.
- B Il existe une constante telle que $BT =$ cste.
- C Il existe une constante telle que $BT \geq$ cste.
- D Il existe une constante telle que $\frac{B}{T} \leq$ cste.
- E Il existe une constante telle que $BT \leq$ cste.

Question 55 Dans la chaîne de communication d'une station radio:

- A Le signal hertzien émis par l'antenne d'une station de radio est haute fréquence, tandis que le signal reçu à l'antenne du poste radio est basse fréquence.
- B Le signal hertzien émis par l'antenne d'une station de radio est un signal très basse fréquence.
- C Le signal hertzien émis par l'antenne d'une station de radio est un signal bande étroite.
- D Le signal hertzien capté par l'antenne du poste radio en réception est un signal basse fréquence.

Question 56 Soit $(\epsilon_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un bruit blanc au sens large, centré et à valeurs dans $\mathbb{R}$, de puissance unité et $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ le signal $x_n = \epsilon_n + b\epsilon_{n-1}$ (où $b \in \mathbb{R}$). Que vaut la fonction d'autocorrélation de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$?

- A $\gamma_x(k) = \delta_k + b\delta_{k-1}$
- B $\gamma_x(k) = (1 + b^2)\delta_k + b\delta_{k-1} + b\delta_{k+1}$
- C $\gamma_x(k) = \delta_k + b\delta_{k-1} + b\delta_{k+1}$
- D $\gamma_x(k) = (1 + b^2)\delta_k$

Question 57 La transformée de Fourier à temps discret:

- A n'a de sens que pour un signal périodique de période 1.
- B n'a de sens que pour un signal de durée finie.
- C n'est définie que pour un ensemble fini de fréquences.
- D est périodique de période 1.

Question 58 Un bruit blanc numérique:

- A a une densité spectrale de puissance égale à un Dirac.
- B a pour transformée de Fourier un Dirac.
- C a une densité spectrale de puissance constante.
- D a pour transformée de Fourier une constante.

Question 59 Soit $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ la sortie d'un filtre stable de réponse en fréquence $H(f)$ excité en entrée par un signal $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ aléatoire stationnaire au sens large. On note $\Gamma_x(f)$ (resp. $\Gamma_y(f)$) la densité spectrale de puissance de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ (resp. $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$).

- [A] $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et $\Gamma_y(f) = |H(f)|\Gamma_x(f)$.
- [B] $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire mais n'est pas stationnaire au sens large. Sa densité spectrale de puissance n'existe pas.
- [C] $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et $\Gamma_y(f) = H(f)\Gamma_x(f)$.
- [D] $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et $\Gamma_y(f) = |H(f)|^2\Gamma_x(f)$.

Question 60 Soit $(\epsilon_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un bruit blanc au sens large, centré et à valeurs dans $\mathbb{R}$, de puissance unité et $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ le signal $x_n = \epsilon_n + b\epsilon_{n-1}$ (où $b \in \mathbb{R}$). On note $\hat{x}_n$ la prédiction linéaire de x_n en fonction de x_{n-1} (qui s'écrit donc $\hat{x}_n = \lambda x_n$ pour un $\lambda \in \mathbb{R}$) telle que $\mathbb{E}\{(x_n - \hat{x}_n)^2\}$ soit minimal.

- [A] $\hat{x}_n = bx_{n-1}$
- [B] $\hat{x}_n = 0$
- [C] $\hat{x}_n = \frac{b}{1+b^2}x_{n-1}$
- [D] $\hat{x}_n = (1+b)x_{n-1}$

Examen SIC3601
Contrôle final 1
10/06/2025

NOM et Prénom:

....

Les réponses sont à donner sur cette feuille uniquement.
Il est impératif de **noircir complètement les cases des bonnes réponses**
(utilisation possible d'un correcteur blanc pour rectifier une erreur).
Pas de croix, ni de cases entourées, Stylo noir ou bleu foncé uniquement.

Question 1 : A B C D
Question 2 : A B C D
Question 3 : A B C D E F
Question 4 : A B C D
Question 5 : A B C D
Question 6 : A B C D
Question 7 : A B C D
Question 8 : A B C D
Question 9 : A B C D
Question 10 : A B C D E
Question 11 : A B C D
Question 12 : A B C D
Question 13 : A B C D E F
Question 14 : A B C D
Question 15 : A B C D
Question 16 : A B C D
Question 17 : A B C D E
Question 18 : A B C D
Question 19 : A B C D E F
Question 20 : A B C D
Question 21 : A B C D E F
Question 22 : A B C D
Question 23 : A B C D E
Question 24 : A B C D
Question 25 : A B C D
Question 26 : A B C D
Question 27 : A B C D
Question 28 : A B C D E
Question 29 : A B C D E F
Question 30 : A B C D E
Question 31 : A B C D
Question 32 : A B C D
Question 33 : A B C D E
Question 34 : A B C D
Question 35 : A B C D
Question 36 : A B C D E
Question 37 : A B C D E
Question 38 : A B C D
Question 39 : A B C D
Question 40 : A B C D E
Question 41 : A B C D
Question 42 : A B C D
Question 43 : A B C D E F
Question 44 : A B C D
Question 45 : A B C D E F
Question 46 : A B C D
Question 47 : A B C D
Question 48 : A B C D
Question 49 : A B C D
Question 50 : A B C D
Question 51 : A B C D
Question 52 : A B C D
Question 53 : A B C D
Question 54 : A B C D E
Question 55 : A B C D
Question 56 : A B C D
Question 57 : A B C D
Question 58 : A B C D
Question 59 : A B C D
Question 60 : A B C D