Corrélation d’images

Marc François

marc François 30 juin 2014, 15:50
Attention reprendre vraiment l’algo de DiGimCO. Entre autre le gradient calcule est celui de g et pas de f…

Mesure optique de champ

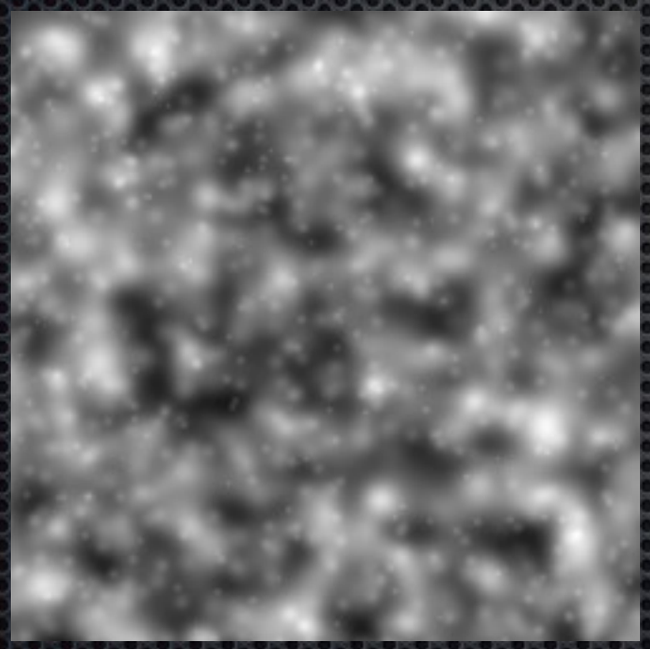
- Appareillage simple
- Sans contact
- Rapide
- Economique

Théorie

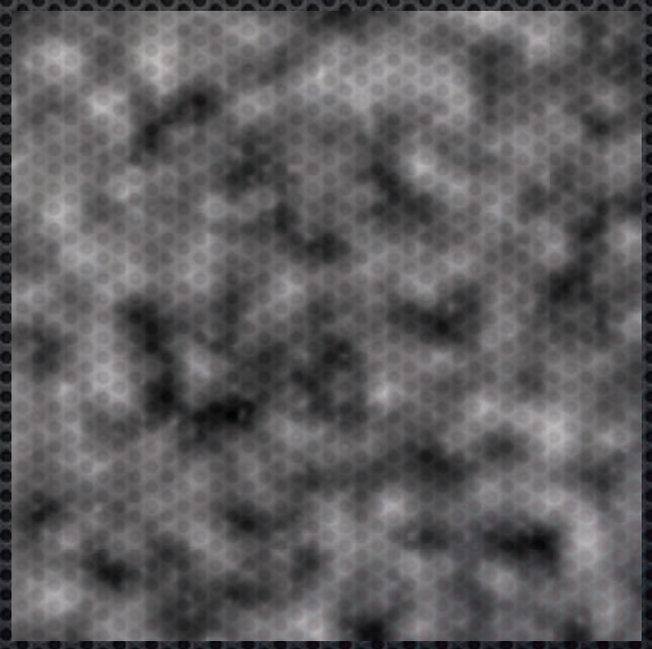
S. Roux & F. Hild, LMT-Cachan

Problème

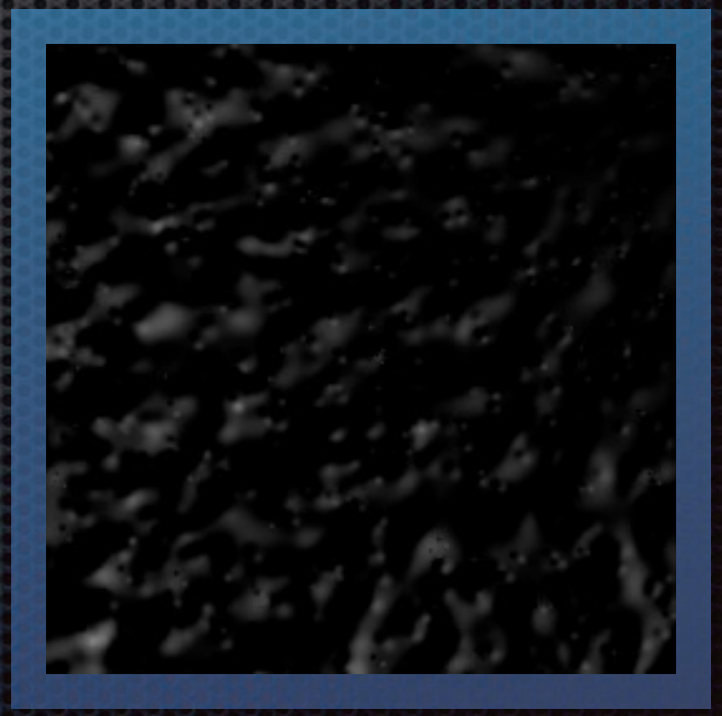
- Retrouver un champ de déplacement à partir de deux photographies d'un "mouchetis"



EI



EF

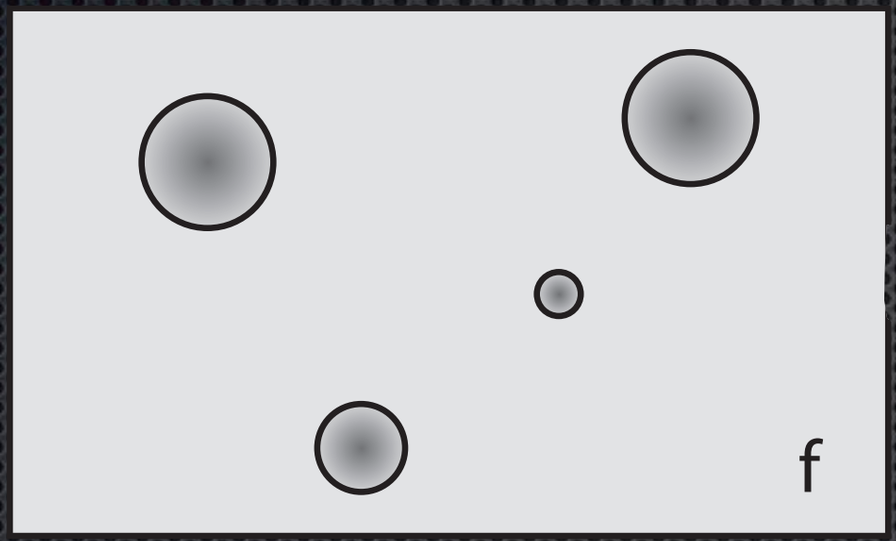


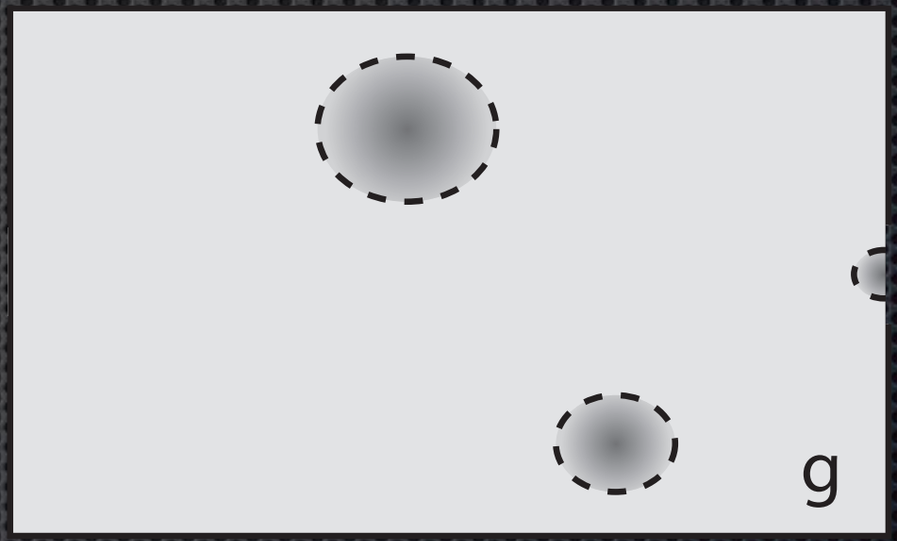
DIFF

Paramétrage

Chercher u_idéal ?
- nb inc. = 2 nb. pix. : pas de redondance
- niveaux de gris : pas bijectif…
- bruit numérique
-> Impossible !

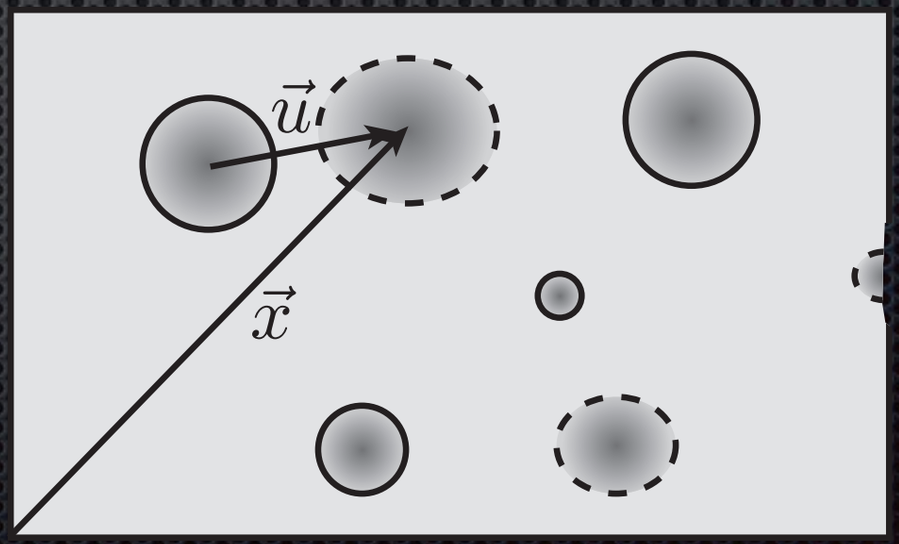
EI





EF

images n&b: champs scalaires



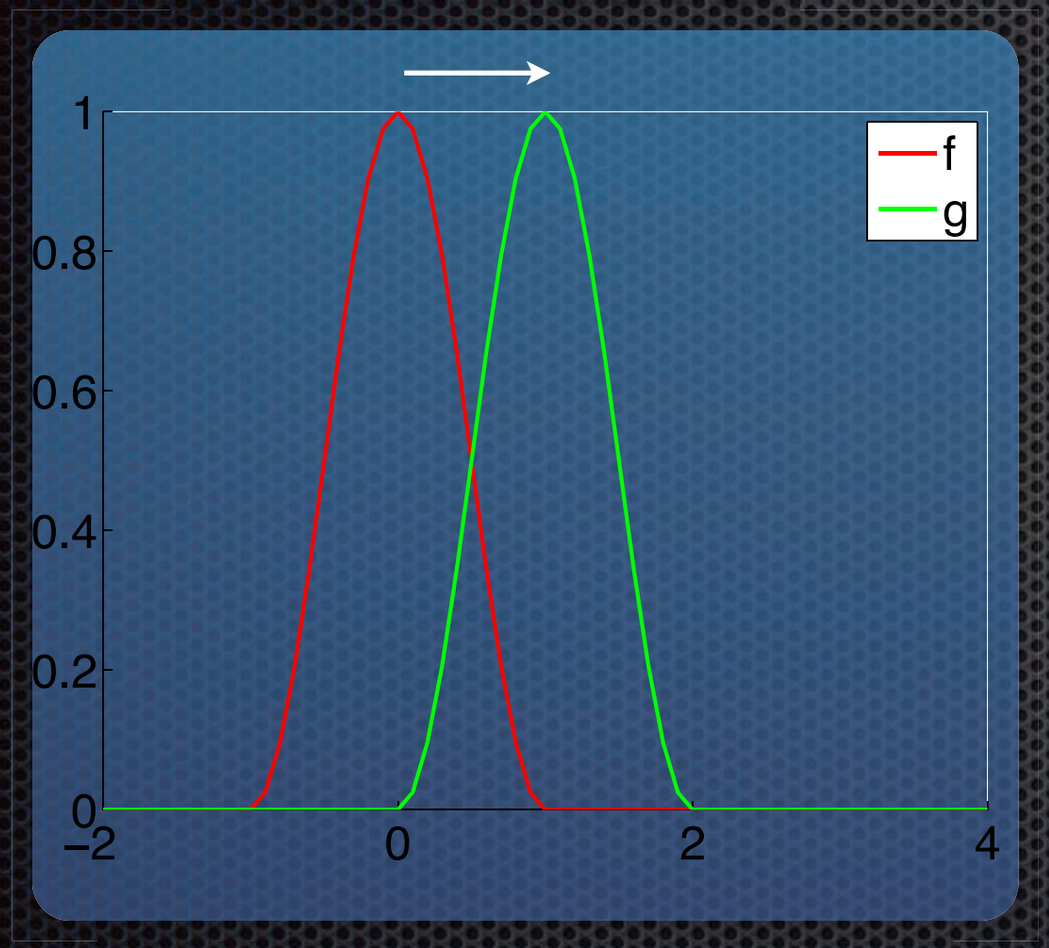
champ $\vec{u}$ idéal…

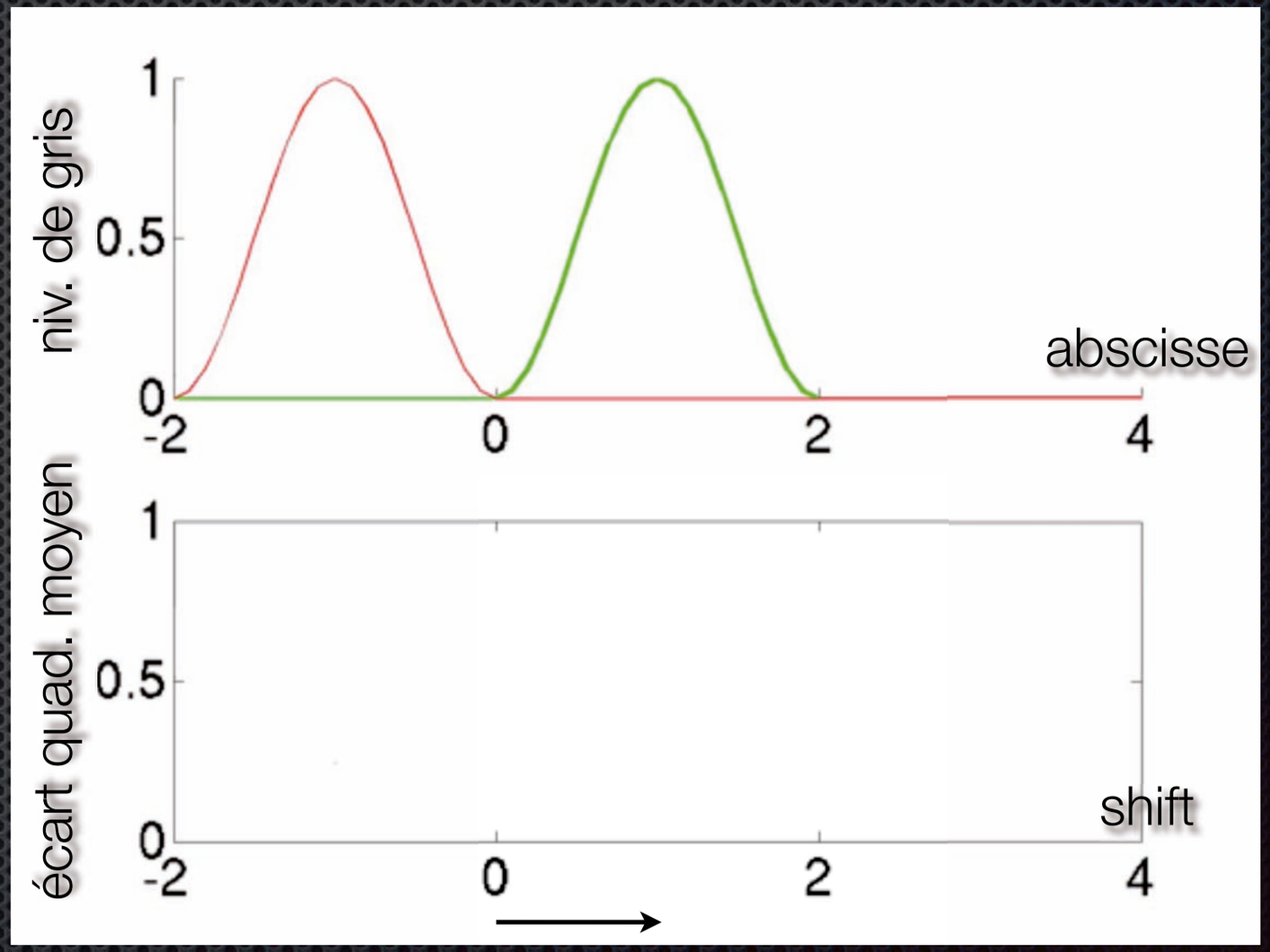
$$g(\vec{x}) = f(\vec{x} - \vec{u})$$

Comment ? Principe en 1D

on «ballade» f…

shift à trouver





l'écart minimum correspond à ce shift

Fonctionnelle à minimiser

$$\Phi(\vec{u}) = \iint \left(\mathrm{g}(\vec{x}) - \mathrm{f}(\vec{x} - \vec{u})\right)^2 \mathrm{d}s$$

$$\mathrm{f}(\vec{x} - \vec{u}) \simeq \mathrm{f}(\vec{x}) - \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{u}$$

$$\Phi(\vec{u}) = \iint \left(\mathrm{g} - \mathrm{f} + \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{u}\right)^2 \mathrm{d}s$$

$$\frac{\mathrm{d}\Phi(\vec{u})}{\mathrm{d}\vec{u}} = \vec{0}$$ Cond. nécessaire…

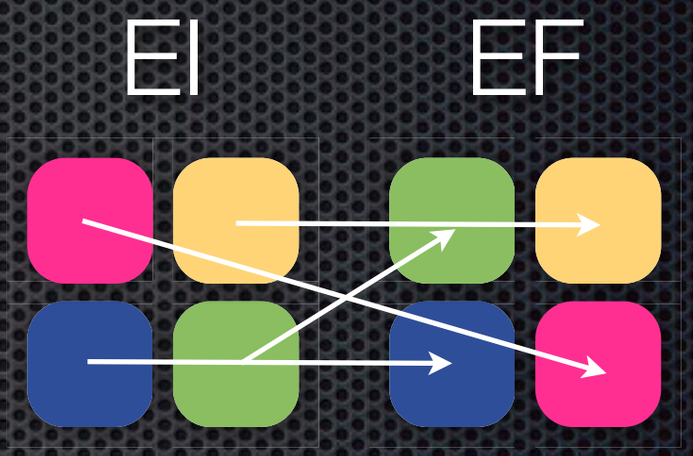
non simplifiable !

$$\iint 2\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})\left(\mathrm{g} - \mathrm{f} + \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{u}\right) \mathrm{d}s = \vec{0}$$

$$\iint \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})\,(\mathrm{f} - \mathrm{g})\,\mathrm{d}s = \iint \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{u}\right) \mathrm{d}s$$

Base des champs de déplacement

- Certains champs sont non admissibles pour des solides
- Conditions de Navier…
- Base de champs
- Linéairement indépendants…
- Nombre d'inconnues = nb de champs



$$\delta_{mki}\delta_{phj}\varepsilon_{ij,hk} = 0$$

$$\vec{u} = \sum u_{\mathrm{i}}\vec{U}_{\mathrm{i}}$$

$$\iint \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})\,(\mathrm{f}-\mathrm{g})\,\mathrm{d}s = \iint \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{u}\right)\mathrm{d}s$$

$$\vec{u} = \sum u_{\mathrm{i}}\vec{U}_{\mathrm{i}}$$

$$.\vec{U}_{\mathrm{k}} \longrightarrow \quad \iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_{\mathrm{k}}\right)(\mathrm{f}-\mathrm{g})\,\mathrm{d}s$$

$$= \sum_{\mathrm{i}} \iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_{\mathrm{k}}\right)\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_{\mathrm{i}}\right) u_{\mathrm{i}}\mathrm{d}s$$

$$\iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_{\mathrm{k}}\right)(\mathrm{f}-\mathrm{g})\,\mathrm{d}s$$

$$= \sum_{\mathrm{i}} u_{\mathrm{i}} \iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_{\mathrm{k}}\right)\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_{\mathrm{i}}\right)\mathrm{d}s$$

k équations

Résolution matricielle

$$\iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_\mathrm{k}\right)(\mathrm{f}-\mathrm{g})\,\mathrm{d}s \quad b_\mathrm{k}$$

$$= \sum_\mathrm{i} u_\mathrm{i} \iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_\mathrm{k}\right)\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{U}_\mathrm{i}\right)\mathrm{d}s \quad M_\mathrm{ki}$$

$$b_\mathrm{k} = M_\mathrm{ki} u_\mathrm{i}$$

$$u_\mathrm{i} = M_\mathrm{ik}^{-1} b_\mathrm{k}$$

Nous donne les ui, c'est à dire le champ de déplacement de f à g $\vec{u} = \sum u_\mathrm{i}\vec{U}_\mathrm{i}$ $\quad \mathrm{g}(\vec{x}) = \mathrm{f}(\vec{x}-\vec{u})$

Itérations

- Ce qui précède est valable pour un petit déplacement.
- À chaque pas on «rapproche» F vers G :

$$\mathrm{f}^{\mathrm{n}+1}(\vec{x}) = \mathrm{f}^{\mathrm{n}}(\vec{x} - \vec{u}^{\mathrm{n}})$$

- où $\vec{u}^{\mathrm{n}}$ ($\equiv \vec{u}$) est le (petit) déplacement calculé
- À la place de $\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})$ on utilise $\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{g})$ car:
  - F évolue…
  - à convergence F et G sont très proches

- Soit $$\iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{g}).\vec{U}_{\mathrm{k}}\right)(\mathrm{f}^{\mathrm{n}}-\mathrm{g})ds \quad b_{\mathrm{k}}$$

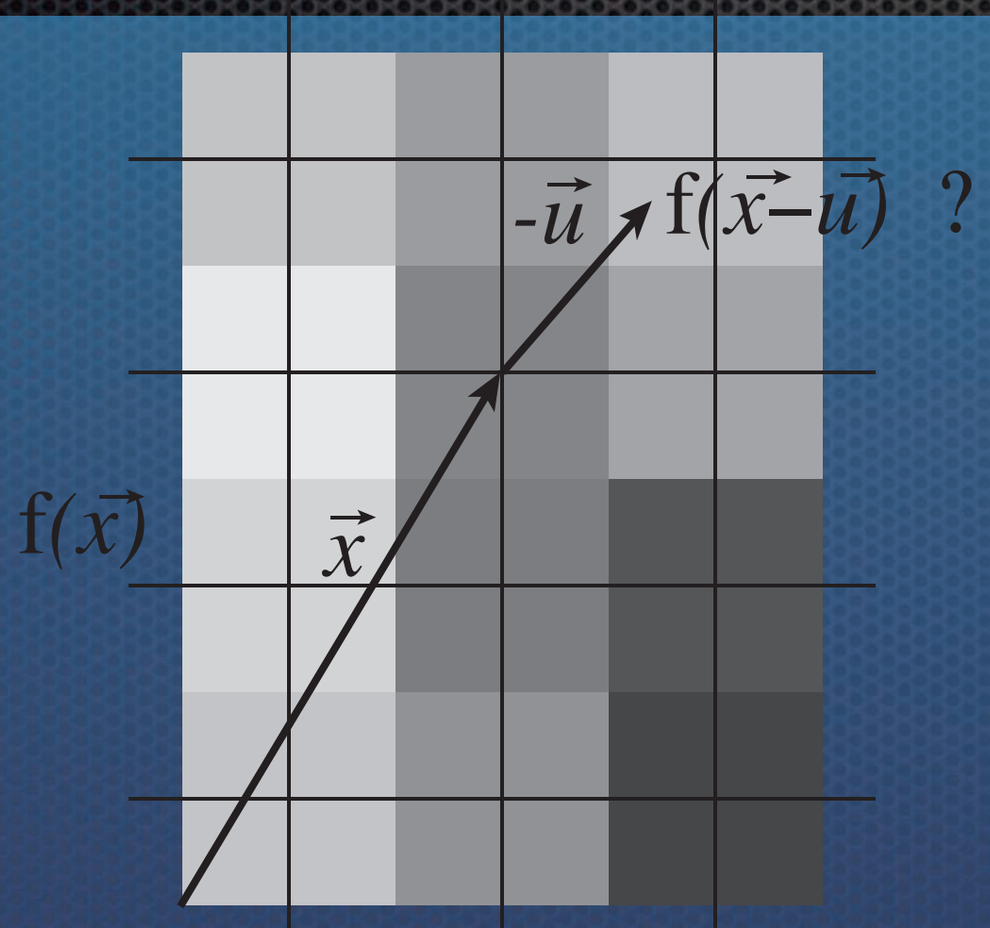
$$= \sum_i u_{\mathrm{i}} \iint \left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{g}).\vec{U}_{\mathrm{k}}\right)\left(\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{g}).\vec{U}_{\mathrm{i}}\right) ds \quad M_{\mathrm{ki}}$$

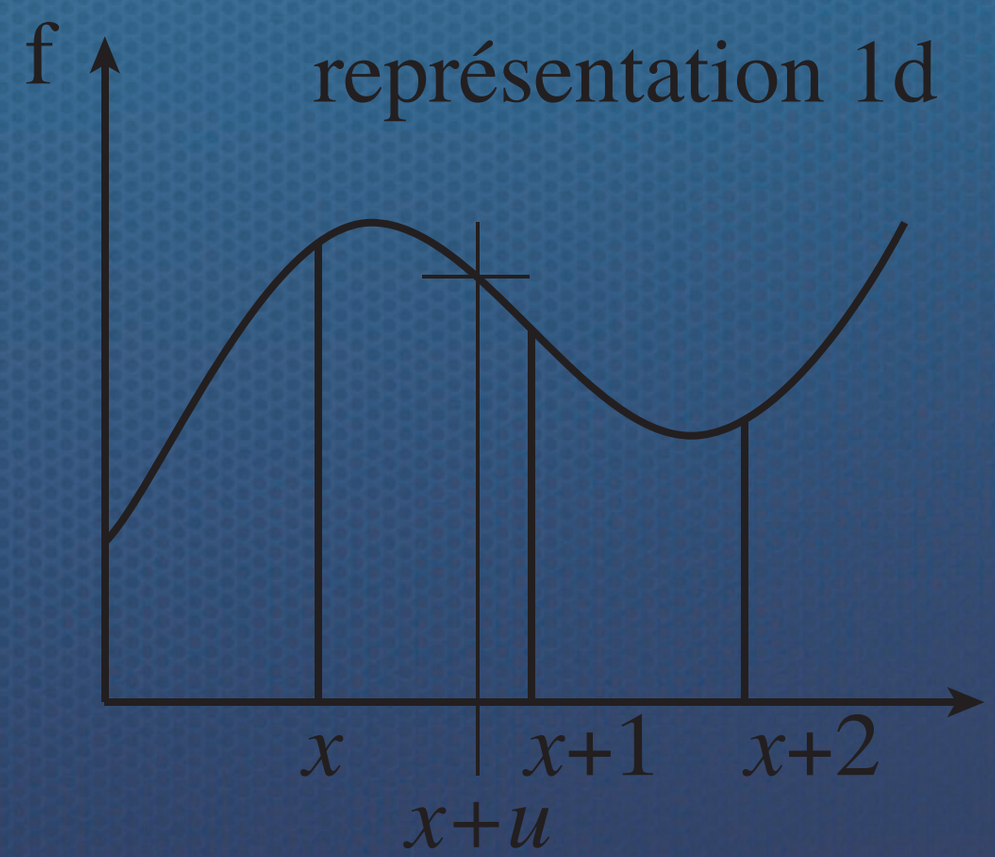
- Et $\mathrm{f}^{\mathrm{n}+1}(\vec{x}) = \mathrm{f}^{\mathrm{n}}(\vec{x}-\vec{u}^{\mathrm{n}})$
- Le champ de déplacement total entre F et G :

$$u_{\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{i}} u_{\mathrm{i}}^{\mathrm{n}} \qquad \vec{u} = \sum_{\mathrm{i}} u_{\mathrm{i}}\vec{U}_{\mathrm{i}}$$

- et donc : $\mathrm{f}^{\mathrm{n}+1}(\vec{x}) = \mathrm{f}(\vec{x}-\vec{u})$

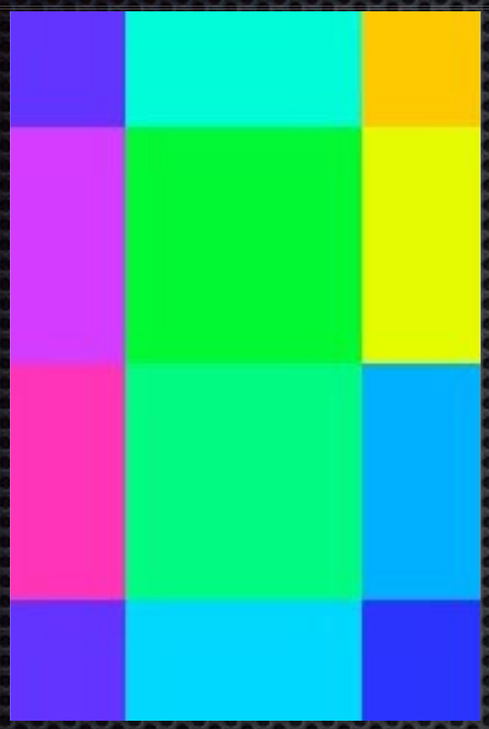
- Mais que vaut $\mathrm{f}(\vec{x} - \vec{u})$?
- À cause de la numérisation f n'est connu exactement qu'aux valeurs entières de x.
- Il faut pratiquer une interpolation :





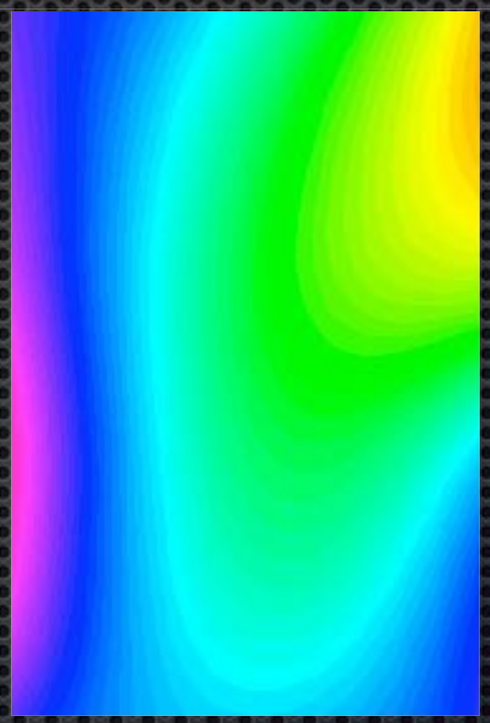
Influence de l’interpolation

plus proche

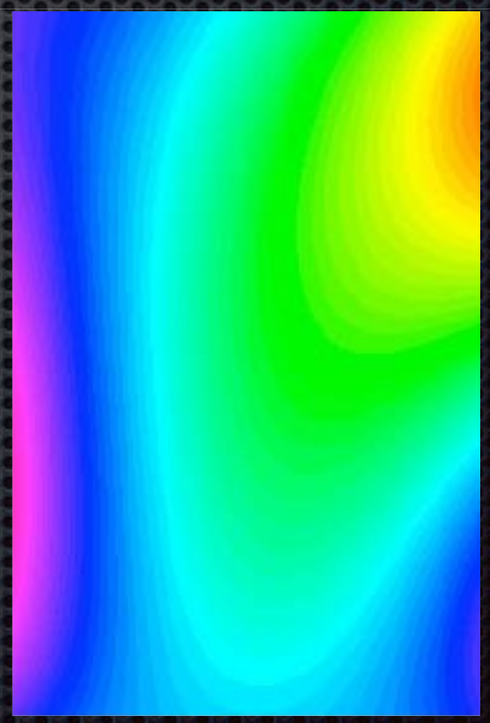


bilinéaire

bicubique



spline



Opération de *suréchantillonage :*

ex. DVD -> HD

Algorithme

Choix Choix $\vec{U}_i$

Inits.

$$V_k = \overrightarrow{\mathrm{grad}}(g).\vec{U}_k \qquad M_{ki} = \iint V_k V_i dS$$

$$n = 0 \quad f^n = f$$

Boucles

$$b_k^n = \iint V_k (f^n - g) ds$$

$$u_i^n = M_{ik}^{-1} b_k^n$$

$$u_\mathrm{i} = \sum_\mathrm{i} u_\mathrm{i}^\mathrm{n} \qquad \vec{u} = \sum_\mathrm{i} u_\mathrm{i} \vec{U}_\mathrm{i}$$

$$\mathrm{f}^{\mathrm{n}+1}(\vec{x}) = \mathrm{f}(\vec{x} - \vec{u})$$

interpollation

Test de sortie (en vitesse)

$$\Phi^{n+1} = (f^{n+1} - g)^2 ds$$

$$\Phi^n - \Phi^{n+1} < \varepsilon \quad ?$$

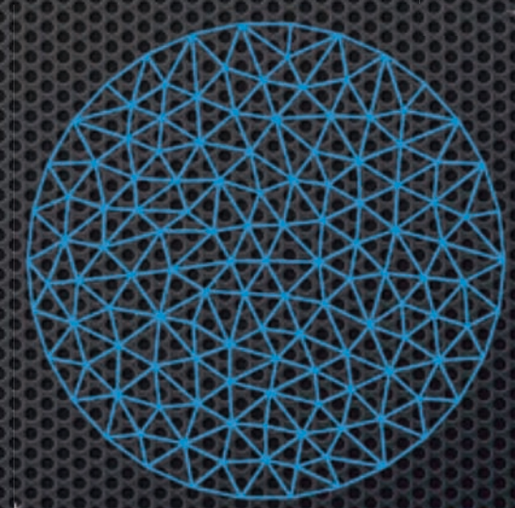
Quelle base pour les champs de déplacements ?

- corps rigide $\{u_{\mathrm{x}}\vec{i}, u_{\mathrm{y}}\vec{j}, \theta\vec{k} \wedge \vec{x}\}$

- déformation homogène $\{\varepsilon_{11}x\vec{i}, \varepsilon_{22}y\vec{j}, \varepsilon_{12}(y\vec{i} + x\vec{j})\}$

- champ analytique $\vec{U}(\vec{F}, E, \nu, \text{géom})$

- champ de type E.F.



- combinaison
  (si indépendance linéaire !)

Sub-pixel ?

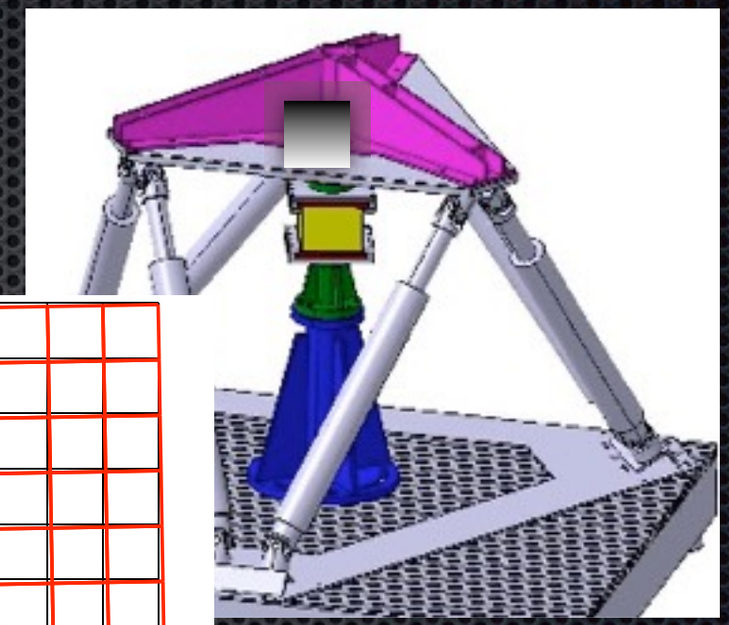
Exemple 1D

- Logiciel DigImCo (MF)
- Champs
  - corps rigide
  - déformation homogène
  - champ analytique (entré par l'utilisateur)

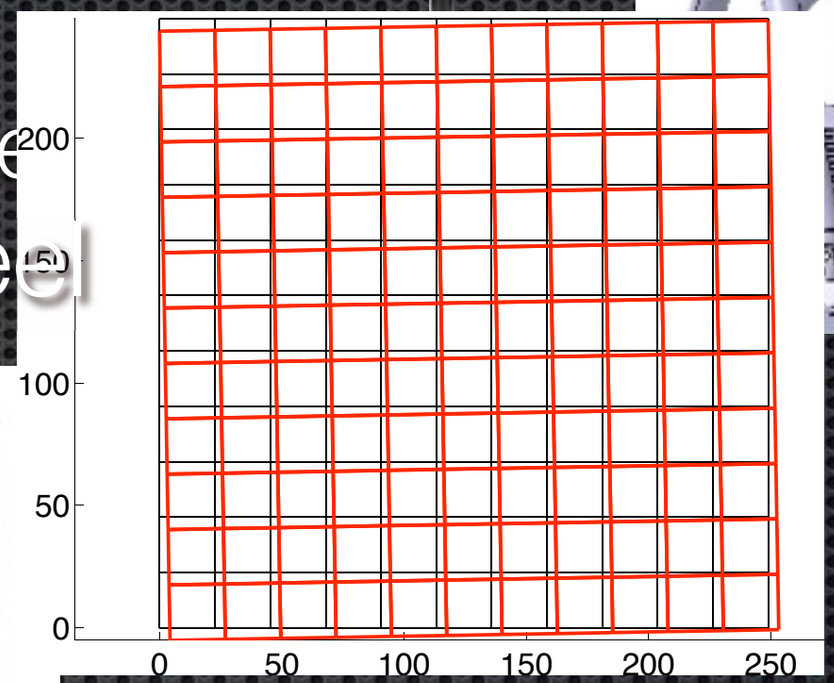
Pratique

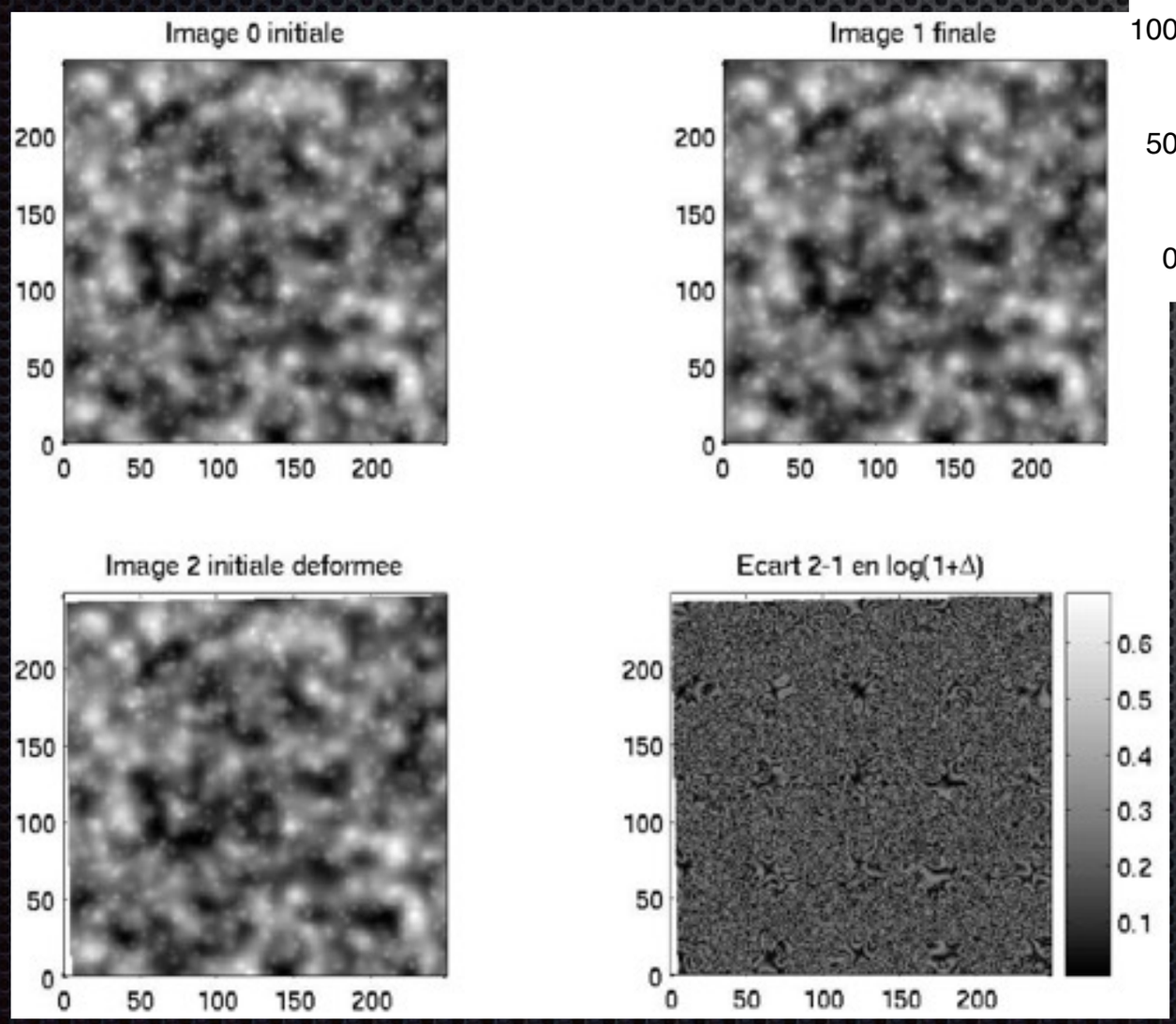
Corps rigide

mouchetis + caméra



- ex. mesure du déplaceme
  d'un robot en temps réel



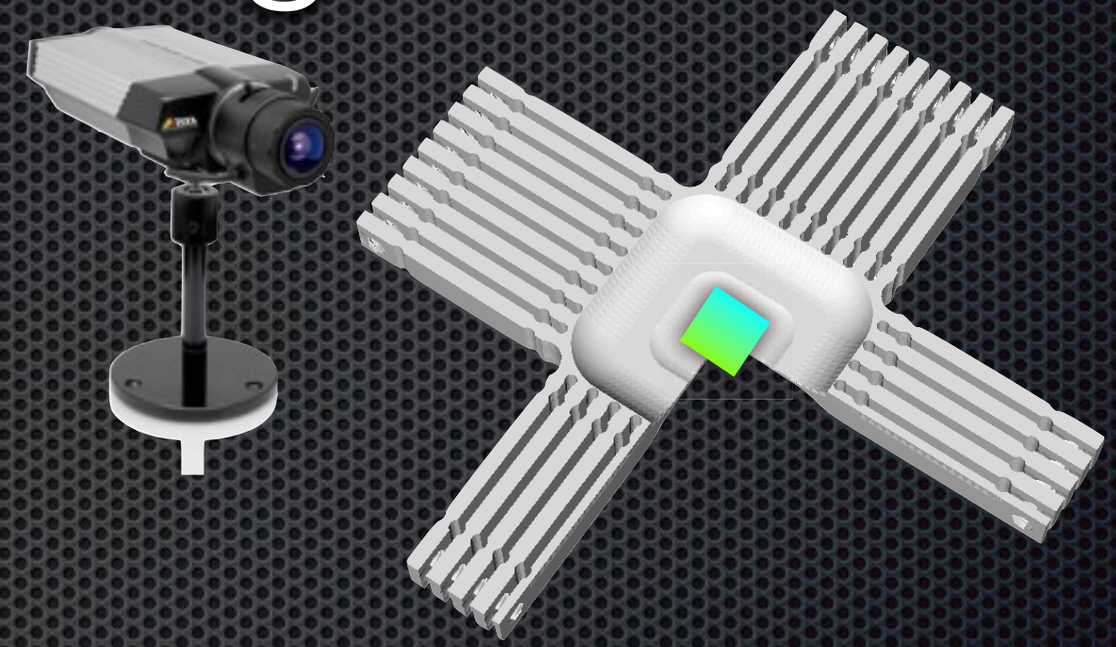


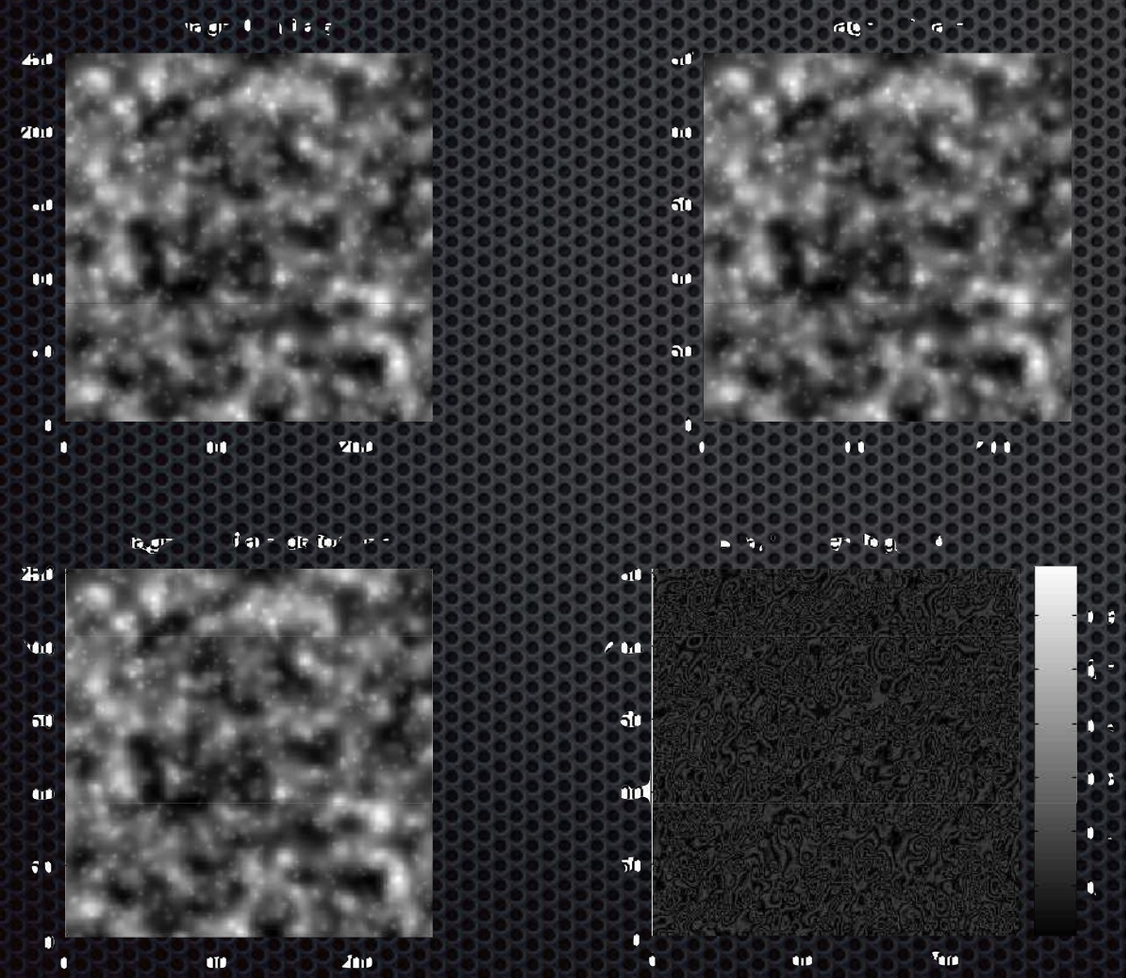
précision 5/100 pixel,
1/1000 degré
(synthèse, 256^2 pixels)

mouchetis + caméra

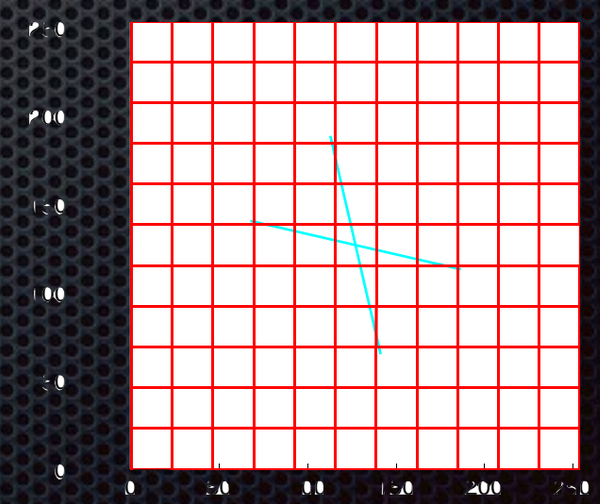
Déformation homogène

- Jauge (rosette) numérique





précision >
10-6 !



Deformation homogene (x1000)

0.1014	0.0503
0.0503	-0.1058

Champ analytique

- Ex. problème de Flamant

$$4\mu\pi u = -(F + \bar{F})\log(x + iy) + F$$

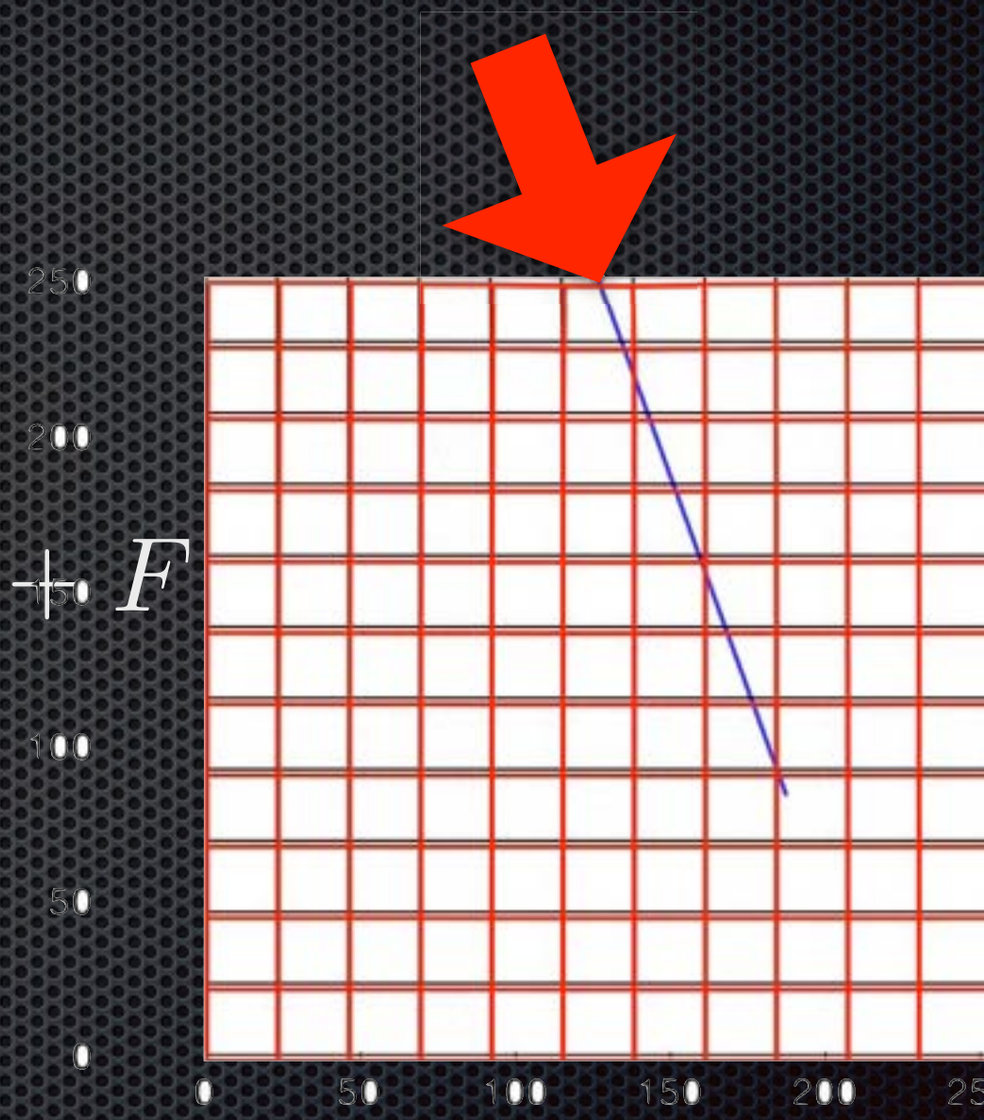
- simulation de:

$$\vec{F} = -5000\vec{j} + 2000\vec{i}$$

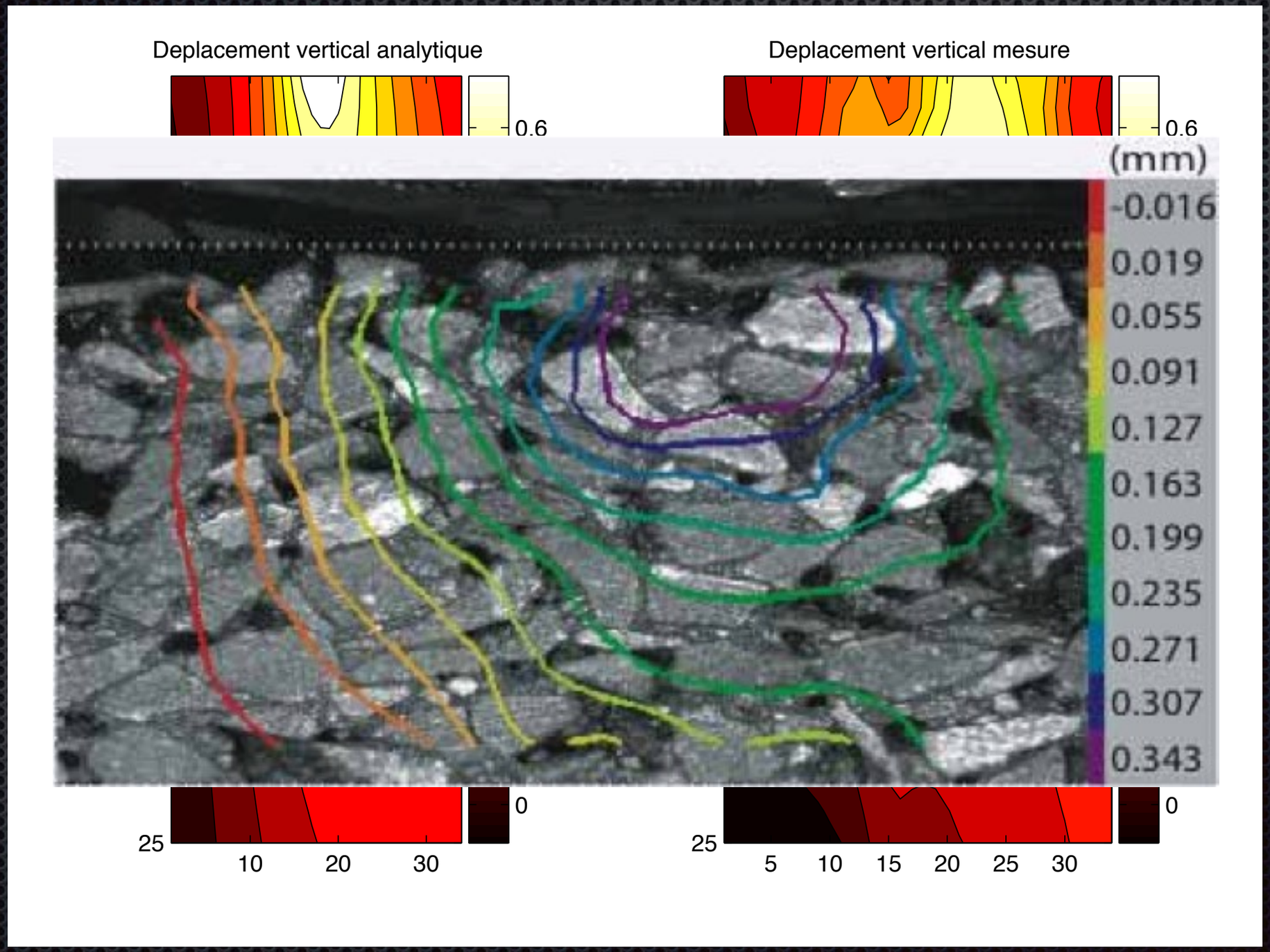
- résultat....
- $\vec{F} = -4832\vec{j} + 1756\vec{i}$

$$u_{\mathrm{x}} = 0.2, u_{\mathrm{y}} = -1.4, \theta = -10^{-3}$$

- *problème d'indépendance des champs…*



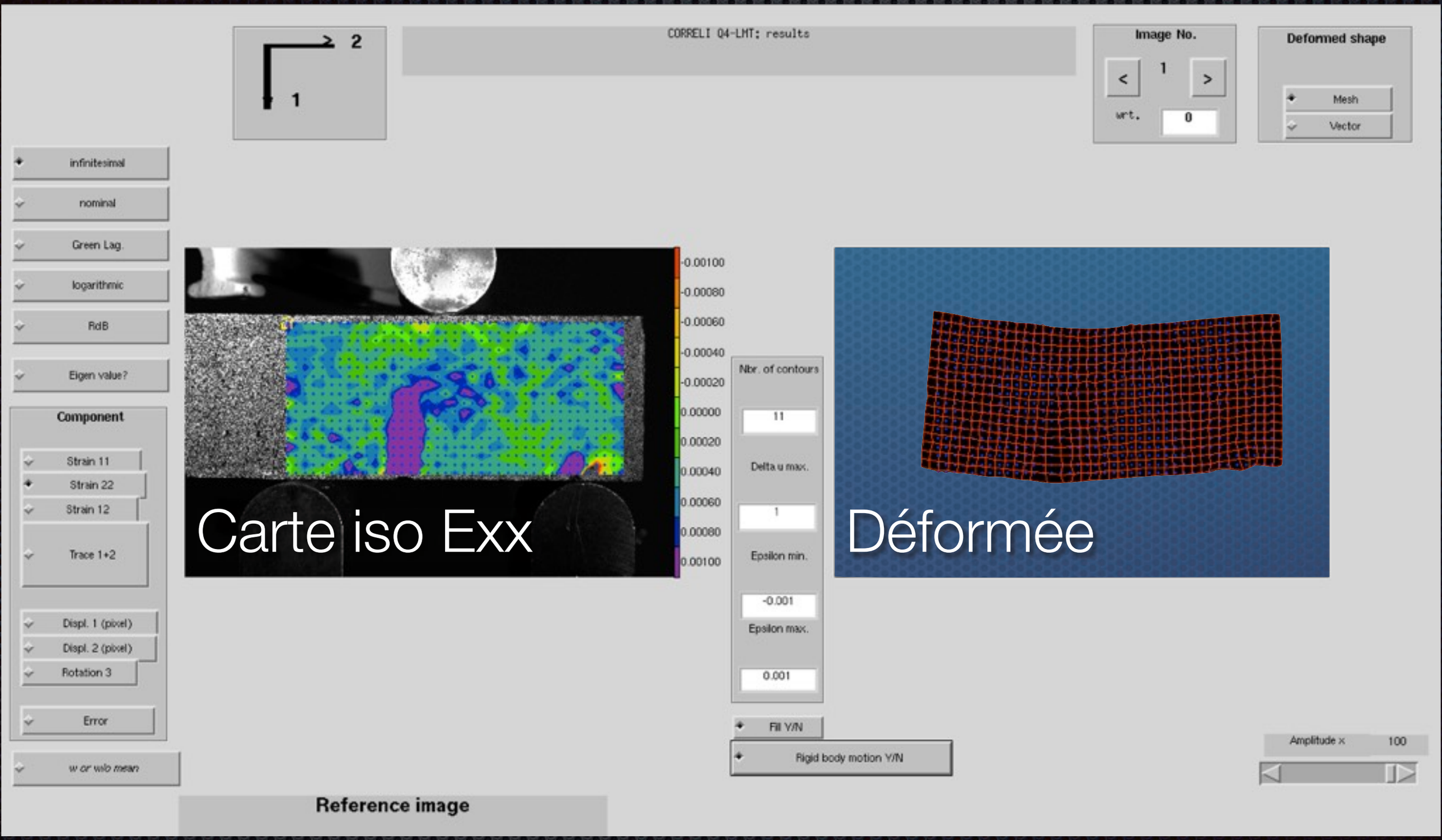
- un cas réel : l'étude de l'orniérage (D. Cuisinier)



Champ de type E.F.

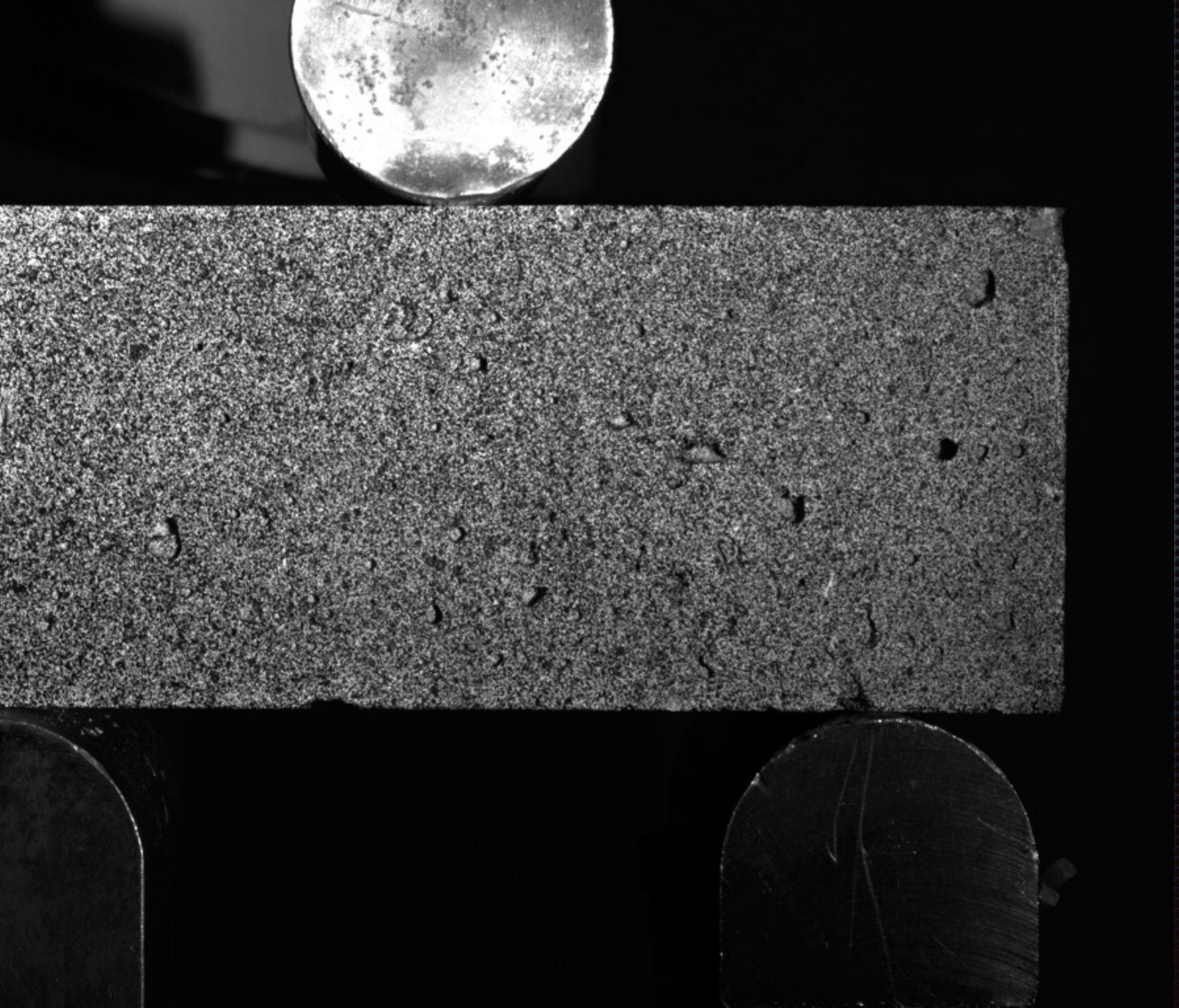
- Le logiciel Correli-LMT
- Contact : F. Hild (LMT-Cachan)
- Eléménts finis Q4
- Choix de la taille des E.F.
- Post-pro: calcul des déformations, en HPP, grandes défo….

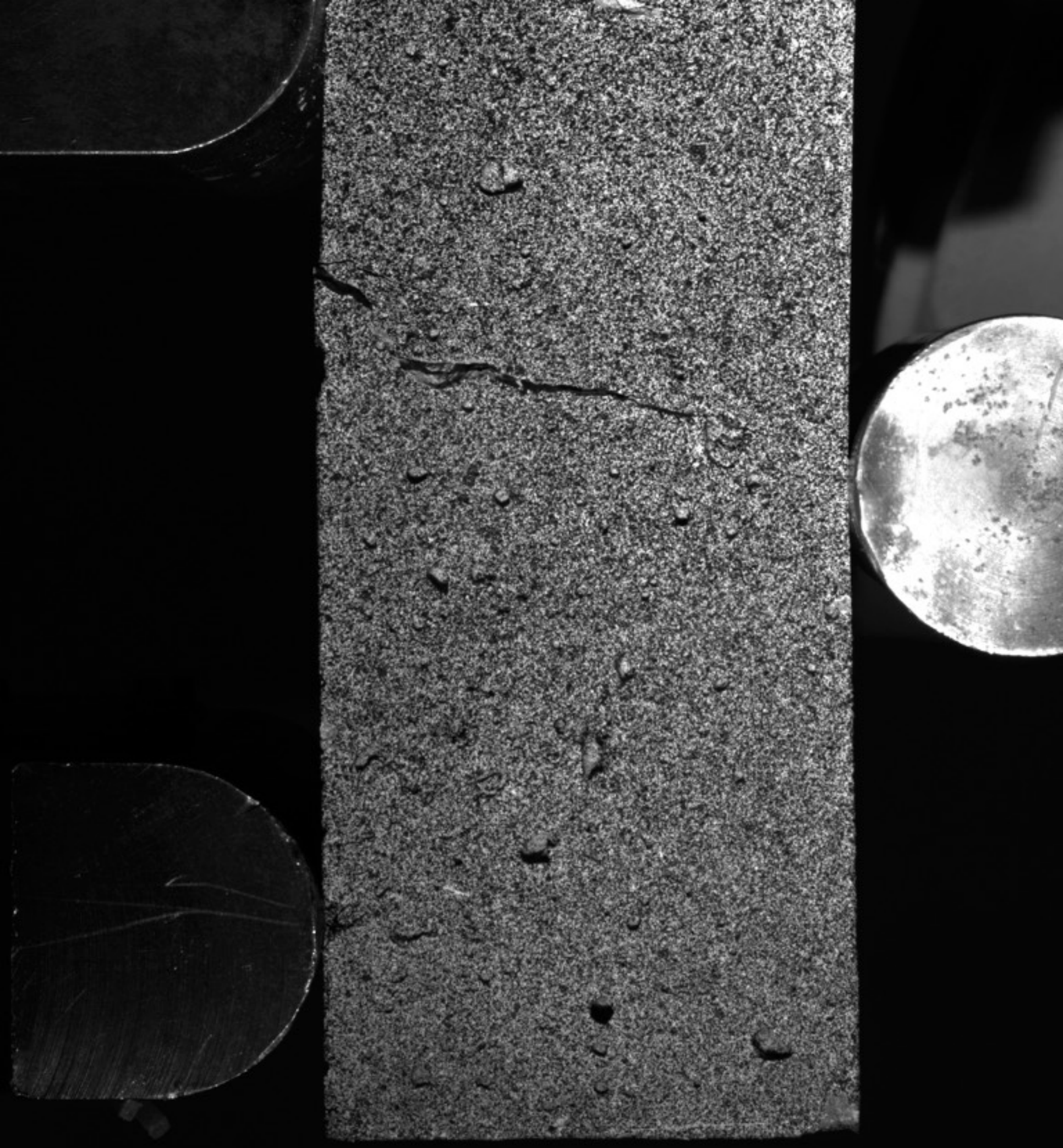
Exemple: béton de fibres en flexion 3 points



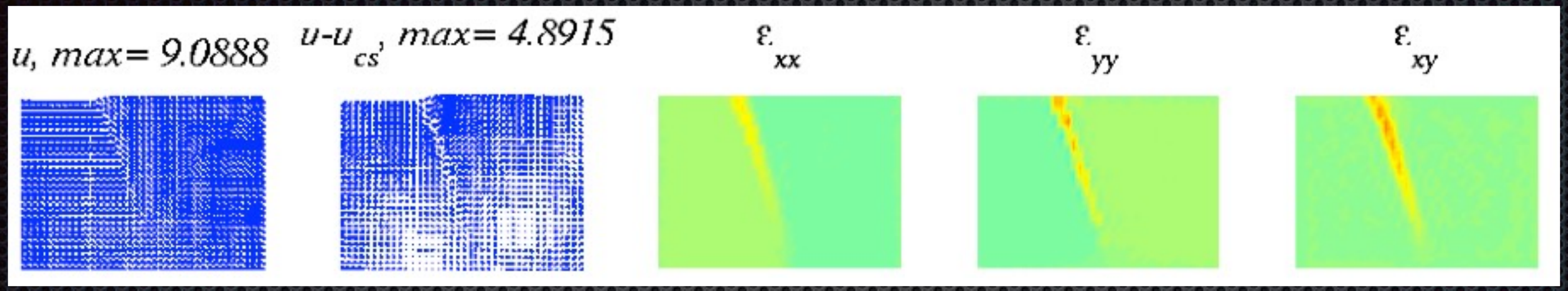
Carte iso Exx

Déformée

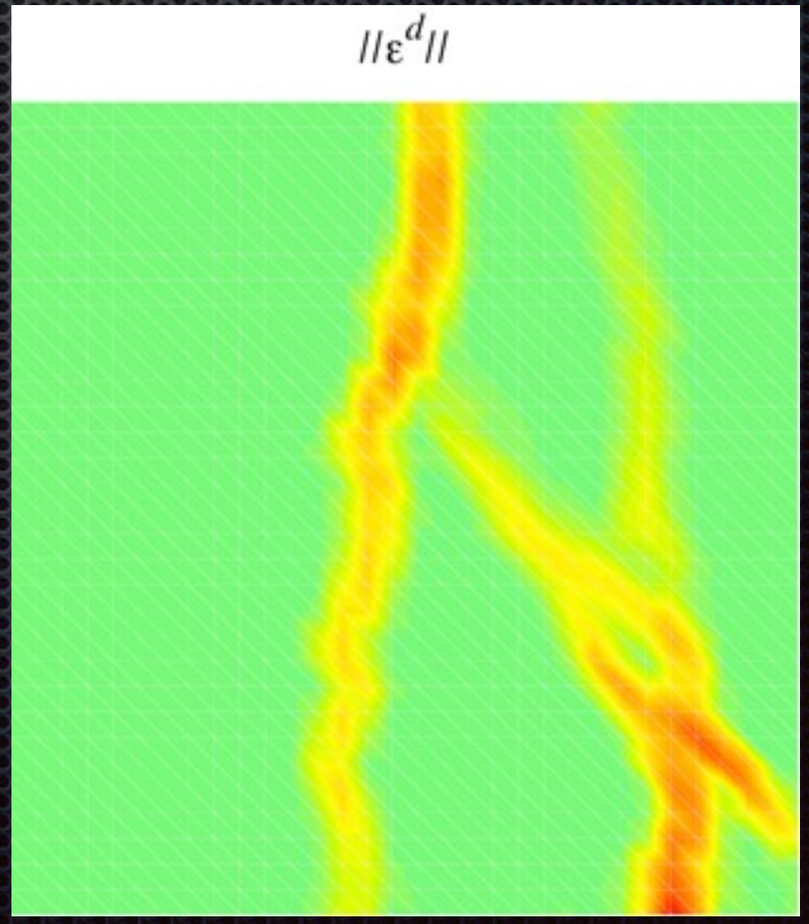




A partir du champ de déplacement, on peut extraire différentes sorties (créer son post-pro)



Béton fissuré
et
multi-fissuré

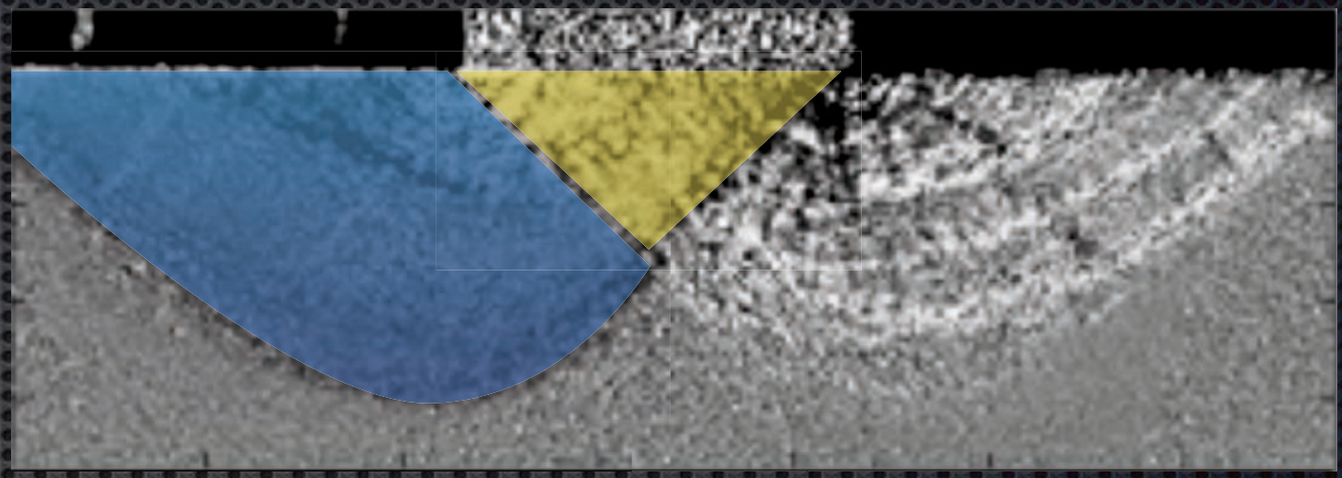


Autres techniques de corrélation d'image

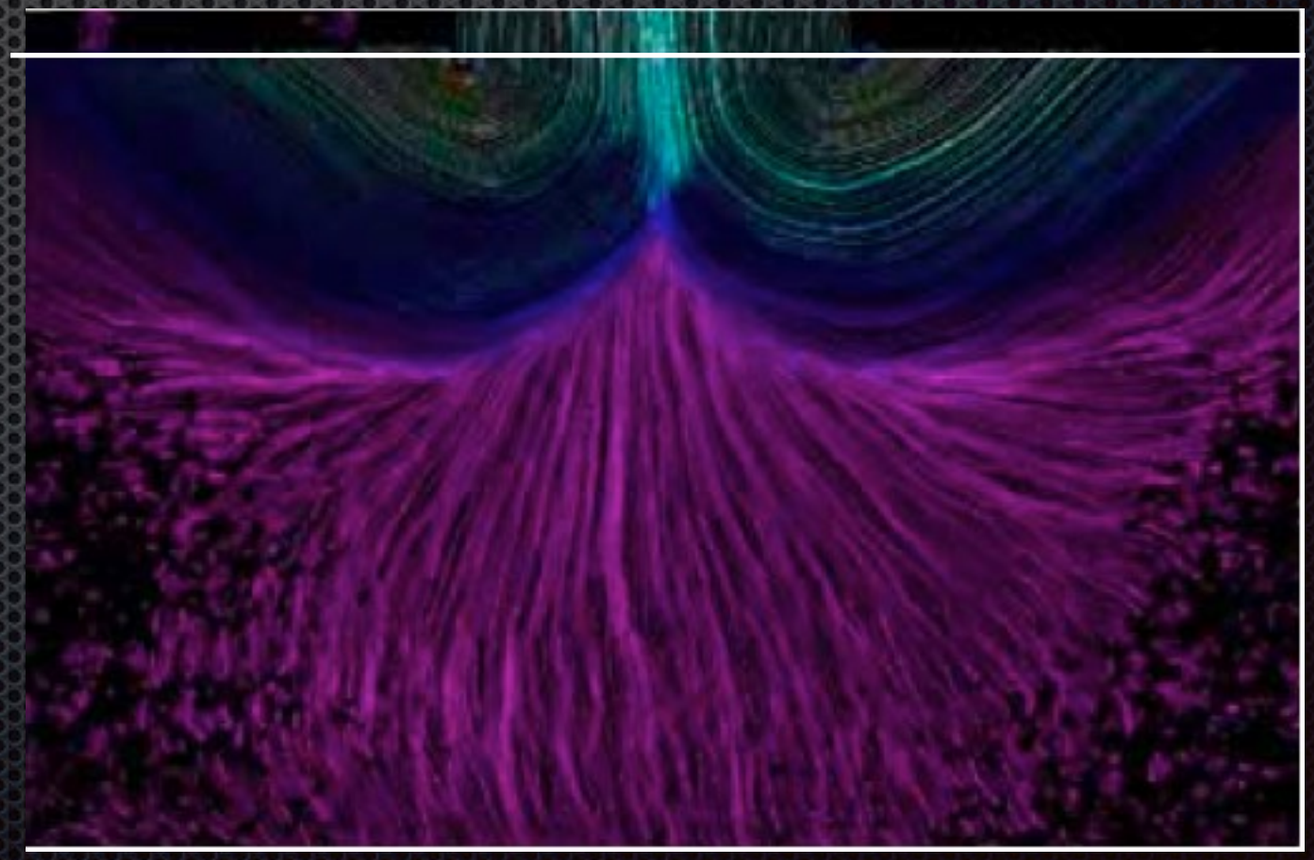
- autres approches relatives aux solides
  Champs virtuels (Michel Grédiac). Permet de retrouver les constantes d'élasticité anisotrope à pratir des mesures de vibration d'une plaque.
- approches utilisées en Mécanique des Fluides
  PIV *(particle image velocimetry)*
  - anciennes.
  - précision ~ 1/10e pixel
  - (très) grands déplacements
  - champs quelconques (fluides…)

PIV

- matPIV *(freeware)*
- PIV Davis…

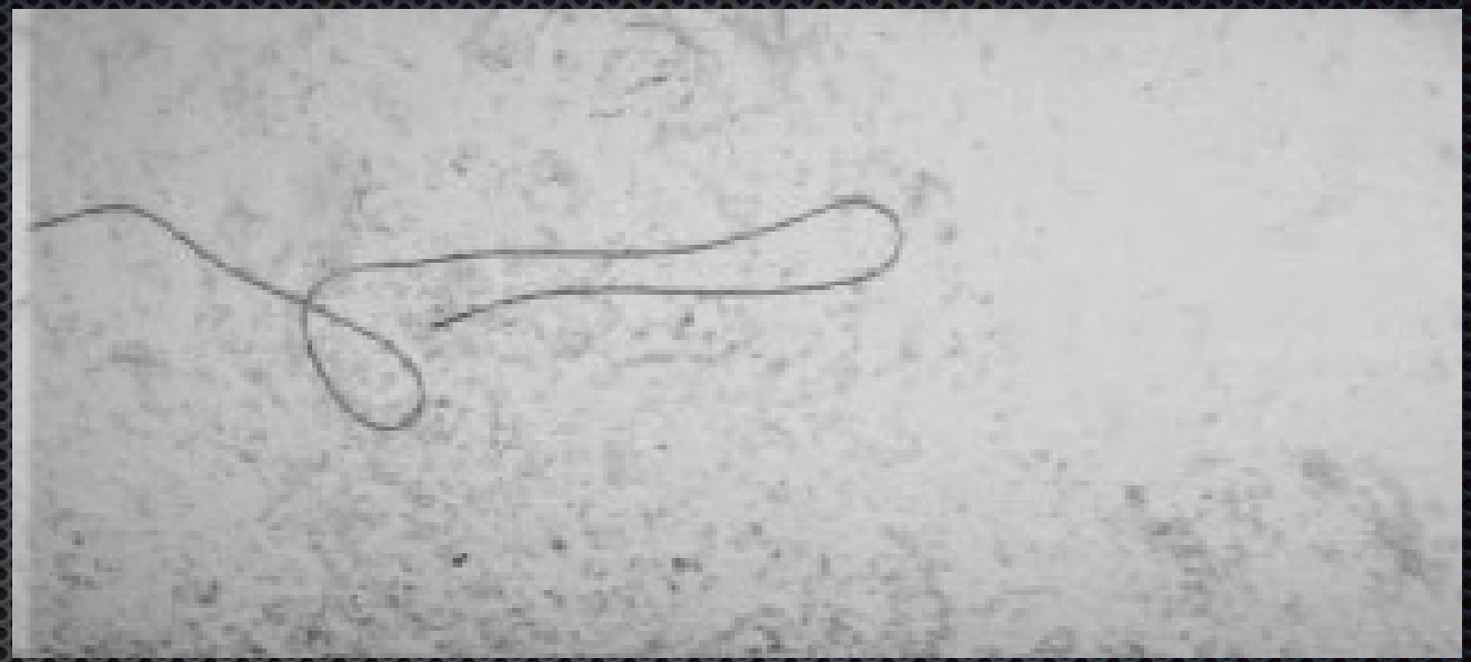


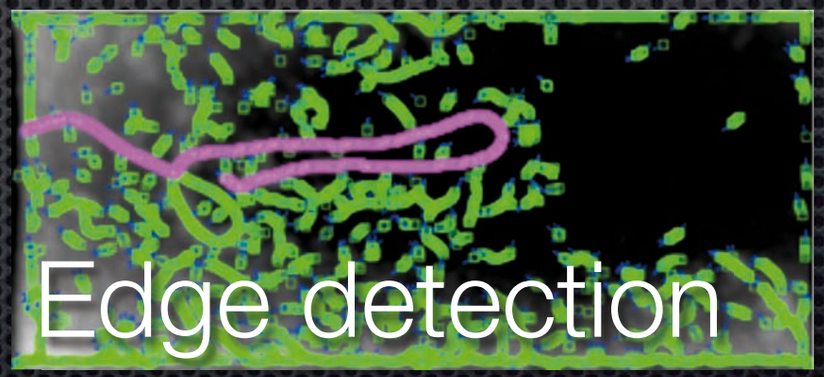
Essai Schneebeli

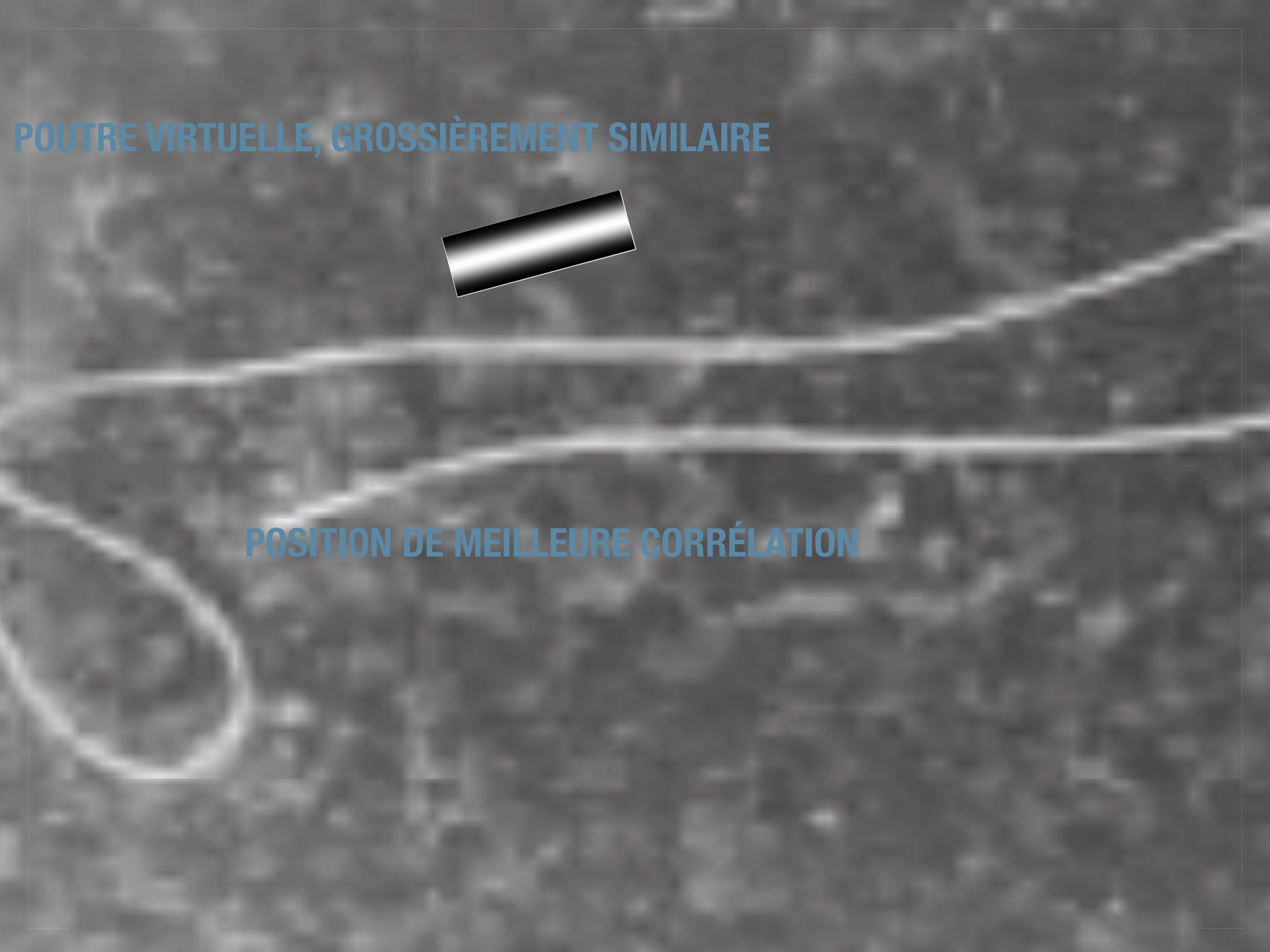


Corrélation d’images virtuelles

- Une seule image…
- On veut connaitre la forme du fil (ou du contour…)
- Méthode d’analyse d’image 1/2 pixel au mieux





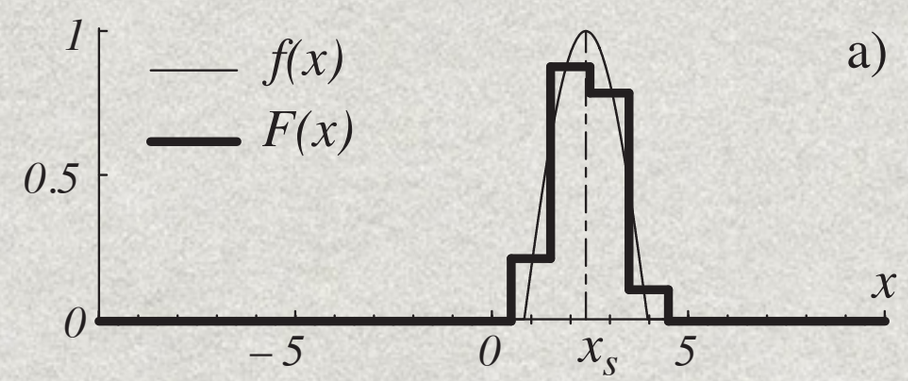

POUTRE VIRTUELLE, GROSSIÈREMENT SIMILAIRE
POSITION DE MEILLEURE CORRÉLATION

EXEMPLE UNIDIMENTIONNEL

- f image physique, F digitale
- Le **milieu** de f est à x_s=2.4 pixels
- g **image virtuelle** centrée à x_t (test)
  G sa discretisation (fine).
- F_G interpolation de F sur la grille fine
- La distance quadratique ϕ entre F_G et G :

$$\phi(x_t) = \frac{1}{2R}\int_{-R}^{R} \left(f(x_t + r) - g(r)\right)^2 \mathrm{d}r$$

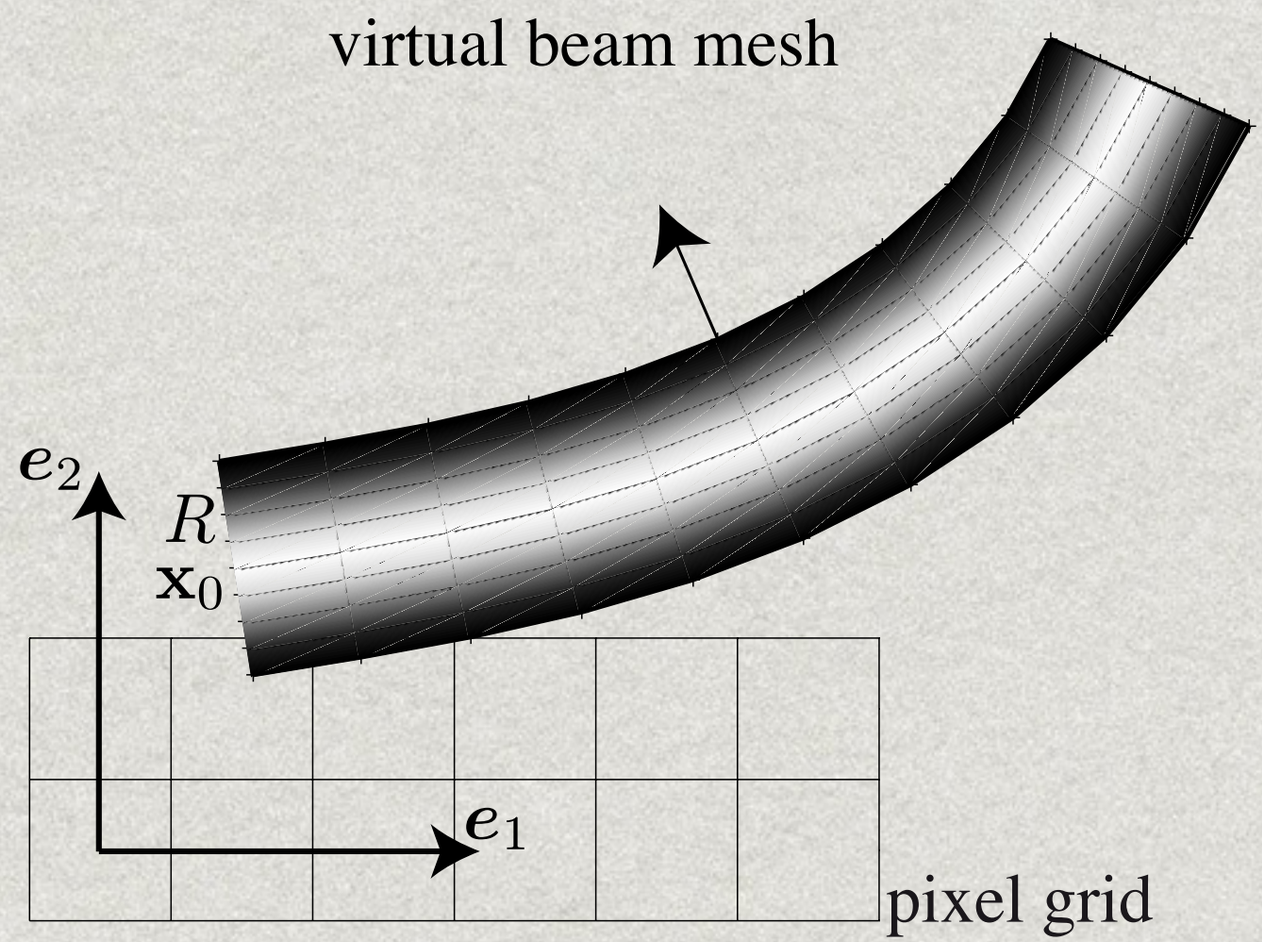
- est minimale pour x_F=2.394



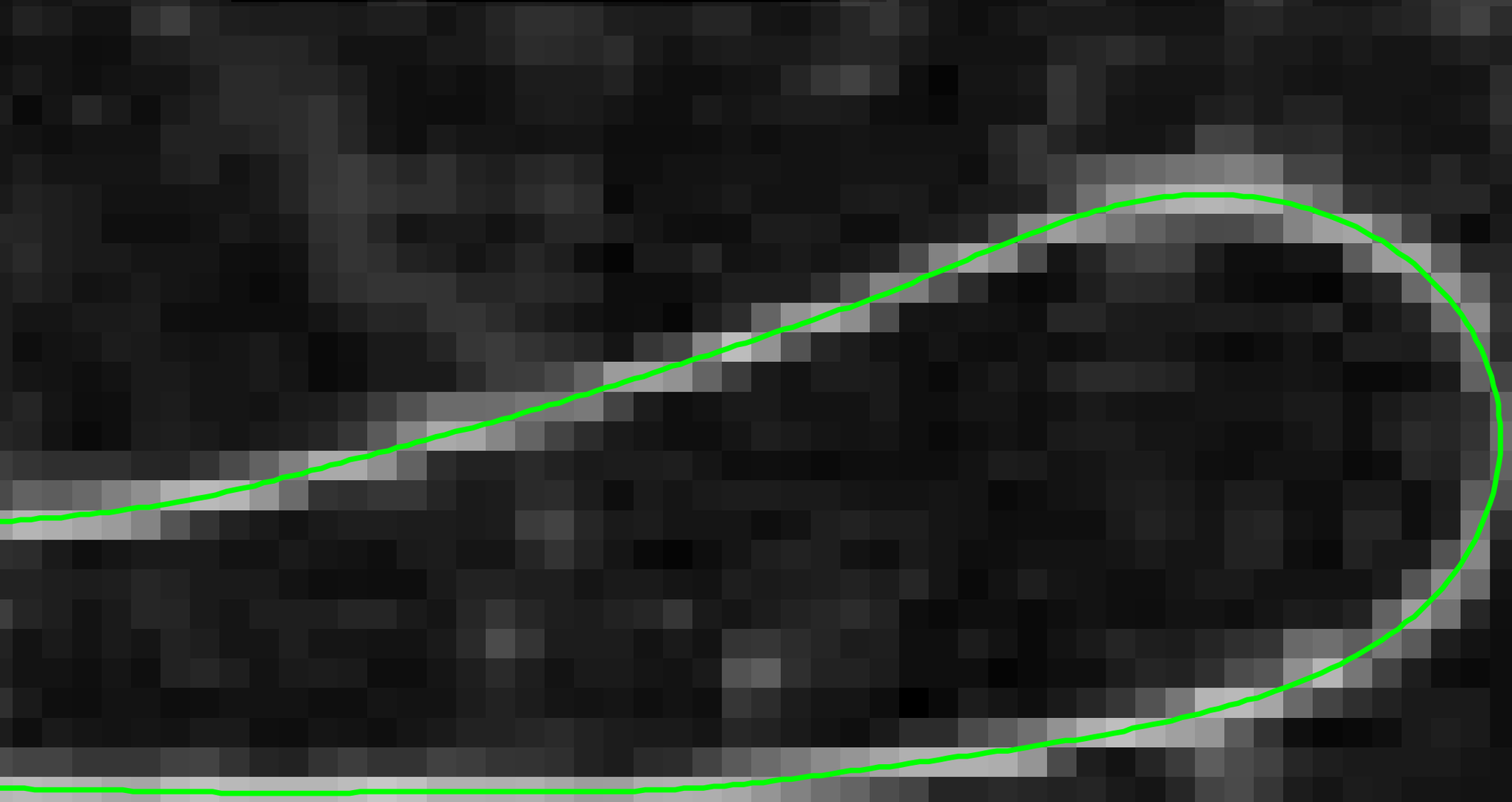
Poutre virtuelle

- **Courbures** données par une série (Fourier, Legendre…)
- Poutre virtuelle discrétisée sur un maillage fin
- Luminance en cloche

$$\gamma(s) = \sum_{n=0}^{N} A_n \tilde{\gamma}_n(\tilde{s})$$

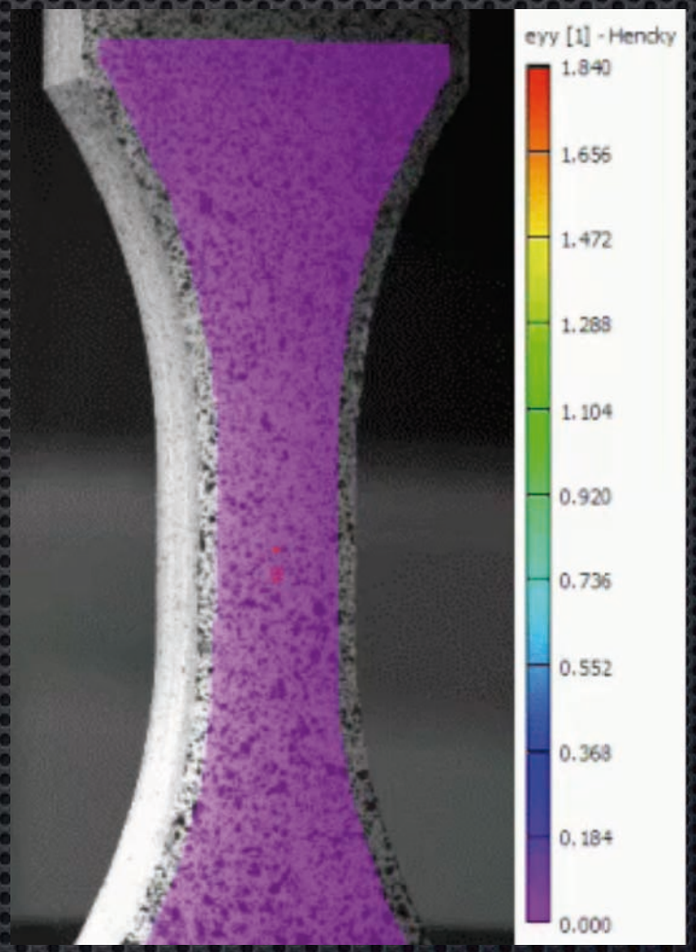


La forme est définie au
1/100 de pixel près

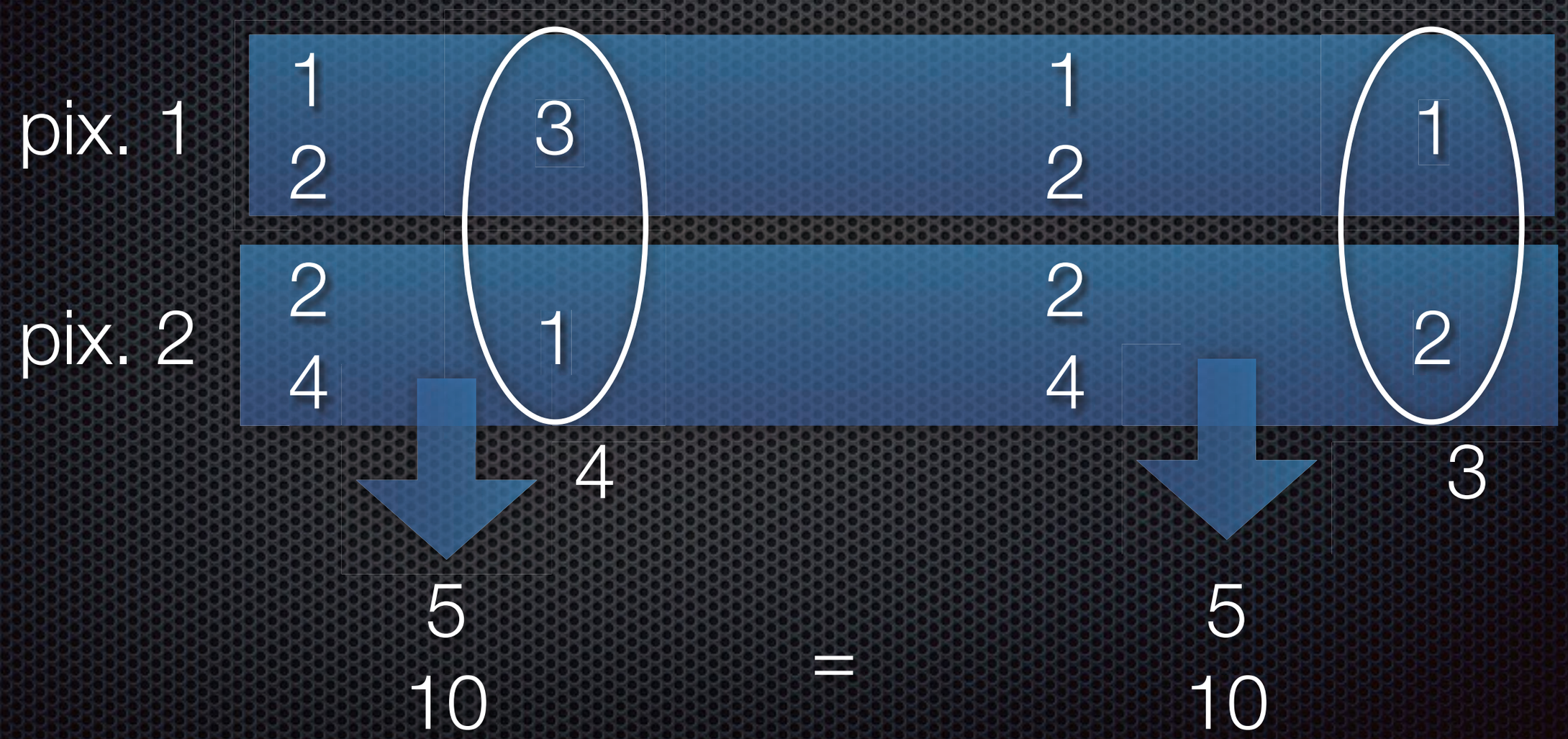


Logiciel Funambule (MF)
François *et al.* 2010

Merci.



logiciel Limess VIC 2D

car : on a un champ. Exemple : 2 pixels...

$$\iint \underbrace{\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})}\,\underbrace{(\mathrm{f}-\mathrm{g})}\,\mathrm{d}s = \iint \underbrace{\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f})}\left(\underbrace{\overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{f}).\vec{u}}\right)\mathrm{d}s$$