

Good Question

marcaas 202228000206085

2023 年 4 月 12 日

1 880

问题 1.1. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内为连续的奇函数, a 为常数, 则必为偶函数的是 ()

a) $\int_0^x du \int_a^u t f(t) dt$

b) $\int_a^x du \int_0^u f(t) dt$

c) $\int_0^x du \int_a^u f(t) dt$

d) $\int_a^x du \int_0^u t f(t) dt$

问题 1.2. 设数列 a_n 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, 且 $|q| < 1$, 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

问题 1.3. 设数列 $x_n = (1+a)^n + (1-a)^n$, 证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \begin{cases} 1 + |a|, & a \neq 0, \\ 1, & a = 0, \end{cases}$$

问题 1.4. 证明: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_1^n + a_2^n + \cdots + a_k^n} = \max\{a_1 \cdot a_2 \cdots a_k\}$ ($a_i > 0, i = 1, 2, \dots, k$)

2 ZY

问题 2.1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\sin x}^x \sqrt{3+t^2} \, dt}{x(e^{x^2} - 1)} =$$

问题 2.2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right) =$$

问题 2.3. 求函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{n+2} - x^{-n}}{x^n + x^{-n}}$ 的间断点, 并判别间断点的类型。

问题 2.4. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + nx(1-x)\sin^2 \pi x}{1 - n \sin^2 \pi x}$, 分析 $f(x)$ 的间断情况。

问题 2.5. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^n \frac{1}{n^x}$ ($0 < x < +\infty$), 则 $f(x)$ 在其间断点处的值为?

问题 2.6. 记 $f(x) = 27x^3 + 5x^2 - 2$ 的反函数为 f^{-1} , 求极限

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(27x) - f^{-1}(x)}{\sqrt[3]{x}}$$

问题 2.7.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{2}{x}} - e^2[1 - \ln(1+x)]}{x}$$

问题 2.8.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{1 + x^2}}{(\cos x - e^{\frac{x^2}{2}}) \sin \frac{x^2}{2}}$$

问题 2.9.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - (1+2x)^{\frac{1}{2x}}}{\sin x}$$

问题 2.10. 设函数 $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$ ($x > 0$), 证明: 存在常数 A, B , 使得当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 恒有

$$f(x) = e + Ax + Bx^2 + o(x^2)$$

并求常数 A, B .