

marcaas 202228000206085

1 880

a) $\int_0^x du \int_a^u t f(t) dt$ b) $\int_a^x du \int_0^u f(t) dt$
c) $\int_0^x du \int_a^u f(t) dt$ d) $\int_a^x du \int_0^u t f(t) dt$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_n} = \begin{cases} 1 + |a|, & a \neq 0, \\ 1, & a = 0, \end{cases}$$

2 ZY

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{\sin x}^x \sqrt{3+t^2} \, dt}{x(e^{x^2} - 1)} =$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right) =$$

问题 2.4. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + nx(1-x)\sin^2 \pi x}{1 - n \sin^2 \pi x}$, 分析 $f(x)$ 的间断情况。

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f^{-1}(27x) - f^{-1}(x)}{\sqrt[3]{x}}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{2}{x}} - e^2[1 - \ln(1+x)]}{x}$$

问题 2.8.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{1+x^2}}{(\cos x - e^{\frac{x^2}{2}}) \sin \frac{x^2}{2}}$$

问题 2.9.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - (1+2x)^{\frac{1}{2x}}}{\sin x}$$

问题 2.10. 设函数 $f(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$ ($x > 0$), 证明: 存在常数 A, B , 使得当 $x \rightarrow 0^+$ 时, 恒有

$$f(x) = e + Ax + Bx^2 + o(x^2)$$

并求常数 A, B .

问题 2.11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^3)}{\arcsin x - x}, & x < 0 \\ e^{-1} + \frac{1}{2}x^2 + x - 1, & x > 0 \end{cases}$ $g(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} \arctan \frac{1}{x}}{1+e^{\frac{x}{2}}}$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} f[g(x)]$

问题 2.12. 设 $\alpha \geq 5$ 且为常数, 则 k 为何值时极限

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(x^\alpha + 8x^4 + 2)^k - x]$$

存在, 并求此极限值.

问题 2.13. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} [\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) + \frac{1}{2}]^{\frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}}$

问题 2.14. 设当 $a \leq x \leq b$ 时, $a \leq f(x) \leq b$, 并设存在常数 $k, 0 \leq k < 1$, 对于 $[a, b]$ 上的任意两点 x_1 与 x_2 , 都有

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq k|x_1 - x_2|$$

证明:

1. 存在唯一的 $\epsilon \in [a, b]$ 使 $f(\epsilon) = \epsilon$;
2. 对于任意给定的 $x_1 \in [a, b]$ 定义 $x_{n+1} = f(x_n), n = 1, 2, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \epsilon$.