

Dérivation 3 - Thèmes classique d'application

1. Vitesses

Un mobile se déplace sur l'axe $[Ox]$, gradué en cm, pendant une durée de 6 secondes. La loi horaire de son déplacement est :

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 9t + 2$$

- (a) Quelle est sa position initiale ? Quelle est sa position finale ?
- (b) Quelle est la vitesse moyenne du mobile sur l'ensemble de son parcours ?
- (c) La vitesse instantanée du mobile à l'instant t est $v(t) = x'(t)$. Exprimer $v(t)$.
- (d) Quelle est sa vitesse instantanée à l'instant $t = 4$?
- (e) Durant son parcours, le mobile s'est-il arrêté un court instant ?

2. Coût de production

Dans une entreprise, le coût de production de q articles est la fonction :

$$C(q) = 0,001q^3 - 1,2q^2 + 600q$$

On appelle « coût marginal » la fonction définie par :

$$C_m(q) = C(q+1) - C(q)$$

qu'on peut interpréter comme étant le coût de production du $(q+1)$ -ème article.

On appelle « coût moyen » la fonction définie par :

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$$

qui est donc le coût de production par article produit.

- (a) Coût moyen.
 - i. Calculer le coût moyen si 400 articles sont produits.
 - ii. Exprimer le coût moyen en fonction de q .
 - iii. Pour combien d'articles produits le coût moyen est-il minimal ? Quel est-il alors ?
- (b) Coût marginal.
 - i. Calculer le coût marginal en fonction de q .
 - ii. Calculer le coût marginal de production du 500-ème article produit.
 - iii. Exprimer $C'(q)$.
 - iv. Calculer $C'(500)$ et comparer avec $C_m(500)$.