Suites 3 - Suites arithmétiques

1. Démontrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbf{N}}$ est arithmétique si, et seulement si, pour tout entier $n \geqslant 1$, le terme u_n est la moyenne arithmétique des termes u_{n-1} et u_{n-1}.

2. La suite a est arithmétique. Si $a_{21} + a_{54} = 397$ et $a_{39} + a_{53} = 482$, que vaut $a_{31} + a_{48}$?

3. La suite arithmétique u est définie par $u_0 = 5$ et sa raison $r = 2$. On note $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
Calculer u_8, u_{40}, S_9 et S_{23}.

4. La suite arithmétique v est définie par $v_1 = 12$ et sa raison $r = -3$. On note $T_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.
Calculer v_9, v_{27}, T_6 et T_{19}.

5. Calculer les sommes :

(a) $50+53+56+59+\cdots+137+140$

(b) $-42-37-32-\cdots+148+153$

(c) $53+60+67+\cdots+207+214$

6. Comparer les nombres :

$$2\,024 \times (1+2+3+\cdots+2\,023) \quad \text{et} \quad 2\,023 \times (1+2+3+\cdots+2\,024)$$

7. Calculer la somme de tous les entiers naturels multiples de 3 inférieurs à 1 000.

8. Trois nombres en progression arithmétique ont pour somme 39 et pour produit 2 080.
Quels sont-ils ?

9. La suite $(a_n)_{n\geq 1}$ est arithmétique et on note $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$.

(a) $a_5 = 13$ et $a_{12} = 27$. Calculer a_{16}.

(b) $a_4 = -12$ et $a_{13} = -57$. Calculer a_{18}.

(c) $a_7 = 25$ et $S_{14} = 371$. Calculer a_{31}.

(d) $S_9 = 144$ et $S_{17} = 476$. Calculer a_{28}.

10. La suite $(a_n)_{n\geq 0}$ est arithmétique et on note $S_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$.
On donne $S_{13} - S_8 = 125$ et $S_{16} - S_5 = 275$. Calculer S_{23}.

11. La somme de 25 entiers consécutifs vaut 500. Combien vaut le plus petit d'entre eux ?

12. Pour une certaine suite arithmétique, la somme des 50 premiers termes vaut 200, et la somme des 50 termes suivants vaut 2 700. Quel est le premier terme de cette suite ?

13. (a) Calculer les sommes $1+3$; $1+3+5$; $1+3+5+7$; $1+3+5+7+9$.

(b) Énoncer une conjecture puis la démontrer.

14. La suite $(a_n)_{n\geq 1}$ est arithmétique de premier terme a et de raison r. Soit $p \in \mathbf{N}^*$.
Calculer la somme :

$$\sum_{k=1}^{n} a_{kp}$$