

Probabilités 2 - Probabilités conditionnelles

1. Dans la division de Terminale, 40 % des garçons et 15 % des filles mesurent plus de 1,80 m. De plus, 60 % des élèves sont des filles. Sachant qu'un élève désigné par le sort mesure plus de 1,80 m, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Résoudre l'exercice d'abord à l'aide d'un tableau d'effectifs, puis à l'aide d'un tableau. Comparer les deux méthodes.

2. Dans une population, 15 % des individus ont la grippe. Parmi les individus atteints de la grippe, 20 % ont la rougeole. Parmi les individus qui ne sont pas atteints de la grippe, 4 % ont la rougeole.

- (a) Modéliser la situation par un tableau d'effectifs.
- (b) Calculer la probabilité qu'un individu désigné par le sort soit atteint de la rougeole.
- (c) Calculer la probabilité qu'un individu atteint de la rougeole désigné par le sort soit atteint de la grippe.

3. Dans une école, le recrutement se fait de deux façons :

- 10 % des candidats sont sélectionnés sur dossier. Ensuite ils passent un oral, où 60 % d'entre eux sont admis.
- Les candidats non sélectionnés sur dossier passent une épreuve écrite, où 20 % d'entre eux sont admis.

Le sort désigne un candidat.

On note D l'événement « Le candidat a été sélectionné sur dossier », et A l'événement « Le candidat a été admis ».

- (a) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
- (b) Calculer la probabilité que le candidat soit sélectionné sur dossier et admis à l'école.
- (c) Calculer la probabilité de A.
- (d) Le sort désigne cette fois un candidat admis à l'école.
Quelle est la probabilité que son dossier n'ait pas été sélectionné ?

4. Dans un pays, 2 % de la population est contaminée par un virus. On dispose d'un test de dépistage de ce virus.

On sait que la probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 99 % : c'est la *sensibilité* du test.

On sait aussi que la probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 97 % : c'est la *spécificité* du test.

On fait passer un test à un individu désigné par le sort. On note :

- V l'événement « La personne est contaminée » ;
- T l'événement « Le test est positif ».

- (a)
 - i. Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$ et $P_{\bar{V}}(\bar{T})$.
 - ii. Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
 - iii. En déduire la probabilité de l'événement $V \cap T$.

- (b) Calculer la probabilité que le test soit positif.
- (c) i. Justifier par un calcul la phrase : « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de chances que la personne soit contaminée ».
- ii. Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à 10^{-4} .

5. Au Nigéria, la malaria touche 10 % de la population. Ce nombre s'appelle la *prévalence* de la maladie. Un laboratoire pharmaceutique a mis au point un test de détection de cette maladie. Une étude statistique a donné les résultats suivants :

- Si une personne est infectée, la probabilité que le résultat de son test soit positif est de 99 %. Ce nombre s'appelle la *sensibilité* du test.
- Si une personne n'est pas infectée, la probabilité que le résultat du test soit négatif est de 98 %. Ce nombre s'appelle la *spécificité* du test.

Le sort désigne une personne, qui passe ce test. On note I l'événement « La personne est infectée par la malaria » et T l'événement « Le résultat de son test est positif ».

- (a) Représenter la situation par un arbre pondéré complet.
- (b) Quelle est la probabilité que cette personne soit testée positive ?
- (c) Son test est négatif. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas infectée ?
- (d) Le laboratoire aura l'autorisation de commercialiser son test si la probabilité qu'une personne testée positive soit infectée est supérieure à 90 %.
- Ce test sera-t-il autorisé à la commercialisation ?

Les probabilités seront arrondies au dix-millième près.

6. Annales E3C.

- 2020 Sujet 1 Exercice 4
- 2020 Sujet 2 Exercice 2
- 2020 Sujet 4 Exercice 3 Partie A
- 2020 Sujet 5 Exercice 2
- 2020 Sujet 6 Exercice 2
- etc.