Juin 2021

A l'attention de **tous** les parents des futurs élèves de 2nde.

Madame, Monsieur,

Les exigences du lycée sont telles que certaines compétences de base doivent être parfaitement maîtrisées. Par conséquent, nous mettons à votre disposition une liste d'exercices revoyant l'ensemble de la partie algèbre vue au collège.

L'équipe des professeurs de mathématiques de 3ème et de 2nde.

72, rue Raynouard 75016 PARIS - Tél : 01.44.30.26.00 - Fax : 01.42.30.51.93
http://www.saintjeandepassy.fr

Feuille 1

Exercice 1

On considère l'expression $A = x^2 - 25 - 3(5-x)(x+1) + 2(x-5)^2$.

1. Développer et réduire A.
2. Factoriser A.
3. Résoudre les équations : a) $A = 0$. b) $A = 10$. c) $A = 3x - 15$.

Soit $B = \left(x - \sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2} - x\right)(2x-1) - x^2 + 2$.

4. Développer B.
5. Factoriser B.
6. Résoudre les équations : a) $B = 0$. b) $B = 4 - \sqrt{2}$. c) $B = x - \sqrt{2}$.

Soit $C = 4x^2 - 25 - 2(2x-5)^2$.

7. Développer et réduire C.
8. Factoriser C.
9. Résoudre les équations : a) $C = 0$. b) $C = -75$. c) $C = 2x - 15$.

Exercice 2

Factoriser les expressions suivantes :

$A = 2(x-2)(3x-4) + (7x-1)(2-x)$

$B = x^3 + 2x^2 + x$

$C = \dfrac{1}{9}x^2 - 1 + 5\left(\dfrac{x}{3} + 1\right)(x+4) - \dfrac{1}{3}x - 1$

$D = 3\left(x^2 - 10x + 25\right) - 12\left(1 - 2x + x^2\right)$

$E = 2(3-x)^2 + (3x-9)(x+1) - 9 + x^2$

$F = x + 5 + 5x^2 + 25x$

$G = \dfrac{1}{4}x^2 - x + 1$

$H = 3x^2 - 30x + 75$

$I = \left(x^2 - 2x + 1\right) - (x-1)(3x+4)$

$J = 4(3x-5)^2 - (7-2x)^2$

$K = \dfrac{5}{3} - \dfrac{a}{2} + (a-1)(10-3a) - \dfrac{5a}{3} + \dfrac{a^2}{2}$

$L = (4-3x)^2 - (x+4)^2 + (x-4)^2$

$M = (2x+1)^2 - 3\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$

$N = \left(x\sqrt{2} - 1\right)^2 - 4$

$P = x^2 - 2x + 1 - 7(x-1) + (3x+2)(1-x)$

$Q = 3(x-2)\left(x^2+1\right) - \left(6x^2 - 5\right)(x-2)$

$R = (6x-3)^2 - (2x-1)$

$S = \left(4x^2 - 3x - 18\right)^2 - \left(4x^2 + 3x\right)^2$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

a) $4 - \dfrac{4+3x}{6} = \dfrac{2x}{3} - \dfrac{x+4}{2}$.

b) $2x - (4-x)^2 = 14 - x(x-1)$.

c) $\dfrac{\dfrac{3x-9}{35}}{\dfrac{3}{14}} = \dfrac{8}{5}$.

d) $\dfrac{2x-1}{6} - \dfrac{7-5x}{12} = \dfrac{3}{4}$.

e) $(6x-7)^2 = 9(x+2)^2$.

f) $2(2x+3)^2 = 4x^2 - 9$.

g) $1 - x^2 = (1-x)(3x-4)$

h) $2x^3 = 18x$

i) $(-2x+3)(-x+5) = 15$

j) $-2x^2 + 8x = 0$

k) $(2x-5)^2 = (7x-3)(4x-10)$

l) $3x - 2 - \dfrac{2(4x-3)}{3} = \dfrac{x-2}{2} + 1$

m) $(2x+7)(3x-1) = 8x^2 - 98$

n) $(2x-3)^2 - (x+7)^2 = (x-2)(x-10)$

Feuille 2

Exercice 1

Résoudre les équations :

a) $25x^2-9=(5x-3)(2x+1)$ b) $16x^2+49=(2x-5)(8x+1)$ c) $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{2x-5}{3}=1-\dfrac{x+1}{6}$

d) $12x^2+5=2x^2-3$ e) $9x^2+36x+36=x^2-4$ f) $x^2+x+\dfrac{1}{4}=(2x+1)(x-3)$

g) $4x^2+12x+9+(4x+6)(5x+7)+25x^2+70x+49=0$ h) $x^4=16$

i) $(x^2-9)(x+5)=(x^2+10x+25)(3-x)$ j) $x^3+x^2-18x-18=0$

k) $\dfrac{x}{\sqrt{2}}=3-(x-\sqrt{2})$ l) $5-3\left(x-\dfrac{7}{3}\right)=2x-1$ m) $(4x-5)^2=4x^2$

n) $1-\dfrac{1-3x}{3}>-\dfrac{4}{3}$ o) $(2x-3)^2-4x+5=4x^2-3$ p) $\sqrt{3}(x\sqrt{2}-1)=x\sqrt{6}-\sqrt{6}$

Exercice 2

$A=\sqrt{72}-2\sqrt{50}+2\sqrt{18}+\sqrt{9}$ $B=(\sqrt{2}+2)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)$;

$C=(2\sqrt{2}+1)^2+(1-\sqrt{2})^2-9$ $D=(\sqrt{2}+1)^2$.

Montrer que ces quatre nombres sont égaux.

Exercice 3

Simplifier : $A=\dfrac{\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}}{1+\dfrac{a}{b}}$ et $B=\dfrac{a-\dfrac{a-b}{1+ab}}{1+\dfrac{a(a-b)}{1+ab}}$, a et b désignant deux nombres strictement positifs.

Exercice 4

Soit Φ le nombre d'or défini par : $\Phi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Montrer que : $\Phi^2=\Phi+1$ d'une part et $\Phi^{-1}=\Phi-1$ d'autre part.

Exercice 5

Résoudre les systèmes :

a) $\begin{cases}3x\sqrt{2}-y\sqrt{3}=\sqrt{3}\\ x\sqrt{3}+y\sqrt{2}=2\sqrt{2}\end{cases}$ b) $\begin{cases}x\sqrt{2}+y\sqrt{3}=2\\ x\sqrt{3}-y\sqrt{2}=3\end{cases}$ c) $\begin{cases}x\sqrt{2}-3y=1\\ x+y\sqrt{2}=2\end{cases}$ d) $\begin{cases}-x\sqrt{2}+y\sqrt{3}=-2\\ x\sqrt{2}+y\sqrt{3}=\sqrt{6}\end{cases}$

Exercice 6

Simplifier l'écriture des nombres $S=\sqrt{54}-5\sqrt{12}+3\sqrt{75}-\sqrt{6}$ et $R=\dfrac{4\sqrt{27}-\sqrt{54}}{3\sqrt{2}}$; puis calculer le produit $P=S\times R$.

Exercice 7

Soit les nombres :

$A=\dfrac{3+\dfrac{5}{3}-\dfrac{1}{2}}{1-\dfrac{1}{6}}$; $B=4\sqrt{\dfrac{26}{5}}\times\sqrt{\dfrac{65}{8}}$; $C=(2\sqrt{5}-3)^2+(2\sqrt{5}+3)^2$; $D=\dfrac{1}{5-2\sqrt{6}}+\dfrac{1}{5+2\sqrt{6}}$.

Montrer que chacun de ces nombres est un entier et vérifier que leur somme vaut 99.

Feuille 3

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants indiquer les réels x qui conviennent :

1. le triple de x est inférieur ou égal à 12.
2. la moitié de x est strictement supérieur à -5.
3. le double de l'opposé de x est strictement inférieur à 8.
4. le quart de x est égal à l'inverse de $\sqrt{2}$.
5. l'opposé du tiers de x est inférieur ou égal à 5.

Exercice 2

1. Démontrer que pour tout entier naturel non nul n, $\frac{1}{n}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{3n}+\frac{1}{6n}=\frac{2}{n}$.
2. En déduire l'écriture de $\frac{2}{101}$ comme somme de quatre fractions de numérateurs 1.

Exercice 3

Démontrer les égalités suivantes :

$3+5\sqrt{2}=\sqrt{59+30\sqrt{2}}$; $5\sqrt{2}-3=\sqrt{59-30\sqrt{2}}$; $\sqrt{6}+\sqrt{2}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)}{\sqrt{2}}$; $\frac{4}{\sqrt{3}-1}=2\left(\sqrt{3}+1\right)$.

Exercice 4

Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'un quotient : $A=\frac{2x+3}{x-2}+5x-\frac{2}{x-2}$; $B=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x}$; $C=\frac{x^2}{x-1}-x$; $D=\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}$; $E=\frac{1}{a^2b}-\frac{1}{ab^2}+\frac{2}{a^2b^2}$; $F=\frac{x}{x^2-1}+\frac{1}{x-1}$.

Exercice 5

1. a, b, c, d étant quatre réels quelconques, démontrer que : $\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)=\left(ac+bd\right)^2+\left(ad-bc\right)^2$.
2. a et b sont deux réels tels que $a>b>0$. Soit $C=\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}$; calculer C^2 puis simplifier C.
3. a et b sont deux réels tels que $a>b>0$. Démontrer l'égalité : $\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}}$.

Exercice 6

1. $x\neq 0$, simplifier $\frac{x-1}{x}\times\frac{x+1}{x}$.
2. En déduire une écriture simplifiée du nombre : $A=\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\times\ldots\times\left(1-\frac{1}{20^2}\right)$.

Exercice 7

Est-il possible de construire une (voire plusieurs …) série de 7 notes entières distinctes comprises entre 0 et 20 dont la moyenne soit 10, la médiane 10 et l'étendue 20 ?
Même question pour une moyenne et une médiane de 12 (étendue 20).

Exercice 8

$F(x)=(4x-14)(3x+1)+2x^2-7x$; $G(x)=16x^2-(3x+2)^2$.

a) factoriser $F(x)$, puis $G(x)$ b) Résoudre $F(x)+G(x)=0$.

Feuille 4

Calculer :

$$A=\frac{(-11)^4\times(-9^2)\times 2^{-3}}{3^3\times 11^3\times 2^{-2}}$$

$$B=\frac{5^2+5^3}{5^6+5^5}$$

$$D=\frac{5}{3}-\frac{1}{3}\left(\frac{3}{10}\times\frac{35}{9}-\frac{-3^2}{27}\right)$$

$$E=\frac{2^6\times(-81)^5}{-27^{10}\times(-16)^{-2}}\times\left(\frac{4}{9}\right)-5$$

$$F=-\sqrt{2}(x^2-5)-\left(\sqrt{2}+3x\right)^2-x\sqrt{2}+x^2\sqrt{2}-5$$

$$G=-\frac{10}{3}\times\left(5-\frac{7}{2}\right)\times\frac{\frac{4}{25}-\frac{\frac{4}{5}-1}{\frac{20}{9}\times\left(3-\frac{3}{4}\right)}}{\frac{7}{9}\times\left(1-\frac{4}{7}\right)}$$

$$H=\sqrt{72}-2\sqrt{50}+\sqrt{18}+\sqrt{9}I$$

$$I=\sqrt{3}\sqrt{3-\sqrt{3}}\sqrt{3+\sqrt{3}}$$

$$J=\frac{6^{24}-3^{24}}{3^{20}(2^{12}-1)(2^{12}+1)}$$

$$K=\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

$$L=\frac{7}{9}\times\sqrt{\frac{10}{98}}\times\sqrt{\frac{162}{5}}\times\frac{10^2}{\sqrt{10^9}}$$

$$M=\sqrt{\frac{32^{10}+4^{20}}{8^4\times 4^{10}+4^{21}}}$$

$$N=\sqrt{4+\sqrt{16+9}}$$

$$U=\frac{\sqrt{3-\sqrt{2}}}{\sqrt{1+\sqrt{2}}}\times\sqrt{\frac{1-2\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}}\times\sqrt{7(\sqrt{2}+1)}$$

$$P=(\sqrt{5}-2)2-\frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$$

$Q=999^2$; $\quad R=99x101$

$$S=6-4\left(\frac{3}{5}-1\right)^2$$

$$V=\frac{4\times 10^{14}\times 12}{3\times 10^{11}}$$