$DT\ n°2$	$06 - 11 - 23$
$2H$	$2nde$

MATHEMATIQUES

Calculatrices interdites

Il sera tenu compte dans la notation de la clarté de la rédaction, du raisonnement et de la présentation. Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié sans préavis.

Exercice 1 *(2 points)*

En justifiant, est-il vrai que : $\dfrac{1}{12^3} + \dfrac{1}{15^3} + \dfrac{1}{20^3} = \dfrac{1}{10^3}$?

Exercice 2 *(2 points)*

On considère les réels $A = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ et $B = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

1. Calculer $\left(2\sqrt{2} + 3\right)^2$. En déduire des valeurs simples pour A et B.
2. Démontrer que $2\sqrt{2} - 3$ et $-2\sqrt{2} - 3$ sont inverses l'un de l'autre.

Exercice 3 *(6 points)*

Résoudre dans IR les équations suivantes :

$(E1) \quad -12 + 3x^2 = (5x - 10)^2$

$(E2) \quad \dfrac{9 - 2x}{x^2 - 4} + \dfrac{x - 1}{2 - x} = \dfrac{3x + 3}{x + 2} - 3$

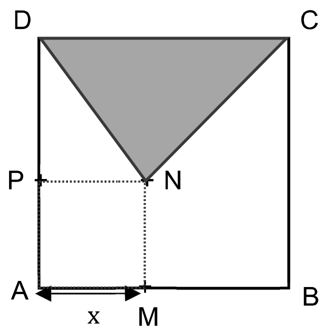
$(E3) \quad \dfrac{3 - 7x}{x - \frac{1}{4}} = \dfrac{-4x + 1}{7x - 3}$

Exercice 4 *(2 points)*

Soit ABC un triangle quelconque. Soit I le milieu de [BC].
Soit le point G défini par la relation : $2\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1. Tracer le point G sur l'annexe A que vous rendrez avec votre copie. Vous ferez figurer aussi sur cette Annexe A le calcul vectoriel préalable associé.
2. Démontrer que ABIG est un parallélogramme.

Exercice 5 *(3 points)*



Soient un carré ABCD de côté 5 et M un point mobile sur le segment [AB]. Les points N et P sont placés de sorte que AMNP soit un carré.

1. Exprimer l'aire de la surface colorée en fonction de x
2. On souhaite placer le point M de sorte que la surface colorée et la surface blanche aient la même aire. Quelle équation le nombre x doit-il alors vérifier ?
3. Résoudre cette équation et conclure.

Exercice 6 *(2 points)*

En admettant que $\sqrt{6}$ est un nombre irrationnel, démontrer par l'absurde que $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ est un nombre irrationnel.

Exercice 7 *(3 points)*

Soit ABCD un parallélogramme. Les points E, G, F, H tel que :

$$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} \qquad \overrightarrow{AG}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{DF}=\frac{2}{5}\overrightarrow{DC} \qquad \overrightarrow{BH}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$$

1. Démontrer que : $\overrightarrow{GF}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$
2. Démontrer que les droites (GF), (AC) et (EH) sont parallèles.

Annexe A à rendre avec la copie (Ex.4) : NOM : ……………………………………

Calcul vectoriel préalable :