

## Suites 2 - Monotonie et borniture

**1.** Étudier monotonie et bornitude.

$$a_n = -2n + 5 \quad b_n = n^2 - 3n \quad c_n = 2^n \quad d_n = \frac{n}{n+1}$$

$$e_n = (-1)^n \quad f_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2} \quad g_n = 1 + \frac{1}{n} \quad h_n = \frac{3^n}{n}$$

**2.** *Idem.*

- (a)  $a_1 = 4$  et  $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$ .
- (b)  $b_1 = 4$  et  $b_{n+1} = \sqrt{2b_n + 1}$ .
- (c)  $c_0 = 1,5$  et  $c_{n+1} = (c_n - 1)^2 + 1$ .

**3.** Soit  $f$  une fonction de  $\mathbf{R}$  dans  $\mathbf{R}$ . La suite  $(a_n)$  est définie par  $a_0 = a$  et la relation de récurrence :  $a_{n+1} = f(a_n)$ . Est-il vrai que, si  $f$  est croissante, alors  $(a_n)$  est croissante ?

**4.** Pour  $n \geq 1$ , on pose :

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+n}$$

- (a) Démontrer que  $(a_n)$  est minorée par  $\frac{1}{2}$ .
- (b) Démontrer qu'elle est majorée par 1.
- (c) Étudier sa monotonie.

**5.** Étant donnée une suite  $(a_n)$ , on pose :

$$A_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k$$

- (a) Démontrer que, si la suite  $(a_n)$  est croissante, alors la suite  $(A_n)$  l'est aussi.
- (b) Quid de la réciproque ?

**6.** On considère la suite de terme général  $a^n/n!$  où  $a > 0$ .

- (a) Étudier sa monotonie.
- (b) Quel est son terme maximal ?