Suites 1 - Génération

Ici n désigne un entier naturel.

1. On pose : $x_n = n^2 + n - 1$. Exprimer x_{n-1}, x_{n+1}, x_{2n}, x_{2n+1} et x_{n^2}.

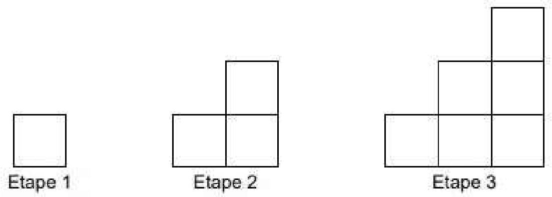
2. On pose : $a_n = 2^n$. Exprimer a_{n-1}, a_{n+1}, a_{2n} et a_{4n} en fonction de a_n.

3. On note : $a_n = n^n/2^{2n}$. Exprimer a_{2n}, a_{4n} et a_{n^2}.

4. Le n-ème nombre de Fibonnacci est défini par : $F_n = 2^{2^n} + 1$. Simplifier :

$$(F_{n-1} - 1)^2 + 1 \qquad F_n(F_n - 2) \qquad F_n^2 \qquad F_{n+1}^2 - 2(F_n - 1)^2$$

5. On réalise un motif en escalier en utilisant des carrés :



Combien de carrés devra-t-on utiliser à l'étape 10 ?

6. On définit une suite par son premier terme et une relation de récurrence :

(a) $a_0 = -5$ et $a_{n+1} = a_n + 3$

(b) $b_1 = 3$ et $b_{n+1} = 2a_n$

(c) $c_1 = 2$ et $c_{n+1} = 2c_n^2$

Dans chaque cas, conjecturer une formule explicite pour le terme général, puis démontrer cette conjecture, soit par un argument d'unicité, soit par récurrence.

7. La suite (a_n) est définie par $a_1 = 1$ et la relation de récurrence :

$$a_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a_n}}$$

Calculer a_{2022}.

8. Dans chaque cas, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

(a) $u_n = 3n - 5$.

(b) $u_n = 5 \cdot 3^n$.

(c) $u_n = -3 \cdot 2^n + 1$.