Calculatrices interdites

Il sera tenu compte dans la notation de la clarté de la rédaction, du raisonnement et de la présentation.
Le barème est donné à titre indicatif et peut être modifié sans préavis.

Exercice 1 : (2,5 points)

Donner sous forme d'intervalle ou d'une réunion d'intervalles l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{\sqrt{-x+3}}{x} + \sqrt{\frac{1}{2x+7}} \qquad g(x) = \sqrt{\frac{-x+3}{2x^2+7x}}$$

Exercice 2 : (6 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Etudier son sens de variation sur $[\ 0\ ;+\infty\ [$.
3) Etudier la parité de f.
4) En déduire le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.
5) Démontrer que f admet un maximum égal à 1 sur son ensemble de définition.
6) La fonction f admet-elle 0 comme minimum sur son ensemble de définition ?

Exercice 3 : (5 points)

Soit un plan P muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$)
Soient les 3 points $A(5\,;\,2)$, $E(2\,;\,-3)$ et $F(-3\,;\,7)$

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (EF).
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) perpendiculaire à (EF) passant par le point A.
3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection H de (EF) et de (Δ).
4) En déduire la distance du point A à la droite (EF).
5) On désigne par B et C les points de (EF), ayant respectivement même abscisse et même ordonnée que A. Déterminer les coordonnées de B et de C.
6) Retrouver la distance AH en calculant l'aire du triangle ABC de deux façons différentes.

Exercice 4 : (2 points) En utilisant le tableau de variation d'une fonction f ci-dessous,

x	-12		-3		4		10
Variations de f	-7	$\searrow$		$\nearrow$	10	$\searrow$	
			-12				-5

Indiquer dans chaque cas s'il est possible de répondre et dans l'affirmative donner la réponse en justifiant.

1) Comparer $f(-7)$ et $f(-12)$
2) Comparer $f(-5)$ et $f(9)$
3) Déterminer le minimum de f sur $[-4; 3]$
4) Déterminer le maximum de f sur $[-4; 3]$

Exercice 5 : (5,5 points)

Soit (D_m) l'ensemble des points $M(x; y)$ vérifiant l'équation suivante :

$$(m+2)x + (2m+2)y + 2 = 0 \qquad avec\ m \in \mathbb{R}$$

1) Justifier que (D_m) est une droite pour tout m de $\mathbb{R}$.
2) Déterminer m tel que :
   a) (Dm) // (Ox)
   b) (Dm) // (Oy)
   c) (Dm) // (d) avec (d) : $3x + 4y - 5 = 0$
   d) $(Dm) \perp (d')$ avec (d') : $x + y + 1 = 0$
3) Démontrer que deux droites quelconques (D_m) et $(D_{m'})$, avec m et m' distincts, ne peuvent être parallèles.
4) Déterminer le point d'intersection de (D_0) et de (D_1). En déduire que toutes les droites (D_m) passent par un point commun.