

Suites 2 - Monotonie et bornitude

1. Étudier monotonie et bornitude.

$$\begin{array}{llll} a_n = -2n + 5 & b_n = n^2 - 3n & c_n = 2^n & d_n = \frac{n}{n+1} \\ e_n = (-1)^n & f_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2} & g_n = 1 + \frac{1}{n} & h_n = \frac{3^n}{n} \end{array}$$

2. *Idem.*

- (a) $a_1 = 4$ et $a_{n+1} = 0,5a_n + 1$.
- (b) $b_1 = 4$ et $b_{n+1} = \sqrt{2b_n + 1}$.
- (c) $c_0 = 1,5$ et $c_{n+1} = (c_n - 1)^2 + 1$.

3. Soit f une fonction de \mathbf{R} dans \mathbf{R} . La suite (a_n) est définie par $a_0 = a$ et la relation de récurrence : $a_{n+1} = f(a_n)$. Est-il vrai que, si f est croissante, alors (a_n) est croissante ?

4. Pour $n \geq 1$, on pose :

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k+n}$$

- (a) Démontrer que (a_n) est minorée par $1/2$.
- (b) Démontrer qu'elle est majorée par 1.
- (c) Étudier sa monotonie.

5. Étant donnée une suite (a_n) , on pose :

$$A_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k$$

- (a) Démontrer que, si la suite (a_n) est croissante, alors la suite (A_n) l'est aussi.
- (b) Quid de la réciproque ?

6. On considère la suite de terme général $a^n/n!$ où $a > 0$.

- (a) Étudier sa monotonie.
- (b) Quel est son terme maximal ?