

- 1 Enuncieu el criteri del sandwich per a successions de números reals.

Calculeu el límit següent:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \sin(n!)}{n+1}$$

(1 punt)

- 2 Considereu la funció $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x} - \frac{1}{2}$.

a) Proveu que l'equació $f(x) = 0$ té solució a l'interval $[2,3]$.

b) Feu 4 iteracions del mètode de la bisecció per calcular un valor aproximat de la solució de l'equació $f(x) = 0$ en l'interval $[2,3]$.

Doneu una fita superior de l'error comès.

c) Calculeu $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(2 punts)

- 3 a) Per a la funció $f(x) = e^{x^2}$, demostreu que $0 < f^{(4)}(x) < 228$ si $0 \leq x \leq 1$.

b) Fent ús del Mètode de Simpson, calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per les rectes $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ i la corba $y = e^{x^2}$, amb un error menor que 10^{-3} .

(3 punts)

- 4 Considereu la funció $f(x, y) = x^2 y$.

a) Trobeu i dibuixeu les corbes de nivell de la superfície $z = f(x, y)$ corresponents als nivells $z = -2, -1, 0, 1, 2$.

b) Trobeu els extrems relatius de f en el seu domini.

c) Justifiqueu l'existència d'extrems absoluts de f en el recinte

$$\mathcal{K} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2x + y^2 - 1 \leq 0, x \geq 1\}.$$

d) Determineu el màxim absolut i el mínim absolut de f en el recinte \mathcal{K} .

(4 punts)