1. Considereu la funció $f(x) = xe^x$.

a) *(3 punts)* Escriviu el polinomi de Taylor de grau 3 de la funció $f(x)$ a l'origen i el terme complementari corresponent.

b) *(4 punts)* Escriviu el polinomi de Taylor de grau n de la funció $f(x)$ a l'origen i el terme complementari corresponent.

c) *(3 punts)* Determineu el mínim grau del polinomi de Taylor de la funció $f(x)$ a l'origen per calcular $f(-0.5)$ amb una precisió de dos decimals correctes ($error \leq 0.5 \cdot 10^{-2}$).

2. Considereu la funció $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x - m$, amb $m \in \mathbb{R}$.

a) *(5 punts)* Estudieu el número de zeros de $f(x)$ en funció del paràmetre m.

b) *(1 punt)* En el cas $m = 7$, calculeu els zeros de $f(x)$.

c) *(4 punts)* En el cas $m = 7$, calculeu l'àrea del recinte tancat limitat per la corba $y = f(x)$ i l'eix d'abscisses.

3. Considereu la funció $f(x, y) = \int_x^{xy} \frac{sint}{t} dt$.

a) *(2 punts)* Enuncieu el Teorema Fonamental del Càlcul.

b) *(4 punts)* Escriviu les equacions del pla tangent i de la recta normal a la superfície $z = f(x, y)$ en el punt $(\pi/2, 1, 0)$.

b) *(4 punts)* Quina és la direcció en la qual $f(x, y)$ creix més ràpidament en el punt $P = (\pi/2, 1)$? Trobeu la derivada direccional de $f(x, y)$ en aquesta direcció.

4. Sigui $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funció definida per $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - x - y$ i sigui K el recinte $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 |\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \leq 4\}$.

a) *(3 punts)* Justifiqueu l'existència d'extrems absoluts de $f(x, y)$ en el recinte K.

b) *(7 punts)* Determineu el màxim absolut i el mínim absolut de la funció $f(x, y)$ en el recinte K i els punts on s'assoleixen.

(*Els quatre exercicis puntuen igual*)