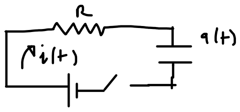
→ Transitoris en C.C.

Circuits RC

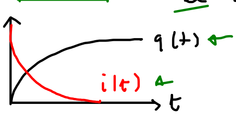
* Càrrega d'un condensador



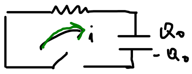
$$\begin{cases} q(t) = \overset{q_{max}}{C \cdot \varepsilon} \left[1 - e^{-t/\tau}\right] \\ i(t) = \underbrace{\frac{\varepsilon}{R}}_{i_{max}} e^{-t/\tau} \end{cases}$$

$\boxed{\tau = RC}$

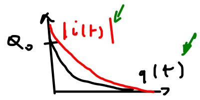
$U_{el} = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$



* Descàrrega

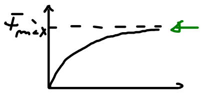


$$\begin{cases} q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} \\ i(t) = -\frac{Q_0}{\tau} e^{-t/\tau} \end{cases}$$

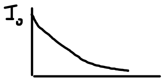


Circuits RL

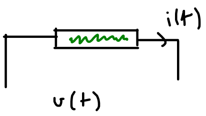
* Tancament $\quad i(t) = \overset{I_{max}}{\frac{\varepsilon}{R}} \left[1 - e^{-t/\tau}\right] \quad \boxed{\tau = \frac{L}{R}} \quad U_{mag} = \frac{1}{2} L i^2$



* Obertura $\quad i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$



ESTACIONARIS en C.A.



$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \theta)$ sin

$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$ sin

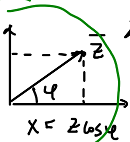
$\Rightarrow \left\{ \bar{V} = V_0 \angle\theta \quad \bar{I} = I_0 \angle\alpha \quad \bar{Z} = Z \angle\varphi = R + jX \right\} \Rightarrow \boxed{\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}}}$ llei d'Ohm complexa

$\left(I_0 = \frac{V_0}{Z} \right.$ llei d'Ohm pels mòduls$\left. \right)$

$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

$\tan\varphi = \frac{X}{R}$

$R = Z \sin\varphi$



$X = Z \cos\varphi$

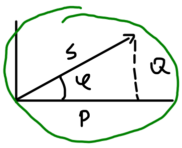
element RCL : $\bar{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \longrightarrow \begin{cases} \bar{Z}_R = R = R\angle 0° \\ \bar{Z}_L = jL\omega = L\omega \angle 90° \\ \bar{Z}_C = -j\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C\omega}\angle -90° \end{cases}$

elements sèrie : $\bar{Z} = \sum_i \bar{Z}_i \; , \; \bar{V} = \sum_i \bar{V}_i$

elements paral·lel : $\bar{Z}^{-1} = \sum_i \bar{Z}_i^{-1} \; , \; \bar{I} = \sum \bar{I}_i$

POTÈNCIA en C.A.

$P = V_{ef} I_{ef} \cos\varphi = R I_{ef}^2 \qquad I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \; , \; V_{ef} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \; , \qquad \boxed{P_L = P_C = \emptyset}$



potència $\boxed{\text{mitjana}}$ / activa / real : $P = S\cos\varphi$ (W)

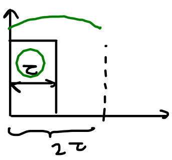
" aparent : $S = V_e \cdot I_e$ (VA)

" reactiva : $Q = S \sin\varphi$ (VAR)

$S^2 = P^2 + Q^2$

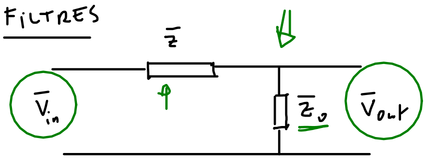
AMPLE DE BANDA

τ amplada pols, BW ample banda (Hz), v velocitat transmissió (baud = bits/s)



$BW = \frac{1}{\tau} \; , \qquad v = \frac{1}{2\tau} = \frac{BW}{2}$

FILTRES



FUNCIÓ TRANSFERÈNCIA

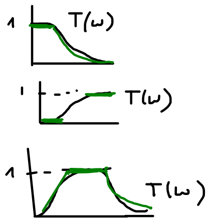
$\bar{T}(\omega) \equiv \frac{\bar{V}_0}{\bar{V}_{in}} = \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_{tot}}$ on $\bar{Z}_{tot} = \bar{Z} + \bar{Z}_0$

↳ en mòduls $\boxed{T(\omega) \equiv \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{Z_{out}}{Z_{tot}}}$

* passa-baixos

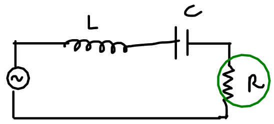
* passa-alts

* passa-banda



RESSONÀNCIA SÈRIE ←

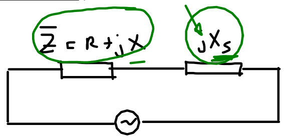
RCL



$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow I_{max}, P_{max}$, I i V en fase $\equiv$ filtre passa-banda

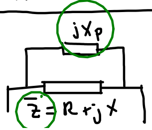
$\boxed{\frac{V_R}{V_{in}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\cancel{L\omega - \frac{1}{C\omega}}\right)^2}} \xrightarrow{\omega_{res}} 1$

en general



ressonància $X_s = -X$

CORRECCIÓ FACTOR POTÈNCIA ←



$X_p = -\frac{Z^2}{X} \longrightarrow I_{tot}, V_{tot}$ en fase, $\cos\varphi = \cos 0° = 1$

T5) La tecnologia 4G de telefonia mòbil permet aconseguir una velocitat de transmissió de dades $v = 1$ Gbit/s quan la mobilitat és baixa. En aquest cas, l'ample de banda Δf_b (BW) que ho permet i la duració mínima del pols (τ) que es pot transmetre és

a) $\Delta f_b = 1$ GHz, $\tau = 1$ ns.
b) $\Delta f_b = 2$ GHz, $\tau = 1$ ns.
c) $\Delta f_b = 1$ GHz, $\tau = 0.5$ ns.
d) $\Delta f_b = 2$ GHz, $\tau = 0.5$ ns.

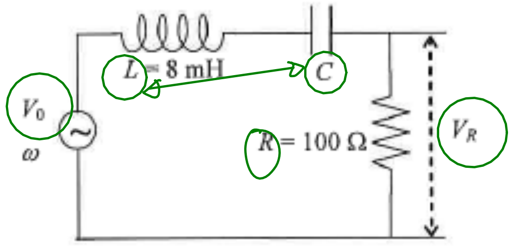
$$BW = \frac{1}{\tau}$$

$$V = \frac{1}{2\tau} = \frac{BW}{2}$$

$$BW = 2V = 2 \cdot 1\,\text{Gbit/s} = \underline{2\ \text{GHz}}$$

$$\tau = \frac{1}{2V} = \frac{1}{2 \cdot 1 \cdot 10^9} = 0.5 \cdot 10^{-9} = \underline{0.5\ \text{ns}}$$

32. L'antena d'un receptor de radio es comporta com el generador de corrent altern d'un circuit *RCL* sèrie, tal com s'indica a la figura. Sintonitzar una emissora significa ajustar la freqüència de ressonància del circuit a la freqüència que emet l'emissora. Suposarem que l'amplitud de la tensió rebuda de qualsevol emissora val V_0.



$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

a) Si la capacitat del condensador pot variar entre C_{min} = 8 nF i $C_{màx}$ = 16 C_{min}, quin és el rang de freqüències sintonitzables?

b) Quant val V_R/V_0 per a la freqüència sintonitzada?

c) Si $C = C_{min}$, l'emissora amb ω = 62500 rad/s també produirà una certa tensió V_R a extrems de la resistència. Quan val V_R/V_0? Quin desfasament hi ha entre $V_R(t)$ i $V(t) = V_0\cos(\omega t)$?

$\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi}$

a) $\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC_R}} \longrightarrow$ polyclis $\omega_{màx} = \frac{1}{\sqrt{L\,C_{min}}} = 125000\ \frac{rad}{s} \longrightarrow f_{màx} = 19894$ Hz

$\hookrightarrow C_{màx} \rightarrow f_{min} = 4974$ Hz

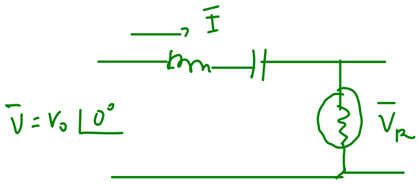
b) $\frac{V_R}{V_0} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \xrightarrow{\omega_{res}} \frac{V_R}{V_0} = 1 \Leftarrow$

c) $C = C_{min} \longrightarrow \omega_{res} = 125000\ \frac{rad}{s}$

$\Rightarrow \frac{V_R}{V_0}$? per $\omega = 62500\ \frac{rad}{s}$

desfasament entre $V_R(t)$ i $V_{in}(t)$?

$\bar{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega}) = 100 - j1500\ \Omega = 1503 \angle{-86.2^\circ}\ \Omega$



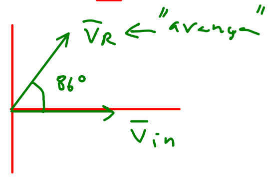
$\bar{V}_R = \bar{Z}_R \cdot \bar{I} = \bar{Z}_R \cdot \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = R\angle 0^\circ \cdot \frac{V_0 \angle 0^\circ}{1503 \angle -86^\circ} = \frac{R V_0}{1503} \angle 86^\circ$ V

V_R ||| $V_R \angle \theta_R$

$\frac{V_R}{V_0} = \frac{R}{1503} = \frac{100}{1503} = 6.65 \cdot 10^{-2}$

$\theta_R = 86^\circ$

$\theta_{in} = 0^\circ$



T4) El circuit de la figura té una impedància Z i una freqüència de ressonància ω_R. És cert que

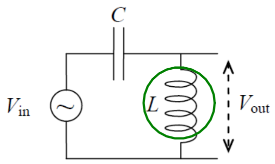
a) la funció de transferència $|V_{\rm out}/V_{\rm min}|$ per $\omega = \omega_R$ és nul·la.

b) es tracta d'un filtre passabaixos.

c) la potència mitjana subministrada pel generador és proporcional a Z.

d) la funció de transferència $|V_{\rm out}/V_{\rm min}|$ per $\omega = \omega_R/2$ val $1/3$.

$$= \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega_R^2 = \frac{1}{LC}$$



$$\bar{Z} = \cancel{R} + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \longrightarrow \left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|$$

$$\sqrt{\cancel{R^2} + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \left|L\omega - \frac{1}{C\omega}\right|$$

$$|T| = \left|\frac{V_0}{V_i}\right| = \left|\frac{Z_L}{Z_{tot}}\right| = \left|\frac{L\omega}{L\omega - \frac{1}{C\omega}}\right| = \left|\frac{\omega}{\omega - \frac{1}{\omega LC}}\right| =$$

$$= \left|\frac{\omega}{\omega - \frac{\omega_{res}^2}{\omega}}\right| = \left|\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{res}^2}\right| \xrightarrow[\omega = \omega_R]{a} \left|\frac{\omega_R^2}{\omega_R^2 - \omega_R^2}\right| \cancel{\neq} 0$$

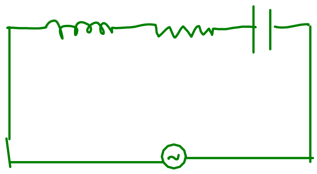
b) pass. baixos? $\omega = 0 \rightarrow T(\omega = 0) = 1$ $\quad T(\omega = 0) = \left|\frac{0}{0 - \omega_{res}^2}\right| = 0$

d) $T\left(\omega = \frac{\omega_R}{2}\right) = \frac{(\omega_R/2)^2}{\left|\left(\frac{\omega_R}{2}\right)^2 - \omega_R^2\right|} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\left|\frac{1}{4} - 1\right|} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\left|-\frac{3}{4}\right|} = \frac{1}{3}$ //

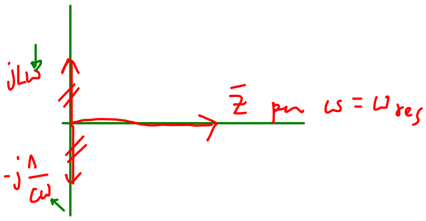
c) $P = 0$

T3) En un circuit RLC i per freqüències superiors a la de ressonància,

a) la intensitat està retardada respecte al voltatge.
b) la intensitat està en fase amb el voltatge.
c) la intensitat pot estar avançada o retardada respecte al voltatge.
d) la intensitat està avançada respecte al voltatge.



$$\bar{Z} = R + j\underbrace{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}_{=\,\emptyset} \longrightarrow \omega = \omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$\omega\uparrow \Rightarrow L\omega\uparrow$, $\frac{1}{C\omega}\downarrow$ $\Big\}$ $X = L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$

$\Downarrow$

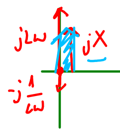
$\varphi > 0$

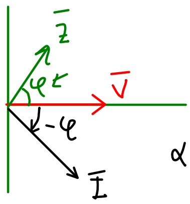
$\Downarrow$

impedància INDUCTIVA

$\Downarrow$

I endarrerida respecte V





$$\alpha = \overset{0}{\theta} - \varphi = -\varphi$$

T2) En un circuit RLC connectat a una font de tensió $V(t) = V_0 \cos(\omega t)$ el corrent està retardat 45^0 respecte al voltatge. Llavors, la resistència val

a) $R = 1/(\omega L) - \omega C$.

b) $R = \omega C - 1/(\omega L)$.

c) $R = \omega L - 1/(\omega C)$.

d) $R = 1/(\omega C) - \omega L$.

T2) La impedància complexa d'un circuit connectat a una tensió alterna de $f = 50$ Hz és $\bar{Z} = 85\underline{/-30^\circ}\ \Omega$. Per corregir el seu factor de potència connectaríem en paral·lel

a) una bobina de coeficient d'autoinducció $L = 0.12$ H.

b) un condensador de capacitat $C = 21.8\mu$ F.

c) un condensador de capacitat $C = 42.4\mu$ F.

d) una bobina de coeficient d'autoinducció $L = 0.54$ H.

12. Quina és la capacitat d'un condensador que connectat en sèrie amb una bombeta de 125 V i 60 W fa que aquesta treballi en les anteriors condicions quan el conjunt es connecta a una línia de 220 V i 50 Hz?

15. Un circuit està format per l'associació en sèrie d'una bobina amb coeficient d'autoinducció L i una resistència de valor R. Alimentem aquesta circuit amb una font de corrent altern de tensió eficaç $V_{ef.} = 125$ V i freqüència $f = 50$ Hz. Sabent que la potència mitjana consumida pel circuit és de 25 W i que el factor de potència és 0.4, determineu:

a) La intensitat eficaç que circula pel circuit i el seu desfasament respecta la tensió.

b) Els valors de R i L.

c) La potència aparent, activa i reactiva del circuit.

d) L'element (i el seu valor) que s'ha de connectar en paral·lel a tot el circuit per corregir el factor de potència (és a dir, per fer que el factor de potència del conjunt sigui 1).

Un circuit de corrent altern està format per una resistència de $R = 100\ \Omega$, una bobina de $L = 159.15$ mH i un condensador de capacitat $C = 31.83\ \mu$F. Està alimentat per una tensió alterna amb una freqüència de 50 Hz (veure figura). La intensitat del corrent altern a la branca de l'amperímetre és $I_A(t) = 0.707\ \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ A.

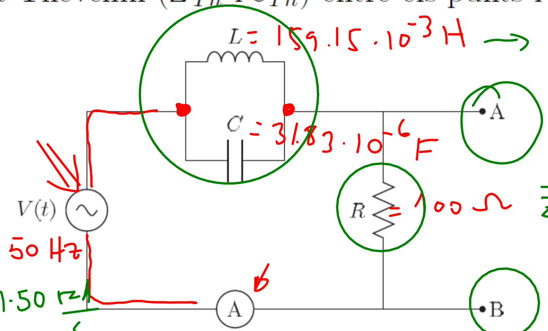
Determineu:

a) El fasor $\overline{V}$ de la fem alterna i la impedància total $\overline{Z}$ del circuit.

b) Las tensions $V_L(t)$ i $V_C(t)$ en extrems de la bobina i del condensador, respectivament, en funció del temps.

c) Las intensitats $I_L(t)$ i $I_C(t)$ que circulen per la bobina i el condensador, respectivament, en funció del temps

d) El circuit equivalent Thévenin ($\overline{Z}_{Th}$ i $\overline{\varepsilon}_{Th}$) entre els punts A i B.



$L = 159.15 \cdot 10^{-3}$ H $\rightarrow \overline{Z}_L = L\omega j = L\omega \underline{|90^\circ} = 50j\ \Omega = 50 \underline{|90^\circ}\ \Omega$

$C = 31.83 \cdot 10^{-6}$ F

$\overline{Z}_c = -j\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{C\omega}\underline{|-90^\circ} = -j100 = 100\underline{|-90^\circ}\ \Omega$

$100\ \Omega$ $\overline{Z}_R$

50 Hz

$\omega = 2\pi \cdot 50\ \frac{rad}{s}$

$I_A(t) = 0.707 \sin(100\pi t - \frac{\pi}{4})$ A $\Rightarrow \overline{I} = 0.707\underline{|-\frac{\pi}{4}}$ A

total

a) $\overline{Z}_{total} = \overline{Z}_R + \frac{\overline{Z}_L \cdot \overline{Z}_c}{\overline{Z}_L + \overline{Z}_c} = 100 + \frac{(50\underline{|90^\circ})(100\underline{|-90^\circ})}{j50 - j100} = 100 + j\frac{5000\underline{|0^\circ}}{\cancel{-}50}$

$= 100 + j100\ \Omega = 100\sqrt{2}\underline{|45^\circ}\ \Omega$

$\overline{V} = \overline{Z}_{total} \cdot \overline{I} = (100\sqrt{2}\underline{|45^\circ})(0.707\underline{|-\pi/4}) = 100\underline{|0^\circ}$ V

rad

b) $\overline{V}_L = \overline{V}_c \equiv V_L(t) = V_c(t)$ $\qquad \overline{V}_{LC} = \overline{Z}_{LC} \cdot \overline{I}_{tot} = 100\underline{|90^\circ} \cdot 0.707\underline{|-45^\circ} = 70.7\underline{|45^\circ}$ V

$V_L(t) = 70.7 \sin(100\pi t + 45^\circ)$ V $= V_c(t)$

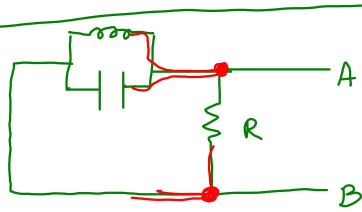
$+\pi/4$

c) $\overline{I}_L = \frac{\overline{V}_{LC}}{\overline{Z}_L} = \frac{70.7\underline{|45^\circ}}{50\underline{|90^\circ}} = \frac{70.7}{50}\underline{|45^\circ - 90^\circ} = 1.41\underline{|-45^\circ}$ A

$I_L(t) = 1.41 \sin(100\pi t - 45^\circ)$ A

$I_c = \ldots = 0.707 \sin(\quad + \frac{3\pi}{4})$ A

135°



d) $\overline{V}_{Th} = \overline{V}_R$

$\frac{1}{\overline{Z}_{Th}} = \frac{1}{\overline{Z}_R} + \frac{1}{\overline{Z}_L} + \frac{1}{\overline{Z}_c} = \frac{1}{100} + \frac{1}{j50} + \frac{1}{-j100} = 0.01 - j0.02 + j0.01 = 0.01 - j0.01\ \Omega^{-1}$

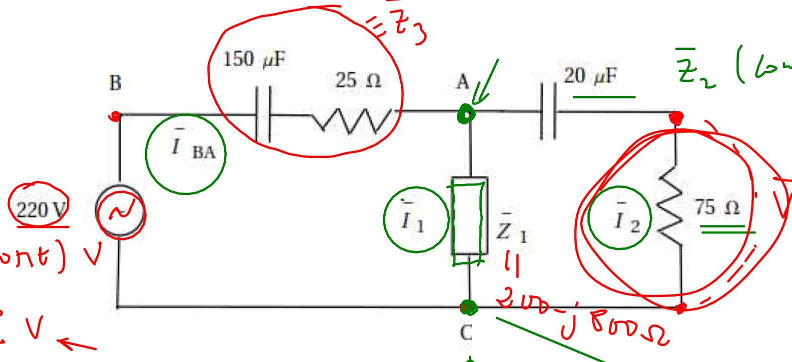
$\overline{Z}_{Th} = 50 + 50j\ \Omega$

En el circuit de la figura, el potencial aplicat és $V_{BC}(t) = V_0 \cos(\omega t)$, amb $\omega = 100\pi$ rad/s i $V_0 = 220\sqrt{2}$ V. Sabem que la diferència de potencial en borns de la resistència de 75 Ω és $V_R(t) = 110\cos(\omega t + \pi/3)$ V i que $\bar{Z}_1 = 200 - j\,800\ \Omega$.

a) Trobeu $\bar{V}_{AC}$ i $V_{AC}(t)$.

b) Si escrivim l'expressió de la intensitat que circula per la branca BA com $I_{BA}(t) = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$, trobeu quant valen I_0 i α.

c) Determineu $\bar{I}_1$ i la potència mitjana dissipada a la impedància Z_1.



$\bar V_R = 110 \angle \pi/3$ V

$\bar Z_R = 75\,\Omega = 75 \angle 0^\circ\,\Omega$

$V_{BC}(t) = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ V

$\bar V_{BC} = 220\sqrt{2}\angle 0^\circ$ V

a) $\bar V_{AC}$?

$\left.\begin{matrix}\bar V_R \\ R\end{matrix}\right\} \longrightarrow \bar I_2 \quad \left.\bar Z_2\right\} \Rightarrow \bar V_{AC}$

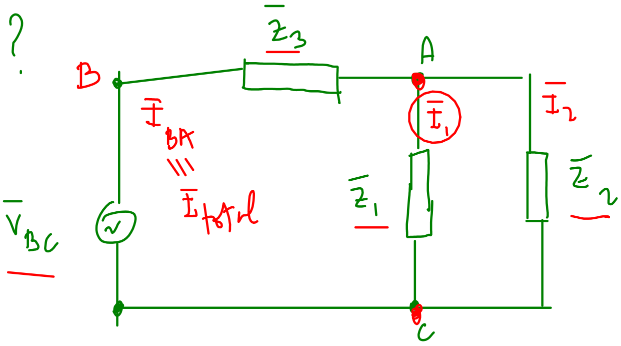
$\bar Z_2 = 75 - j\dfrac{1}{20\cdot 10^{-6}\cdot 100\pi} = 75 - j159 = 175.8 \angle -64.7^\circ\ \Omega$

$\bar I_2 = \dfrac{\bar V_R}{\bar Z_R} = \dfrac{110\angle \pi/3}{75\angle 0^\circ} = 1.46 \angle 60^\circ$ A

$\bar V_{AC} = \bar Z_2 \cdot \bar I_2 = \ldots = 257.8 \angle -4.7^\circ$ V

$V_{AC}(t) = 257.8\cos(100\pi t - 4.7^\circ)$ V

b) $\bar I_{BA}$?



$*$ $\left.\begin{matrix}\bar Z_{total} = \bar Z_3 + \dfrac{\bar Z_1 \cdot \bar Z_2}{\bar Z_1 + \bar Z_2} \\ \bar I_{BA} = \dfrac{\bar V_{BC}}{\bar Z_{total}} = \end{matrix}\right\}$

$*$ $\left.\begin{matrix}\bar I_1 = \dfrac{\bar V_{AC}}{\bar Z_1} \\ \bar I_{BA} = \bar I_1 + \bar I_2 = \end{matrix}\right\} \leftarrow$

$*$ $\left.\begin{matrix}\bar V_{AC} \\ \bar V_{BC}\end{matrix}\right\}$ brangent $\Rightarrow \bar V_{BA} + \bar V_{AC} = \bar V_{BC} \Rightarrow \left.\begin{matrix}\bar V_{BA} \\ \bar Z_3\end{matrix}\right\} \Rightarrow \bar I_{BA} = \dfrac{\bar V_{BA}}{\bar Z_3}$

c) $P = V_{ef}\cdot I_{ef}\cdot \cos\varphi = R_1 I_{ef1}^2$

NOV − 2015