

1 Considerem l'equació

$$e^{-x} = \ln x. \quad (1)$$

- a) Enuncieu el Teorema de Bolzano.
- b) Demostreu que l'equació (1) té una solució en el conjunt $[1, +\infty)$.
- c) Doneu un interval de longitud 0.1 que contingui aquesta solució.
- d) Raoneu perquè l'equació donada no pot tenir dues solucions en $[1, +\infty)$.
- e) Apliqueu Newton-Raphson amb el valor inicial $x_0 = 1$ per a determinar l'arrel positiva. Atureu el càlcul quan la diferència entre dos iterats consecutius sigui menor que 10^{-4} . Quantes iteracions calen en aquest cas?

Resolució: $(1 + 2 + 2 + 2 + 3 = 10 \text{ punts})$

2 a) Enuncieu el Teorema Fonamental del Càlcul Integral.

b) Feu servir aquest teorema per calcular, si és possible, el següent límit:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (\ln(1+t) - t) dt}{\int_x^0 (1 - \sqrt{1-t^2}) dt}.$$

- c) Enuncieu la regla de Barrow.
- d) Calculeu l'àrea de la figura limitada per les tres corbes següents:

$$y = \frac{1}{x}, \quad y = x^2, \quad y = 8x^2.$$

Resolució: $(1 + 4 + 1 + 4 = 10 \text{ punts})$