

1 (5 punts) Considereu la funció $f(x) = e^x$.

- a) Escriviu el seu polinomi de Taylor de grau n a l'origen i el corresponent residu de Taylor en forma de Lagrange.
- b) Determineu el grau del polinomi de Taylor de la funció $f(x)$ necessari per calcular $\frac{1}{\sqrt[10]{e^3}}$ amb tres decimals correctes i utilitzeu-lo per donar una aproximació de $\frac{1}{\sqrt[10]{e^3}}$.
- c) Escriviu una fita superior de l'error més acurada que $0.5 \cdot 10^{-3}$ utilitzant el residu de Taylor en forma de Lagrange.

2 (5 punts) Considereu la funció $f(x) = \sin x^3$.

- a) Demostreu que l'equació $f(x) = 0$ té solució a l'interval $[\frac{7\pi}{16}, \frac{\pi}{2}]$.
- b) Justifiqueu per què podem afirmar que l'equació $f(x) = 0$ té una solució única a l'interval $[\frac{7\pi}{16}, \frac{\pi}{2}]$.
- c) Enuncieu el Teorema fonamental del Càlcul.
- d) Calculeu el límit següent:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x^4}.$$