

- 1 (2 punts) Trobeu els nombres reals x tals que:

$$|2 - x^2| < 1.$$

Representeu sobre la recta real el conjunt de solucions i digueu si tal conjunt és fitat superiorment i/o inferiorment. En cas afirmatiu, trobeu-ne el suprem i/o l'ínfim.

- 2 Sigui $\{a_n\}$ una successió tal que $a_1 = 1/2$ i $a_{n+1} = (a_n)^2$ si $n \geq 1$.

- a) (1 punt) Doneu la definició de successió fitada. Proveu que per a tot $n \geq 1$ es verifica $0 \leq a_n \leq 1/2$.
- b) (1 punt) Doneu la definició de successió decreixent. Proveu que $\{a_n\}$ és decreixent.
- c) (1 punt) Proveu que $\{a_n\}$ és convergent. Calculeu el seu límit.

- 3 Considereu les corbes $y = \ln(x)$ i $y = (x - 1)(x - 3)$.

- a) (1 punt) Representeu les dues corbes en una mateixa gràfica.
- b) (1 punt) Fent ús del Teorema de Rolle justifiqueu que les corbes donades no es tallen en més de dos punts.
- c) (2 punts) Trobeu els dos punts d'intersecció de les dues corbes, un d'ells de manera exacta i l'altre amb una precisió de 0.01 fent servir el mètode de la tangent (Newton-Raphson) amb $x_0 = 3$.
- d) (1 punt) Doneu un exemple d'una funció no constant tal que el mètode de la tangent (Newton-Raphson) doni un zero de la funció en la primera iteració independentment del punt inicial.