

1. (2.5 punts) Volem calcular amb el mètode dels trapezis el valor aproximat de la integral

$$\int_0^1 e^{x^2} dx$$

amb un error més petit que 0,05.

- (a) Determineu el nombre mínim de divisions n de l'interval d'integració necessaris per fer-ho.
- (b) Determineu els punts de la partició de l'interval per a aquest valor de n .
- (c) Calculeu el valor aproximat de la integral.
- (d) Utilitzant el mateix valor de n escriviu la fórmula per calcular el valor aproximat de la integral amb el mètode de Simpson.

2. (2.5 punts) Donada la funció de dues variables

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 1.$$

- (a) Trobeu la derivada direccional en el punt $(1, 1)$ en la direcció del vector $(-1, -1)$.
- (b) Determineu la direcció en la qual la derivada direccional de f és màxima en el punt $(2, 3)$ i calculeu la derivada en aquesta direcció.
- (c) Comproveu que $(0, 0)$ és l'únic punt crític de f . Determineu quin tipus de punt crític és.

3. (2.5 punts) Sigui la funció $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$ i la regió del pla

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 1 + x, \quad y \leq 1 - x, \quad y \geq -2\}.$$

- (a) Dibuixeu K i justifiqueu que f té extrems absoluts en K .
 - (b) Determineu el màxim i mínim absoluts de f en la regió K .
4. (2.5 punts) Justifiqueu l'existència i calculeu els extrems absoluts de la funció $f(x, y, z) = x - 2y + 5z$ sobre l'esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 30$.