

1. (2 punts) Resoleu la inequació

$$\left| \frac{x^2 - 4x - 12}{(x - 2)^2} \right| \geq 1.$$

Digueu si el conjunt que s'obté està fitat i, en cas que en tingui, trobeu-ne el suprem i l'ímfim.

2. (2 punts) Calculeu els límits següents:

$$a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)^{\sqrt{n}}.$$

Indiqueu els criteris que feu servir i justifiqueu tots els passos.

3. (3 punts) Considereu l'equació $4xe^{-x} = 1$.

- a) Proveu que té exactament dues solucions a l'interval $[0, 3]$.
- b) Trobeu una aproximació de la solució més propera a $x = 2$ amb error absolut més petit que 0.05.

4. (3 punts) Considerem la funció $f(x) = \sqrt[3]{(x+8)^2}$.

- a) Useu $P_2(f, 0, x)$, el polinomi de Taylor de grau 2 de la funció f en 0, per tal d'avaluar $\sqrt[3]{81}$.
- b) Escriviu el residu en la forma de Lagrange corresponent a $P_2(f, 0, x)$ i doneu una fita superior de l'error absolut en l'aproximació de l'apartat a).
- c) Determineu $a > 0$ tal que per a qualsevol $x \in (0, a]$ l'error comès en aproximar $f(x)$ per $P_2(f, 0, x)$ sigui menor o igual que 0.1.

CAL JUSTIFICAR TOTES LES RESPOSTES I TAMBÉ ELS CÀLCULS