

Problema 1 [10 p.]

Els dos apartats són independents entre sí.

A) [2+2 p.] Esbrineu si els enuncis següents

- i. $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} - \{0\} \quad x \cdot y \geq 0$.
- ii. $\exists y \in \mathbb{R} - \{0\} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad x \cdot y \geq 0$.

són certs o falsos, i demostreu les vostres afirmacions.

B) [2+4 p.] Resoleu els apartats següents:

- b1) Demostreu que si m és un enter qualsevol, llavors $m^2 + m$ és parell.
- b2) Useu l'apartat b1) per demostrar que si m, n són enters tals que $n + n^2 + n^3 = m + m^2$, llavors n és parell. Justifiqueu cadascun dels passos que feu.

Problema 2 [10 p.]

Els dos apartats són independents entre sí.

A) [2 p.] Doneu una fórmula equivalent a $p \leftrightarrow q$ usant només les connectives \neg i \rightarrow .

B) [8 p.] Demostreu per inducció que per a qualsevol enter $n \geq 2$ es té:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{i}} > \sqrt{n}.$$

Expliciteu la hipòtesi i la tesi d'inducció.

-
- Poseu a cada full: COGNOM 1 COGNOM 2, NOM, i número del grup.
 - Entregueu Problema 1 i Problema 2 per separat.
 - No escriviu en llapis ni bolígraf vermell o verd.
 - Apagueu i guardeu aparells electrònics (mòbils, calculadores, etc).
 - Notes i data de revisió de l'examen: es publicaran al Racó.