

- 1 Considereu l'equació:

$$x^2 = x \cdot \sin x + \cos x. \quad (1)$$

a) Demostreu que, a l'interval $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, l'equació (1) té una solució positiva i una de negativa .

b) Demostreu que l'equació (1) té exactament dues solucions reals.

- 2 Considereu les funcions $f(x) = x - x^2$ i $F(x) = \int_0^{f(x)} e^{t^2} dt$.

a) Trobeu i representeu sobre la recta real el conjunt de solucions de la desigualtat $f(x) \geq 0$. Digueu si tal conjunt es fita superiorment (inferiorment). En cas afirmatiu, trobeu-ne el suprem i/o l'ínfim.

b) Demostreu que la funció $F(x)$ és derivable $\forall x \in \mathbb{R}$ i calculeu $F'(x)$.

c) Calculeu el límit:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{f(x)}$$

d) Calculeu un valor aproximat de $F(0.5) = \int_0^{0.25} e^{t^2} dt$ fent ús de la regla dels trapezis amb 5 subinterval·ls.

e) Fent ús de la fórmula de l'error de la regla dels trapezis, doneu una fita superior del valor aproximat trobat a l'apartat anterior.

(Els dos exercicis puntuen igual i tots els apartats dins de cada exercici puntuen igual)

CAL ESPECIFICAR I JUSTIFICAR TOTS ELS PASSOS