

1. (2.5 punts) Sigui  $F(x) = \int_1^{x^2+2} \frac{e^t}{t} dt$ .
- a) Comproveu que  $x = 0$  és un punt crític de  $F$ .
  - b) Calculeu el valor aproximat de  $F(0)$  utilitzant el mètode de Simpson amb 4 subinterval·ls.
  - c) Sabent que per  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  es té  $|f^{(4)}(x)| < 25$ ,  $\forall x \in [1, 2]$ , calculeu la cota superior de l'error comès.
2. (2.5 punts) Es considera la funció  $f(x, y) = 9 - x^2 - y^2$ .
- a) Dibuixeu les corbes de nivell de  $f$  corresponents als nivells 4, 8, 9, 10.
  - b) Calculeu la derivada direccional de  $f$  en el punt  $(1, 2)$  en la direcció del vector  $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ .
  - c) Determineu un vector unitari  $v$  tal que  $D_v f(1, 2) = 0$ .
  - d) Determineu la direcció del màxim creixement de  $f$  en el punt  $(1, 2)$  i calculeu la derivada en aquesta direcció.
3. (2.5 punts) Sigui la funció  $f(x, y) = \alpha(x - 1)^2 + y^2 - x - y + \beta \ln(x + y)$ .
- a) Determineu el valor del paràmetre  $\beta$  sabent que  $(1, 0)$  és un punt crític de  $f$ .
  - b) Prenent  $\beta = 1$  escriviu el polinomi de Taylor de grau 2 de la funció  $f$  en el punt  $(1, 0)$ .
  - c) Determineu el valor del paràmetre  $\alpha$  sabent que el valor del polinomi de Taylor de l'apartat b) és igual a 5 en el punt  $(3, 0)$ .
  - d) Prenent  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 1$  classifiqueu el punt crític  $(1, 0)$ .
4. (2.5 punts) Sigui la funció  $f(x, y) = x^2 + y^2 - x - y$  i la regió del pla
- $$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (x - 1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}.$$
- a) Dibuixeu  $D$  i justifiqueu que  $f$  té extrems absoluts en  $D$ .
  - b) Determineu el màxim i mínim absoluts de  $f$  en la regió  $D$ .