

1. (2 punts) Trobeu els nombres reals x tals que:

$$\left| \frac{3x}{x+1} \right| \geq 5.$$

Representeu sobre la recta real el conjunt de solucions i digueu si tal conjunt és fitat superiorment (inferiorment). En cas afirmatiu, trobeu-ne el suprem (ínfim). Digueu si tal conjunt té màxim o mínim. Quins són?

2. (2 punts) Sigui $\{a_n\}$ una successió tal que $a_1 = \sqrt{3}$ i $a_{n+1} = \sqrt{3a_n}$ si $n \geq 1$.

- a) Demostreu que $0 \leq a_n \leq 3$, $\forall n \geq 1$.
- b) Demostreu que $\{a_n\}$ és monòtona.
- c) Demostreu que $\{a_n\}$ és convergent i calculeu el seu límit.

3. (3 punts) Considereu l'equació

$$e^{-x} = 5x$$

- a) Justifiqueu que aquesta equació té solució real a l'interval $(0, 1)$.
- b) Demostreu que l'equació només té una solució real.
- c) Useu el mètode de la tangent per calcular, amb un error menor que 0.005, una aproximació de la solució de l'equació.

4. (3 punts) Considereu la funció $f(x) = (2x - 3)e^{x-1}$.

- a) Escriuiu el polinomi de Taylor de grau n de la funció f en el punt $x_0 = 1$.
- b) Determineu el polinomi de Taylor de grau 3 de la funció f en el punt $x_0 = 1$ y el residu corresponent en la forma de Lagrange.
- c) Calculeu el valor aproximat de $f(0.9)$ y una fita superior de l'error absolut d'aquesta aproximació utilitzant el polinomi y el residu de l'apartat b).