

1 (3 punts) Considereu la funció $f(x) = \ln(x+1)$.

- (a) Escriviu el seu polinomi de Taylor de grau n a l'origen.
- (b) Escriviu el residu de Taylor en forma de Lagrange corresponent al polinomi de l'apartat (a).
- (c) Determineu el grau del polinomi de Taylor de la funció $f(x)$ necessari per calcular $\ln(5/6)$ amb un error menor que $0.5 \cdot 10^{-3}$ i utilitzeu-lo per donar una aproximació de $\ln(5/6)$.

2 (3 punts) Considereu la funció $f(x) = x^3 - x$.

- (a) Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt $(-1, 0)$.
- (b) Dibuixeu la corba $y = f(x)$ i la recta trobada a l'apartat (a) en una mateixa gràfica.
- (c) Calculeu l'àrea de la regió limitada per la corba $y = f(x)$ i la recta trobada a l'apartat (a).

3 (4 punts) Considereu la funció $F(x) = 1 - \int_0^x e^{t^2} dt$.

- (a) Calculeu $F(0)$ i $F'(x)$.
- (b) Demostreu que $F(1) < 0$.
(Indicació: podeu utilitzar que $e^{t^2} > 1$ per a tot $t \in]0, 1]$).
- (c) Enuncieu el Teorema de Bolzano i el Teorema de Rolle.
- (d) Demostreu que l'equació $F(x) = 0$ té una única solució.