1. *(3 punts)* Sigui $\{a_n\}$ la successió tal que:

$$a_1 = 256 \ \text{ i } \ a_{n+1} = \sqrt{a_n} \quad \text{per a tot} \quad n > 1.$$

a) Proveu que $1 \leq a_n \leq 256$, per a tot $n \geq 1$.

b) Proveu que $\{a_n\}$ és decreixent.

c) Proveu que $\{a_n\}$ és convergent i calculeu el seu límit.

2. *(3 punts)* Sigui $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funció que pren els valors:
$f(0) = 1.1, f(0.1) = 1.2, f(0.2) = 1.3, f(0.3) = 1.4, f(0.4) = 1.5, f(0.5) = 1.4,$
$f(0.6) = 1.3, f(0.7) = 1.4, f(0.8) = 1.5, f(0.9) = 1.6, f(1) = 1.7$, i tal que totes les derivades de f són fitades per 180 en l'interval $[0, 1]$.

Es pot calcular $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)dx$ amb un error menor que 10^{-3} fent ús de la Fórmula de Simpson? En cas afirmatiu, calculeu una aproximació de la integral I amb un error menor que 10^{-3}.

3. *(4 punts)* Considereu la funció $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida per:

$$f(x, y) = (x^2 + 2y^2) \cdot e^{1-x^2-y^2}$$

a) Calculeu la derivada direccional de f en el punt $P = (1, 1)$ en la direcció del vector $\overrightarrow{v} = (4, 3)$.

b) Quina és la direcció en la qual la derivada direccional de f en el punt $(1, 1)$ és màxima? Calculeu el valor de la derivada direccional màxima de f en el punt $(1, 1)$.

c) Dibuixeu el conjunt $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \quad y \leq 1, \ y \geq x, \ y \geq -x\}$ i justifiqueu que és compacte.

d) Justifiqueu l'existència d'extrems absoluts de f en D y trobeu-los.

CAL JUSTIFICAR TOTES LES RESPOSTES.