

- 1 a) Representeu gràficament la corba definida per l'equació  $y = |x^2 - 5x|$ .
- b) Determineu si el conjunt  $\mathcal{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 - 5x| \leq 6\}$  és fitat superiorment (inferiorment) i en cas afirmatiu trobeu-ne el suprem (l'ínfim).
- c) Calculeu l'àrea de la regió del pla limitada per les gràfiques de  $y = |x^2 - 5x|$  i  $y = 6$  i tal que  $-1 \leq x \leq 6$ .
- 2 a) Enuncieu el teorema de Bolzano.
- b) Demostreu que l'equació  $2x^3 + ax = a$  té solució per  $a > \frac{1}{2}$ . Doneu un interval de longitud  $a$  amb la solució.
- c) Enuncieu el teorema de Rolle.
- d) Demostreu que l'equació  $2x^3 + ax = a$  té només una solució real per  $a > \frac{1}{2}$ .
- 3 a) Escriviu l'equació del pla tangent a la superfície de  $\mathbb{R}^3$  definida per l'equació  $z = \ln(x^3 + y^3)$  en el punt  $P(0, 1, 0)$ .
- b) Calculeu el valor aproximat de  $\ln(0.09^3 + 0.99^3)$  mitjançant un polinomi de Taylor de primer grau. Acoteu l'error d'aquesta aproximació fent ús de la fórmula del residu del polinomi de Taylor.
- c) Sigui  $a = 0 \pm 0.01$  i  $b = 1 \pm 0.01$ . Calculeu el valor aproximat de  $\ln(a^3 + b^3)$  i una cota superior de l'error comès, fent servir la fórmula de propagació de l'error. Segons els teus càlculs, en quin apartat b) o c) el valor calculat té més decimals exactes? Per què?
- 4 Trobeu la distància mínima des de l'origen de coordenades a l'el·lipse definida per

$$\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 5x^2 + 5y^2 - 6xy = 4\}.$$

---

<sup>1</sup>Totes les respostes han de ser raonades i tots els càlculs han d'estar detallats. Tots els problemes puntuen igual.