1. ***S'han de marcar les respostes correctes, i pot haver-hi més d'una resposta correcta (o cap).***
2. ***Cada resposta incorrecta penalitza.***
3. ***Marcades en blau les respostes correctes***

EXEMPLES DE QÜESTIONS:

1. La proposició $\forall x \exists y\ (2y + 6 = x)$, amb domini $\mathbb{Z}$, és:

   i. Certa.

   ii. Certa si el domini és el conjunt d'enters senars.

   iii. Falsa.

   iv. Certa si el domini és el conjunt d'enters parells.

2. Siguin x,y reals positius, i siguin:

   (1) $x > \sqrt{5xy}$ (2) $x > 5y$ (3) $\sqrt{xy} > y\sqrt{5}$.

   Es té:

   - $(1) \Leftrightarrow (2)$ però no és cert $(1) \Leftrightarrow (3)$.
   - $(1) \Leftrightarrow (2)$ però no és cert $(2) \Leftrightarrow (3)$.
   - $(1),\ (2)\ i\ (3)$ són equivalents.
   - Cap de les respostes anteriors és certa.

3. En el conjunt dels nombres reals considerem l'enunciat:

   $\forall x, y, z\ (x \leq \frac{y+z}{2} \vee y \leq \frac{x+z}{2} \vee z \leq \frac{x+y}{2})$

   Dieu si és cert o fals i com es pot justificar l'afirmació.

   - Fals, i la demostració es pot fer donant un contraexemple.
   - Cert, i la demostració es pot fer per contrarecíproc.
   - Fals, i la demostració es pot fer per prova directa.
   - Cert, i la demostració es pot fer per reducció a l'absurd.

4. La proposició $\forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$:

   a. És certa si $\forall x\ P(x)$ és certa.

   b. És falsa si $\forall x\ \neg P(x)$ és certa.

   c. És certa si $\exists x\ Q(x)$ és certa.

d. És certa si $\forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$ és certa.
e. És certa si $\forall x\, P(x) \wedge \forall x\, Q(x)$ és falsa.
f. És certa si $\forall x\, (\, P(x) \vee \, Q(x)\,)$ és certa.
g. Cap de les anteriors és certa.

5. L'equivalència $(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \theta \equiv \varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta)$:
   a. És sempre falsa.
   b. És sempre certa.
   c. Depèn de qui siguin φ, ψ.
   d. És falsa quan φ és una contradicció.
   e. És certa si φ, ψ són equivalents.

6. Domini $\mathbb{R}$. Si $P(x):\ x^2 < 9$, $Q(x):\ x < 3$
   - Per a qualsevol x, es té $Q(x) \Rightarrow P(x)$.
   - Per a qualsevol x, es té $P(x) \Rightarrow Q(x)$.
   - Si el domini és el conjunt $(0,+\infty)$ llavors es té, per a qualsevol x, $P(x) \Rightarrow Q(x)$.
   - Si el domini és el conjunt $(0,+\infty)$ llavors es té, per a qualsevol x, $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$.

7. Volem demostrar $B \vee C$:
   i. Hem de demostrar dues coses: B i C.
   ii. És suficient demostrar $B \wedge C \Rightarrow Absurd$.
   iii. És suficient demostrar una de les dues: B, C.
   iv. És suficient demostrar $\neg B \wedge \neg C \Rightarrow Absurd$.
   v. És equivalent a demostrar $\neg C \Rightarrow \neg B$.
   vi. És suficient demostrar $\neg C \Rightarrow \neg B$.
   vii. És suficient demostrar $\neg C \Rightarrow B$.
   viii. Pregunta incorrecta (eliminada)
   ix. Cap de les respostes anteriors és certa.

8. Prenent domini el conjunt dels enters, la proposició

"*Tot enter positiu és més gran que un enter parell*"

es pot formalitzar:

- $\forall x\ (x > 0 \rightarrow \exists y\ (2|y \wedge x > y\ ))$.
- $\forall x\ (\forall y(\neg(2|y) \vee x \leq y) \rightarrow x \leq 0)$.
- $\forall x\ (\forall y(\neg(2|y) \wedge x \leq y) \rightarrow x \leq 0)$.
- $\forall x\ (x > 0 \wedge \exists y\ (2|y \wedge x > y\ )$.
- $\forall x\ (x \leq 0 \vee \exists y\ (2|y \wedge x > y\ ))$.

9. Definim una successió recursivament així: $a_1 = 0$, i si n ≥ 2 , $a_n = a_{n/p} + 1$, on p és el primer més petit que divideix n.

Es vol demostrar per inducció que P(n): "a_n és la suma dels exponents que apareixen a la descomposició factorial de n en primers" és cert per a tot $n \geq 1$. Si la tesi és P(n):

- En el pas inductiu usem: $P(n-2) \wedge P(n-1)$.
- En el pas inductiu usem: $P(2) \wedge ... \wedge P(n-1)$.
- En el pas inductiu usem: $P(n-1)$.
- En el pas inductiu usem: a_{n-1} és la suma dels exponents que apareixen a la descomposició factorial de n-1 en primers.
- En el pas inductiu usem: $a_{n/p}$ és la suma dels exponents que apareixen a la descomposició factorial de n/p en primers.
- Cap de les respostes anteriors és certa.