

# **INTRODUÇÃO AO BALANÇO DE MASSA SEM REAÇÕES QUÍMICAS**

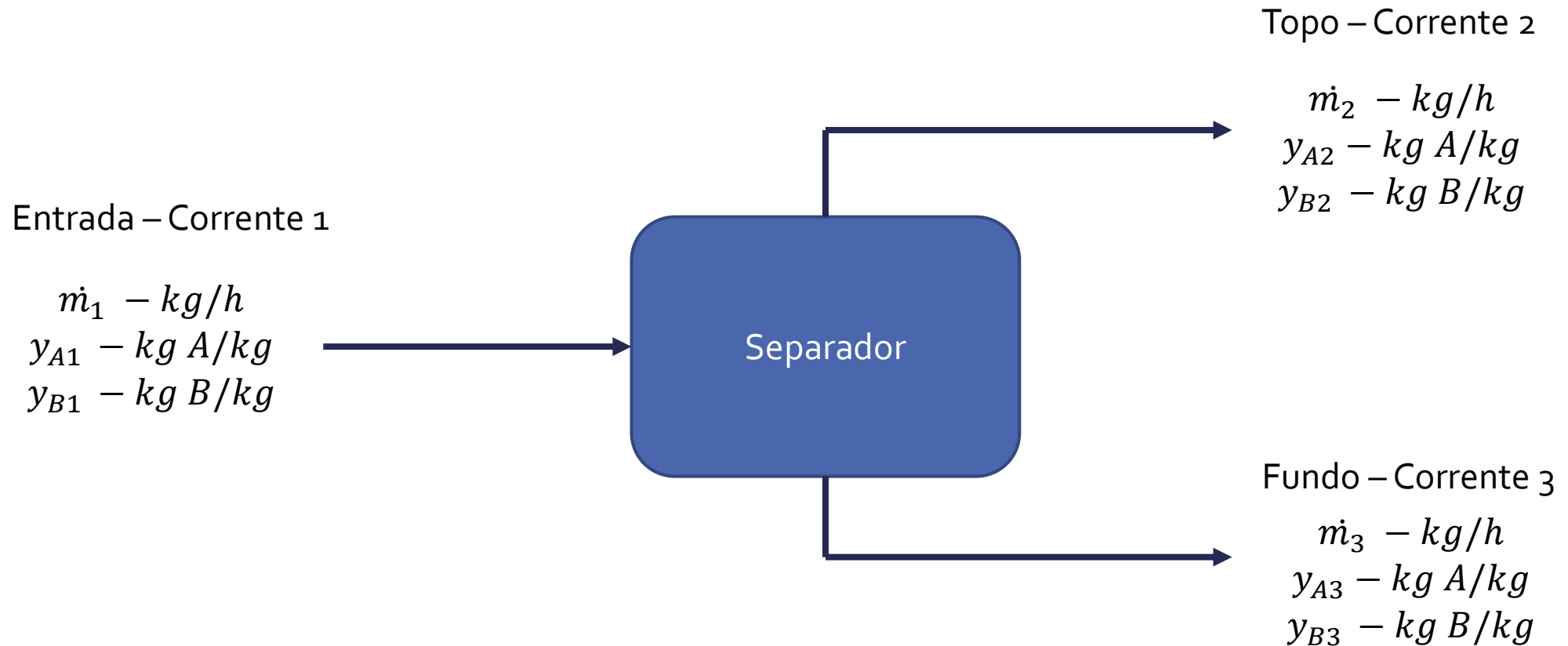
---

Balanço de massa para processos químicos e bioquímicos

**Marcel Otavio Cerri**  
**[marcel.cerri@unesp.br](mailto:marcel.cerri@unesp.br)**

# Exemplo de Balanço de Massa Simples

Balanço de Massa sem reação química, com dois componentes (A e B), uma entrada e duas saídas - 9 incógnitas



# Exemplo de Balanço de Massa Simples

$$\textit{Acúmulo} = \textit{Entrada} - \textit{Saída} + \textit{Gerado} - \textit{Consumido}$$

Estado estacionário - Acúmulo = 0

Não tem reação química – Gerado e Consumido = 0

$$\textit{Entrada} = \textit{Saída}$$

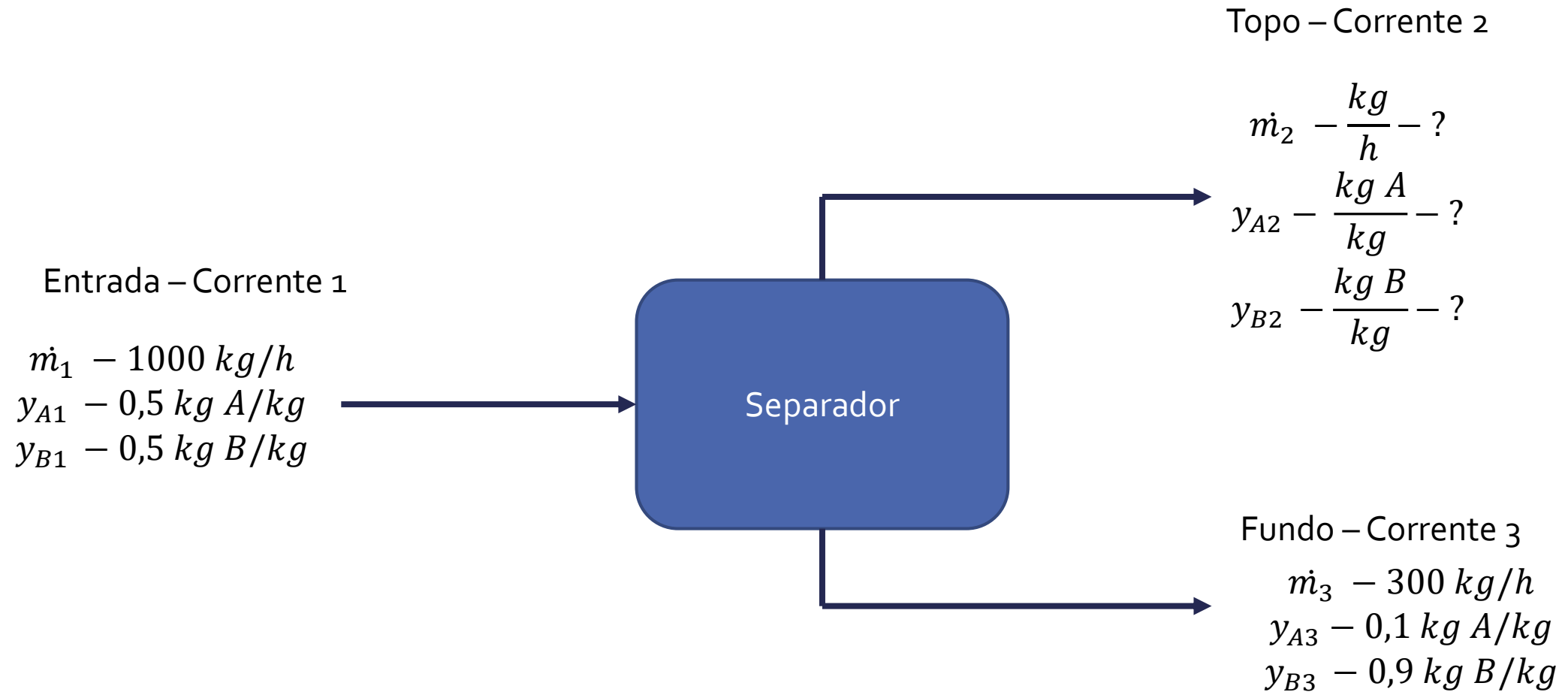
Podemos escrever 2 balanços de massa – 1 para cada elemento (A e B)

Tem mais uma equação constitutiva

Para este exemplo teremos todas as informações da Corrente 1 (Entrada) e todas da Corrente 3 (Fundo), ficaremos com 3 incógnitas

$$(\dot{m}_2, y_{A2}, y_{B2})$$

# Exemplo de Balanço de Massa Simples



# Exemplo de Balanço de Massa Simples

Balanço de Massa Global

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3$$

$$1000 = \dot{m}_2 + 300$$

Balanço de Massa para o Componente A

$$\dot{m}_1 \cdot y_{A1} = \dot{m}_2 \cdot y_{A2} + \dot{m}_3 \cdot y_{A3}$$

$$1000 \cdot 0,5 = \dot{m}_2 \cdot y_{A2} + 300 \cdot 0,1$$

Equação da soma das frações mássicas

$$y_{A2} + y_{B2} = 1$$

3 equações, 3 incógnitas – Solução muito simples

# Solução de problemas de sistemas de equações não-lineares



[www.python.org](http://www.python.org)



Project Jupyter exists to develop open-source software, open-standards, and services for interactive computing across dozens of programming languages.

[www.jupyter.org](http://www.jupyter.org)

# Função `scipy.optimize.fsolve`

## `scipy.optimize.fsolve`

`scipy.optimize.fsolve(func, x0, args=(), fprime=None, full_output=0, col_deriv=0, xtol=1.49012e-08, maxfev=0, band=None, epsfcn=None, factor=100, diag=None)` [\[source\]](#)

Find the roots of a function.

Return the roots of the (non-linear) equations defined by `func(x) = 0` given a starting estimate.

**Parameters:** `func : callable f(x, *args)`

A function that takes at least one (possibly vector) argument.

`x0 : ndarray`

The starting estimate for the roots of `func(x) = 0`.

- <https://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/generated/scipy.optimize.fsolve.html>

`fsolve` is a wrapper around MINPACK's `hybrd` and `hybrj` algorithms – Fortran 77

# Solução de problemas de sistemas de equações não-lineares

```
1  # Importando as bibliotecas scipy.optimize e numpy
2  from scipy.optimize import fsolve
3  import numpy as np
4
5  #Definindo as equações de balanço de massa, equações algébricas não-lineares
6  def f(z):
7      m2 = z[0]
8      ya2 = z[1]
9      yb2 = z[2]
10
11      F = np.empty((3))
12      F[0] = -1000 + m2 + 300
13      F[1] = -1000*0.5+ m2*ya2+300*0.1
14      F[2] = ya2 + yb2 -1
15      return F
16
17  # Chute inicial
18  init = np.array([1,1,1])
19
20  # Chamando fsolve para resolver o problema
21  z = fsolve(f,init)
22
23  # Imprimindo a solução
24  print(f'A vazão mássica m2 é {z[0]} kg/h')
25  print(f'A fração mássica yA2 é {z[1]:5.3f} kg A/ kg')
26  print(f'A fração mássica yA2 é {z[2]:5.3f} kg B/ kg')
27
```





# Solução de problemas de sistemas de equações não-lineares

A vazão mássica  $m_2$  é **700,0** kg/h

A fração mássica  $y_{A2}$  é **0,671** kg A/ kg

A fração mássica  $y_{B2}$  é **0,329** kg B/ kg

Topo – Corrente 2

$$\dot{m}_2 = 700 \text{ kg/h}$$

$$y_{A2} = 0,671 \text{ kg A/kg}$$

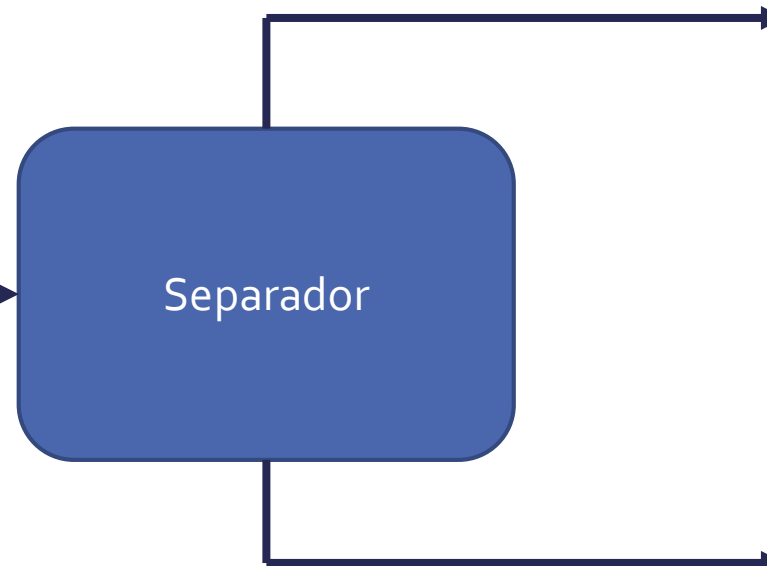
$$y_{B2} = 0,329 \text{ kg B/kg}$$

Entrada – Corrente 1

$$\dot{m}_1 = 1000 \text{ kg/h}$$

$$y_{A1} = 0,5 \text{ kg A/kg}$$

$$y_{B1} = 0,5 \text{ kg B/kg}$$



Separador

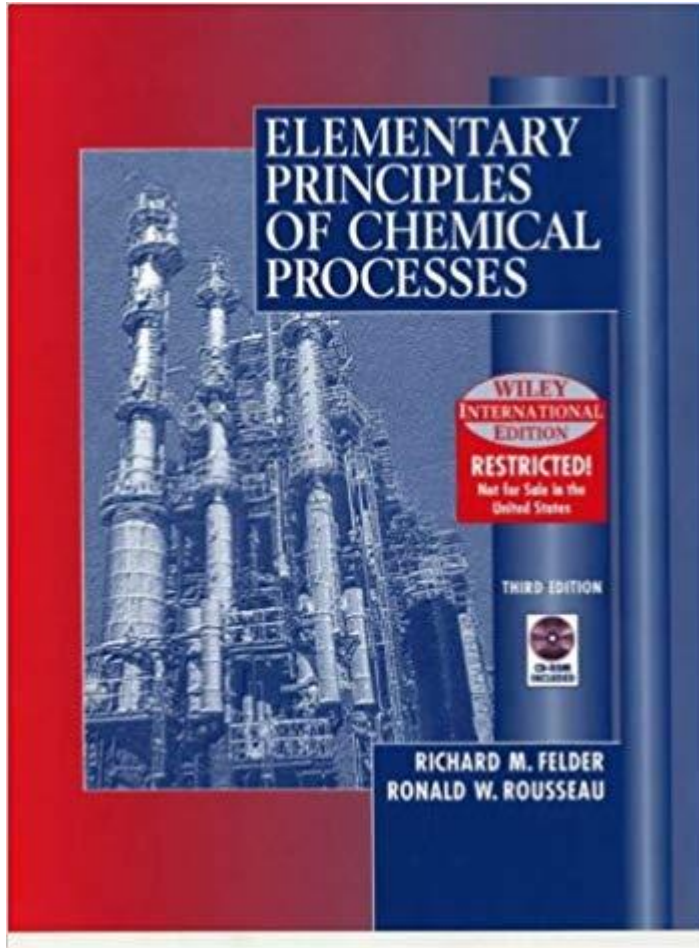
Fundo – Corrente 3

$$\dot{m}_3 = 300 \text{ kg/h}$$

$$y_{A3} = 0,1 \text{ kg A/kg}$$

$$y_{B3} = 0,9 \text{ kg B/kg}$$

# Exemplo do Livro do Felder



Exemplo 4.3-5 – Página 90, 3ª Edição em Português

## Balanços de massa em uma coluna de destilação

Uma mistura líquida contendo 45,0% de benzeno (B) e 55,0% de tolueno (T) em massa alimenta uma coluna de destilação. Uma corrente de produto que deixa o topo da coluna (produto de topo) contém 95,0% molar de benzeno, e a corrente de produto de fundo contém 8,0% do benzeno fornecido à coluna (querendo dizer que 92,0% do benzeno saem pelo topo). A vazão volumétrica de alimentação é de 2000 L/h e a densidade da mistura de alimentação é 0,872. Determine a vazão mássica da corrente de topo e a vazão mássica e a composição (frações mássicas) da corrente de fundo.

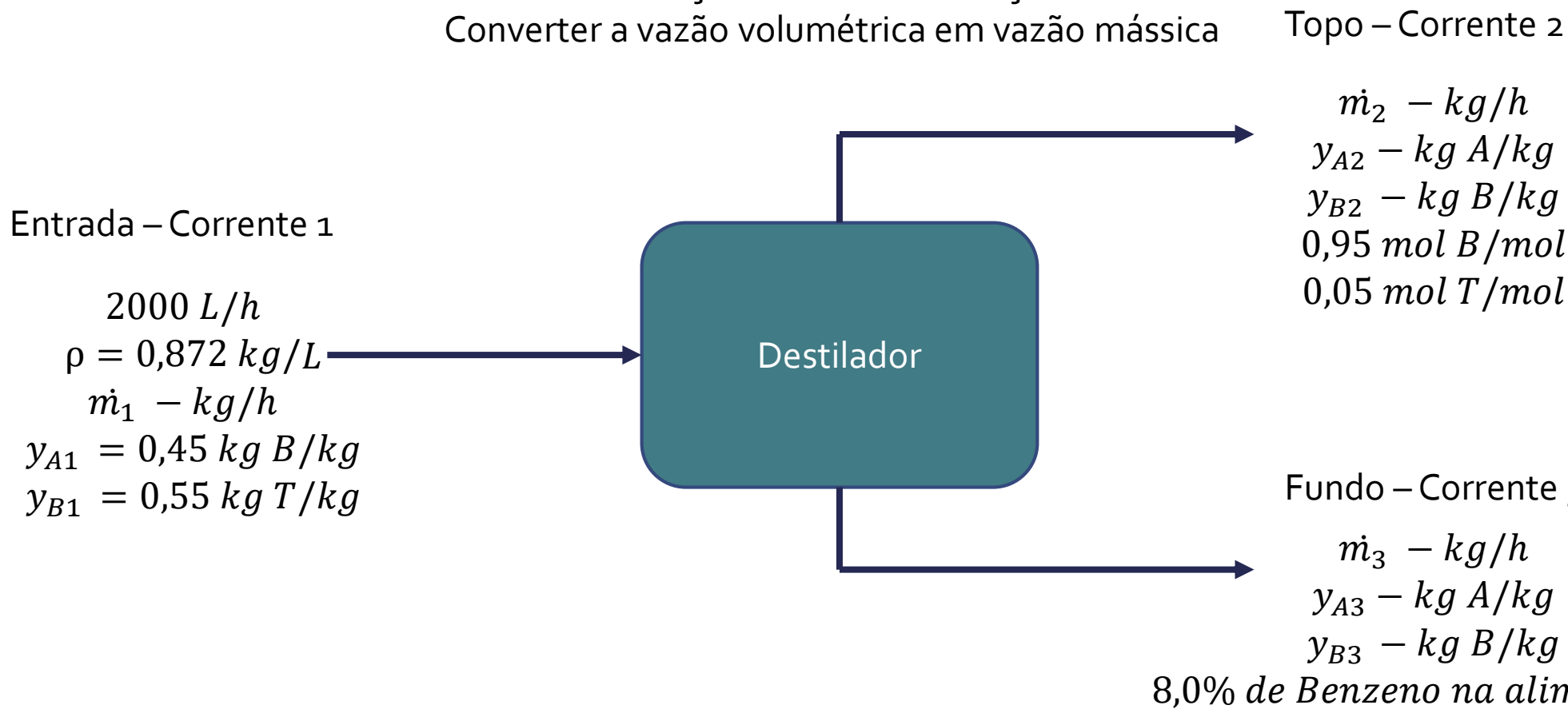
# Exemplo do Livro do Felder

Balanço de Massa sem reação química, com dois componentes (B e T), uma entrada e duas saídas

**Primeira atividade** – colocar tudo na mesma unidade

Converter as frações molares em frações mássicas

Converter a vazão volumétrica em vazão mássica



# Exemplo do Livro do Felder

Primeira atividade – colocar tudo na mesma unidade

## Converter as frações molares em frações mássicas

Base de Cálculo – 100 kmol da mistura



Benzeno – 95% - 95,0 kmol de Benzeno

Tolueno – 5% - 5 kmol de Tolueno

**Massa molecular – Buscar informações**

Benzeno – 78,11 kg/kmol

Tolueno – 92,14 kg/kmol

**Massa de Benzeno**

$$95 \text{ kmol} * 78,11 \text{ kg/kmol} = 7420,45 \text{ kg de Benzeno}$$

**Massa de Tolueno**

$$5 \text{ kmol} * 92,14 \text{ kg/kmol} = 460,70 \text{ kg de Tolueno}$$

**Massa Total**

$$7420,45 \text{ kg de Benzeno} + 460,70 \text{ kg de Tolueno} = 7881,45 \text{ kg}$$

**Fração mássica de Benzeno**

$$7420,45 \text{ kg de Benzeno} / 7881,45 \text{ kg da mistura} = 0,942 \text{ kg B/ kg}$$

**Fração mássica de Tolueno**

$$1 - 0,942 \text{ kg B/kg} = 0,058 \text{ kg T/kg}$$

# Exemplo do Livro do Felder

Primeira atividade – colocar tudo na mesma unidade

Converter vazão volumétrica em vazão mássica

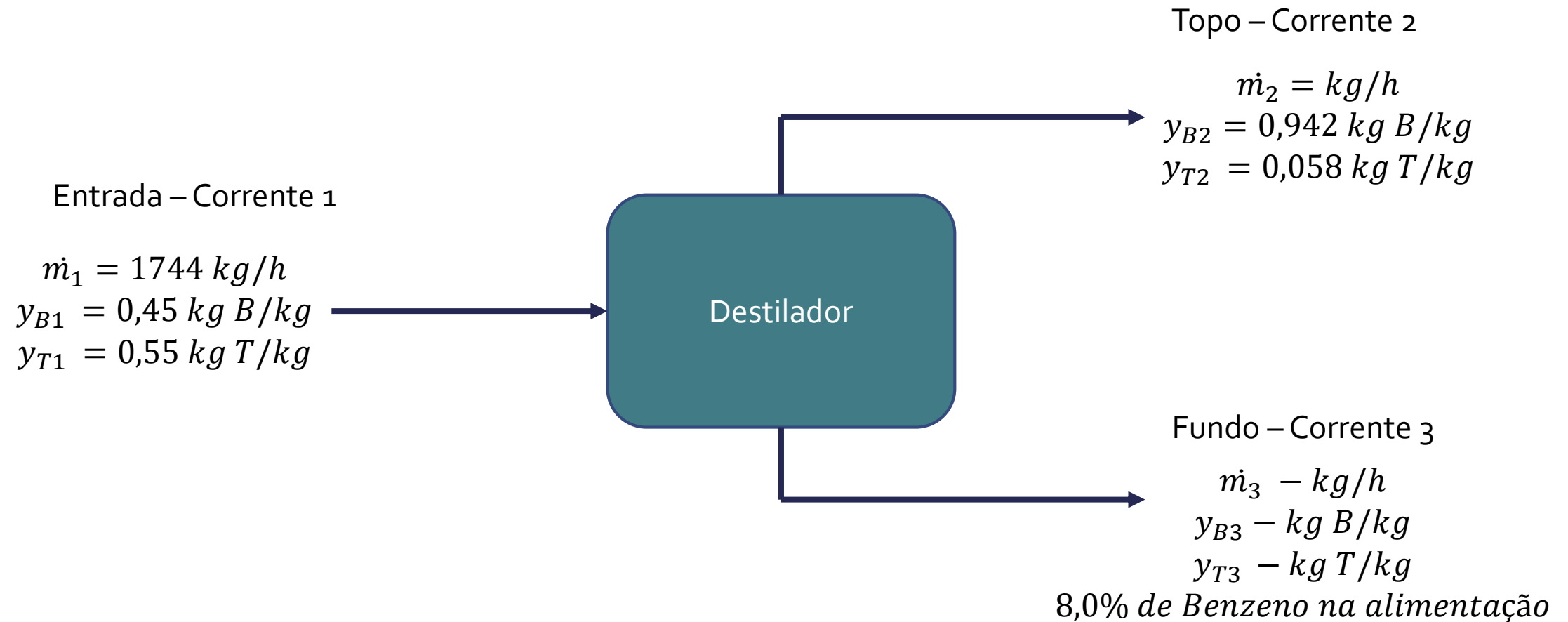
Vazão volumétrica = 2000 L/h

Densidade = 0,872 kg/ L

Vazão mássica = 2000 L/h \* 0,872 kg/L =  
1744 kg/h

# Exemplo do Livro do Felder

Tudo pronto para escrever os balanços de massa



# Exemplo do Livro do Felder

$$\textit{Acúmulo} = \textit{Entrada} - \textit{Saída} + \textit{Gerado} - \textit{Consumido}$$

Estado estacionário -  $\textit{Acúmulo} = 0$

Não tem reação química –  $\textit{Gerado} \text{ e } \textit{Consumido} = 0$

$$\textit{Entrada} = \textit{Saída}$$

Podemos escrever 2 balanços de massa – 1 para cada elemento (B e T)

Uma equação constitutiva

Uma equação de informações do processo

# Exemplo de Balanço de Massa Simples

Equação de informação do processo

$$0,08 \cdot (1744 \cdot 0,45) = \dot{m}_3 \cdot y_{B3}$$

Balanço de Massa para o Componente Benzeno

$$0,45 \cdot 1744 = \dot{m}_2 \cdot 0,942 + \dot{m}_3 \cdot y_{B3}$$

Balanço de Massa para o Componente Tolueno

$$0,55 \cdot 1744 = \dot{m}_2 \cdot 0,058 + \dot{m}_3 \cdot y_{T3}$$

Equação da soma das frações mássicas

$$y_{B3} + y_{T3} = 1$$

4 equações, 4 incógnitas – Solução muito simples



# Solução de problemas de sistemas de equações não-lineares

```
1  # Importando as bibliotecas scipy.optimize e numpy
2  from scipy.optimize import fsolve
3  import numpy as np
4
5  #Definindo as equações de balanço de massa, equações não-lineares
6  def f(z):
7      m2 = z[0]
8      m3 = z[1]
9      yb3 = z[2]
10     yt3 = z[3]
11
12     F = np.empty((4))
13     F[0] = 0.08*1744*0.45 - m3*yb3
14     F[1] = 0.45*1744 - 0.942*m2 - m3*yb3
15     F[2] = 0.55*1744 - 0.058*m2 - m3*yt3
16     F[3] = yb3 + yt3 - 1
17     return F
18
19 # Chute inicial
20 init = np.array([1,1,1,1])
21 # Chamando fsolve para resolver o problema
22 z = fsolve(f,init)
23
24 # Imprimindo a solução
25 print(f'A vazão mássica m2 é {z[0]:5.3f} kg/h')
26 print(f'A vazão mássica m3 é {z[1]:5.3f} kg/h')
27 print(f'A fração mássica yB3 é {z[2]:5.3f} kg B/ kg')
28 print(f'A fração mássica yT3 é {z[3]:5.3f} kg T/ kg')
```



# Solução de problemas de sistemas de equações não-lineares

A vazão mássica  $m_2$  é **766.471** kg/h

A vazão mássica  $m_3$  é **977.529** kg/h

A fração mássica  $y_{B3}$  é **0.064** kg B/ kg

A fração mássica  $y_{T3}$  é **0.936** kg T/ kg

Topo – Corrente 2

**$\dot{m}_2 = 766,471 \text{ kg/h}$**

$y_{B2} = 0,942 \text{ kg B/kg}$

$y_{T2} = 0,058 \text{ kg T/kg}$

Entrada – Corrente 1

$\dot{m}_1 = 1744 \text{ kg/h}$

$y_{B1} = 0,45 \text{ kg B/kg}$

$y_{T1} = 0,55 \text{ kg T/kg}$

Destilador

Fundo – Corrente 3

**$\dot{m}_3 = 977,529 \text{ kg/h}$**

**$y_{B3} = 0,064 \text{ kg B/kg}$**

**$y_{T3} = 0,936 \text{ kg T/kg}$**

8,0% de Benzeno na alimentação

# OBRIGADO

---

Balanço de massa para processos químicos e bioquímicos

**Marcel Otavio Cerri**  
**[marcel.cerri@unesp.br](mailto:marcel.cerri@unesp.br)**