

Marceli Jędryka

Algorytmy Geometryczne – Laboratorium 1

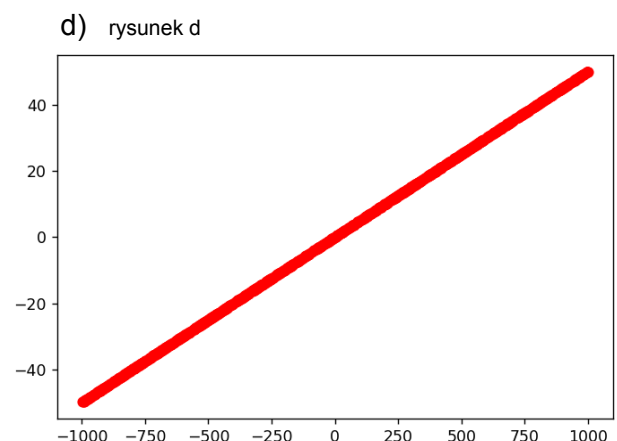
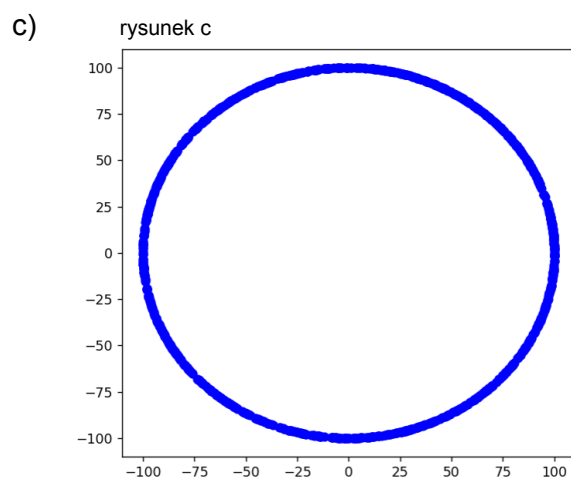
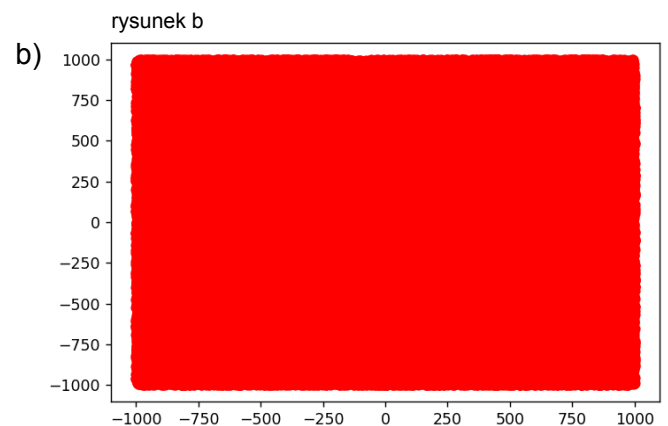
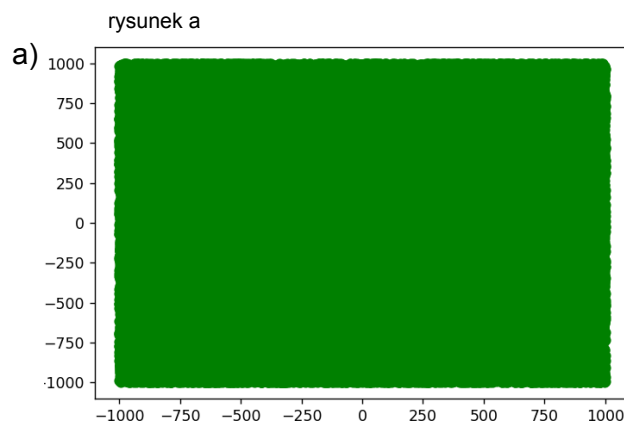
Środowisko oraz sprzęt:

→ Wszystkie ćwiczenia zostały wykonane w Jupyter Notebook przy użyciu języka python oraz bibliotek Numpy i Matplotlib.

→ Obliczenia przeprowadzone na systemie operacyjnym Windows 10 x64 z procesorem Intel Core i5-10210U CPU 2.11 GHz.

1. Generowanie zbiorów punktów o losowych współrzędnych spełniających następujące warunki:

- a) 10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-1000, 1000]$
- b) 10^5 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-10^{14}, 10^{14}]$
- c) 1000 losowych punktów leżących na okręgu o środku $(0,0)$ i promieniu $R=100$
- d) 1000 losowych punktów o współrzędnych z przedziału $[-1000, 1000]$ leżących na prostej wyznaczonej przez wektor (a, b) ,



2. Implementacja funkcji pomocniczych pozwalających na określenie po której stronie prostej zawierającej punkty $a = [-1.0, 0.0]$ oraz $b = [1.0, 0.1]$ znajdują się wygenerowane punkty.

- `det_2x2` - funkcja obliczająca wyznacznik macierzy 2x2 wykorzystująca własnoręcznie zaimplementowany wzór
- `det_3x3` - funkcja obliczająca wyznacznik macierzy 2x2 wykorzystująca własnoręcznie zaimplementowany wzór
- `det_2x2_numpy` - funkcja obliczająca wyznacznik macierzy 2x2 wykorzystująca metodę biblioteki numpy
- `det_3x3_numpy` - funkcja obliczająca wyznacznik macierzy 3x3 wykorzystująca metodę biblioteki numpy
- `pick_side` - funkcja określająca położenie punktu względem prostej
- `assign_points` - funkcja tworząca zbiory punktów leżących po lewej i prawej stronie prostej oraz punktów leżących na tej prostej

**3. Analiza wyników dla poszczególnych zbiorów, używając różnych metod obliczania wyznacznika oraz poziomu tolerancji zera z zakresu od 10^{-16} do 10^{-4} .
Reprezentacja graficzna poniższych danych znajduje się w pliku `geometria.ipnb`**

a)

tab1

Epsilon/ Metoda	<code>det_2x2</code>	<code>det_3x3</code>	<code>det_2x2_numpy</code>	<code>det_3x3_numpy</code>
10^{-4}	Left:49750 Right:50250 Middle:0	Left:49750 Right:50250 Middle:0	Left:49750 Right:50250 Middle:0	Left:49750 Right:50250 Middle:0
10^{-8}	Left:50291 Right:49709 Middle:0	Left:50291 Right:49709 Middle:0	Left:50291 Right:49709 Middle:0	Left:50291 Right:49709 Middle:0
10^{-12}	Left:50028 Right:49972 Middle:0	Left:50028 Right:49972 Middle:0	Left:50028 Right:49972 Middle:0	Left:50028 Right:49972 Middle:0
10^{-16}	Left:49814 Right:50186 Middle:0	Left:49814 Right:50186 Middle:0	Left:49814 Right:50186 Middle:0	Left:49814 Right:50186 Middle:0

Obserwacja: W zależności od tolerancji zmienia się ilość punktów po lewej i prawej stronie, jednakże jest ona taka sama dla każdej metody obliczania wyznacznika z daną tolerancją. Punkty leżące na prostej nie występują.

b)

tab2

Epsilon/ Metoda	det_2x2	det_3x3	det_2x2_numpy	det_3x3_numpy
10^{-4}	Left:50007 Right:49990 Middle:3	Left:50010 Right:49990 Middle:0	Left:500009 Right:49991 Middle:0	Left:50010 Right:49990 Middle:0
10^{-8}	Left:50133 Right:49861 Middle:6	Left:50137 Right:49863 Middle:0	Left:50136 Right:49864 Middle:0	Left:50137 Right:49863 Middle:0
10^{-12}	Left:49746 Right:50244 Middle:10	Left:49749 Right:50251 Middle:0	Left:49752 Right:50248 Middle:0	Left:49749 Right:50251 Middle:0
10^{-16}	Left:49890 Right:50104 Middle:6	Left:49892 Right:50108 Middle:0	Left:49892 Right:50108 Middle:0	Left:49892 Right:50108 Middle:0

Obserwacja: Punkty występujące na prostej pojawiają się tylko w przypadku użycia metody det_2x2. Wraz ze zmieniającą się tolerancją obliczeń wyniki ulegają zmianie, co więcej w zależności od użytej metody wyniki różnią się o średnio 2,9 punktu.

c)

tab3

Epsilon/ Metoda	det_2x2	det_3x3	det_2x2_numpy	det_3x3_numpy
10^{-4}	Left:515 Right:485 Middle:0	Left:515 Right:485 Middle:0	Left:515 Right:485 Middle:0	Left:515 Right:485 Middle:0
10^{-8}	Left:489 Right:511 Middle:0	Left:489 Right:511 Middle:0	Left:489 Right:511 Middle:0	Left:489 Right:511 Middle:0
10^{-12}	Left:518 Right:482 Middle:0	Left:518 Right:482 Middle:0	Left:518 Right:482 Middle:0	Left:518 Right:482 Middle:0
10^{-16}	Left:526 474 Middle:0	Left:526 474 Middle:0	Left:526 474 Middle:0	Left:526 474 Middle:0

Obserwacja: Wraz ze zmieniającą się tolerancją dla zera zmieniają się także wyniki, jednakże rozpatrując poszczególne tolerancje widzimy, że każda metoda obliczania wyznacznika przypisuje punkty w taki sam sposób. Nie pojawiają się punkty występujące na prostej.

d)

tab4

Epsilon/ Metoda	det_2x2	det_3x3	det_2x2_numpy	det_3x3_numpy
10^{-4}	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:512 Right:484 Middle:4
10^{-8}	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:0 Right:0 Middle:1000
10^{-12}	Left:74 Right:80 Middle:846	Left:0 Right:0 Middle:1000	Left:130 Right:154 Middle:716	Left:0 Right:0 Middle:1000
10^{-16}	Left:142 Right:126 Middle:732	Left:167 Right:415 Middle:418	Left:534 Right:452 Middle:14	Left:432 Right:531 Middle:37

Obserwacja : Wraz ze zmniejszającą się tolerancją dla zera okazuje się, że istnieją punkty, które nie należą do prostej. Co więcej w zależności od użytej metody ilość takich punktów zmienia się. Analizując graficzne ułożenie punktów możemy zauważyć, że najwięcej punktów leżących na prostej znajduje się blisko punktów a i b. Im dalej od punktów tworzących tym więcej wygenerowanych punktów nie leży na prostej.

4. Wnioski

Analizując powyższe tabele dowiadujemy się, że wyniki mogą się różnić w zależności od użytej metody, a także od poziomu tolerancji zera dla obliczeń, z którą klasyfikujemy punkty. Pierwsze trzy zbiory zawierają punkty wygenerowane w bardzo dużym przedziale, a co za tym idzie ich zagęszczenie przy prostej jest względnie niewielkie, czego efektem jest brak występowania różnic w klasyfikacji w przypadku zbiorów a oraz c. W zbiorze b różnice się pojawiały, lecz były bardzo niewielkie i wynosiły średnio zaledwie 2,9 punktu w zależności od użytej metody obliczania wyznacznika. W przypadku zbioru d, gdzie punkty były generowane na badanej prostej odchylenia były zauważalne dopiero przy bardzo małej tolerancji dla zera wynoszącej 10^{-12} . Przy jeszcze większym zmniejszeniu tolerancji okazywało się, że różnice w klasyfikacji punktów pomiędzy metodami napisanymi ręcznie a bibliotecznymi są bardzo duże.