

Compton-Effekt

Versuch 603

Marcel Kebekus
marcel.kebekus@tu-dortmund.de

Abgabe: 5.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Die Compton-Strahlung	3
1.2	Erzeugung der Röntgenstrahlung	4
1.3	Bragg-Reflektion (Bestimmung der Röntgenwellenlänge)	4
1.4	Geiger-Müller-Zählrohr	5
2	Durchführung	6
2.1	Röntgenspektrum	6
2.2	Transmission	6
2.3	Compton-Wellenlänge	6
3	Auswertung	8
3.1	Wellenabhängigkeit der Transmission	9
3.2	Die Compton-Wellenlänge	10
4	Diskussion	12
4.1	Das Röntgenspektrum	12
4.2	Die Compton Wellenlänge	12
4.3	Totzeitkorrektur	13
	Literatur	14
5	Anhang	15

Zielsetzung

Es soll die Compton-Wellenlänge λ_c des Elektrons bestimmt werden.

1 Theorie

1.1 Die Compton-Strahlung

Trifft Röntgenlicht mit einer Wellenlänge λ_1 auf ein schwach gebunden Elektron, so enthält das gestreute Licht eine neue größere Wellenlänge λ_2 , da das Photon einen Teil seiner Energie durch den elastischen Stoß an das Elektron übertragen hat. Dies folgt aus

$$E_{\text{Photon}} = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1)$$

Zusätzlich wird diese Wellenlänge um den Winkel Θ abgelenkt. Die Wellenlängenverschiebung $\Delta\lambda$ und der Streuwinkel Θ weisen folgenden Zusammenhang auf

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\Theta)) = \lambda_c \cdot (1 - \cos(\Theta)). \quad (2)$$

Die Konstante λ_c nennt man die Compton-Wellenlänge des Elektrons.

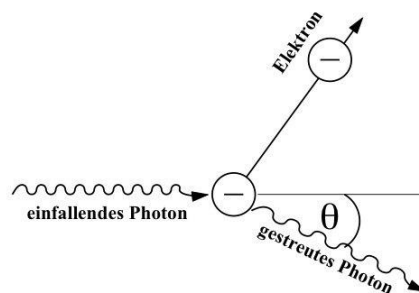


Abbildung 1: Darstellung des Compton Effekts mit einem einfallendem Photon, dass auf ein Elektron trifft. Das gestreute Photon wird um den Winkel Θ abgelenkt.[1, S. 1]

Man spricht von einer Reflexion bei $\Theta = \pi$, dabei wird die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda$ maximal (vgl. Gl. 2).

Der Compton-Effekt kann bei allen Photonen verschiedenster Energien beobachtet werden. Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten ist allerdings bei hochenergetische Photonen wie Röntgen- oder γ -Strahlung am höchsten.

1.2 Erzeugung der Röntgenstrahlung

Zur Erzeugung nutzt man die Eigenschaft der Bremsstrahlung sowie die charakteristische Röntgenstrahlung.

Eine Glühkathode emittiert dabei Elektronen, die durch eine evakuierte Röhre auf eine Anode hin beschleunigt werden. Beim Auftreffen auf die Anode wird Röntgenstrahlung ausgesendet. Das ausgesendete Spektrum besteht aus charakteristischen Peaks, welche vom Anodenmaterial abhängig sind und einem kontinuierlichen Bremspektrum.

Charakteristische Strahlung

Die Charakteristische Strahlung hängt vom Anodenmaterial ab. Durch das Auftreffen der beschleunigten Elektronen kann eine Energieübertragung an die im Material gebundenen Elektronen stattfinden. Die gebundenen Elektronen können daraufhin auf ein höheres Energieniveau angeregt werden, bevor sie wieder auf ein niedriges Energieniveau zurückspringen. Dabei wird Strahlung frei, deren Energie der Energiedifferenz der verschiedenen Niveaus entspricht.

Bremsstrahlung

Wird ein Elektron mithilfe eines elektrischen Feldes abgebremst, erfährt es eine Beschleunigung und verliert somit kinetische Energie. Diese Energie wird in Form von Röntgenphotonen ausgesendet. Hierbei bildet sich ein kontinuierliches Spektrum aus.

1.3 Bragg-Reflexion (Bestimmung der Röntgenwellenlänge)

Über die Bragg'sche Reflexion kann die Energie E der Röntgenstrahlung analysiert werden. Durch die Beugung der Strahlung an einem dreidimensionalen Gitter mit der Gitterkonstante d entsteht beim Glanzwinkel α eine konstruktive Interferenz. Die Wellenlänge bestimmt sich nun über den Zusammenhang

$$2d\sin(\alpha) = n\lambda, \quad (3)$$

wobei n die Beugungsordnung beschreibt.

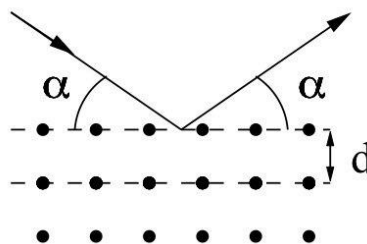


Abbildung 2: Die Bragg'sche Reflexion mit Braggwinkel α und Gitterkonstante d . [1, S. 2]

1.4 Geiger-Müller-Zählrohr

Um die Impulsrate zu bestimmen, wird ein Geiger-Müller-Zählrohr verwendet. Grundsätzlich besteht es aus einem mit Gas gefülltem Zylinder, dessen Wände die Kathode bilden. Trifft nun ionisierende Strahlung ein, so reagiert diese mit den Gasatomen. Die freiwerdenden Elektronen werden durch die Anode als Impuls registriert. Damit das Gasatom wieder eine neutrale Ladung erhält, muss es zur Stabanode wandern. Daraus folgt das Problem, wenn die Intensität der eintreffenden Strahlung zu hoch ist, so sind bereits alle Atome ionisiert und es folgt eine Verfälschung der Impulsrate. Dies wird durch die Totzeit quantifiziert. Die beschreibt, wie lange es dauert bis nach einem vergangenen Signal, das nächste Signal aufgenommen werden kann. Diesen Fehler kann man durch folgende Formel korrigieren:

$$I = \frac{N}{1 - \tau \cdot N}, \quad (4)$$

dabei ist N die Impulsrate und τ die Totzeit.

2 Durchführung

2.1 Röntgenspektrum

Zur Erzeugung der benötigten Röntgenstrahlung wird eine evakuierte Röntgenröhre verwendet. Dabei wird eine Kupferanode zur Röntgenerzeugung genutzt. Zur Bestimmung des Spektrum der Röntgenstrahlung, verwende man einen Lithiumfluoridkristall (LiF-Kristall) den man in einem Winkel in den Röntgenstrahl stellt. Den Geiger-Müller- Zähler stellt man mit einem doppelten Winkel zu dem Kristall ausgerichtet, sodass dieser die Impulsrate eines bestimmten Braggwinkels misst. Über die Bragg'sche Reflexion (Abschnitt 1.3) kann nun die Wellenlänge bestimmt werden. Es wird somit die Intensität einer bestimmten Wellenlänge gemessen. Dafür wird der Bereich von 8° bis 25° in $0,1^\circ$ Schritten vermessen, der sowohl das gesamte Bremsrektrum und die charakteristische Strahlung aufnimmt. Die Beschleunigungsspannung beträgt 35kV.

Der gewählte Winkelbereich resultiert dabei, aus der theoretischen Lage der charakteristischen Röntgenstrahlen von Kupfer (vgl. hierzu Abschnitt 3.2).

2.2 Transmission

Will man später die Compton-Wellenlänge bestimmen, so kann dies über die Abhängigkeit der Transmission von der Wellenlänge gemacht werden. Dafür wird ein Aluminium-Absorber verwendet. Dieser wird zunächst vor der Blende der Röntgenröhre platziert. Nachdem die Intensität der Braggreflektierten Strahlung in einem Winkelbereich von 7° bis 10° mit $0,1^\circ$ Schritten gemessen wurde, wird die Messung wiederholt, dabei entfernt man den Absorber aus der Apparatur. Über eine lineare Transmission-Wellenlängen Abhängigkeit, kann später auf die Wellenlänge der Compton-Strahlung zurück geschlossen werden.

2.3 Compton-Wellenlänge

Der Geiger-Müller-Zähler wird mit einem Winkel von 90° zum Röntgenstrahl platziert. Somit werden auch nur die Intensitäten der 90° gestreuten Photonen gemessen. Um nun die Grundintensität I_0 der compton-gestreuten Photonen zu messen verwendet man ein Plexiglas zu Streuung, das mit einem 45° Winkel zum Röntgenstrahl platziert ist. In gleicher Art misst man die Intensität I_1 , allerdings nun mit dem Absorber der vor die Blende gesetzt wird. Zum Schluss positioniert man den Absorber vor dem Geiger-Müller-Zähler für die Intensität I_2 .

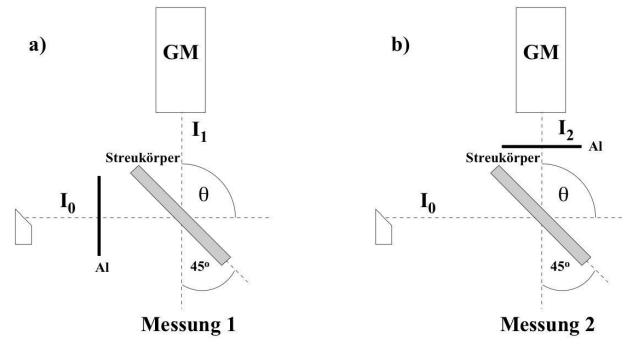


Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Bestimmung der verschiedenen Intensitäten I .
a) zeigt dabei den Aufbau zur Messung von I_1 , bei welcher der Absorber zwischen Blende und Plexiglas gestellt wird.
b) zeigt dabei den Aufbau zur Messung von I_2 , bei welcher der Absorber zwischen Plexiglas und Geiger-Müller-Zähler gestellt wird.[1, S. 4]

3 Auswertung

Die charakteristischen Strahlung/Peaks im Röntgenspektrum sind abhängig vom verwendeten Anodenmaterial Kupfer. Die Linien befinden sich bei [4]

$$K_{\alpha} = 8,038 \text{ keV},$$

$$K_{\beta} = 8,905 \text{ keV},$$

und somit liegen sie bei den Wellenlängen (nach Gl. 1)

$$\lambda_{\alpha} = \frac{hc}{E_{K_{\alpha}}} \approx 160 \text{ pm},$$

$$\lambda_{\beta} = \frac{hc}{E_{K_{\beta}}} \approx 140 \text{ pm}.$$

Dieser Wellenlänge wird nach Gl. 3 und Gl. 1 der Braggwinkel α mit der Gitterkonstante $d = 201,4 \cdot 10^{-12}$ von

$$\alpha_{K_{\alpha}} = \sin^{-1} \left(\frac{hc}{2d \cdot E_{K_{\alpha}}} \right) \approx 23^{\circ},$$

$$\alpha_{K_{\beta}} = \sin^{-1} \left(\frac{hc}{2d \cdot E_{K_{\beta}}} \right) \approx 21^{\circ},$$

zugeordnet.

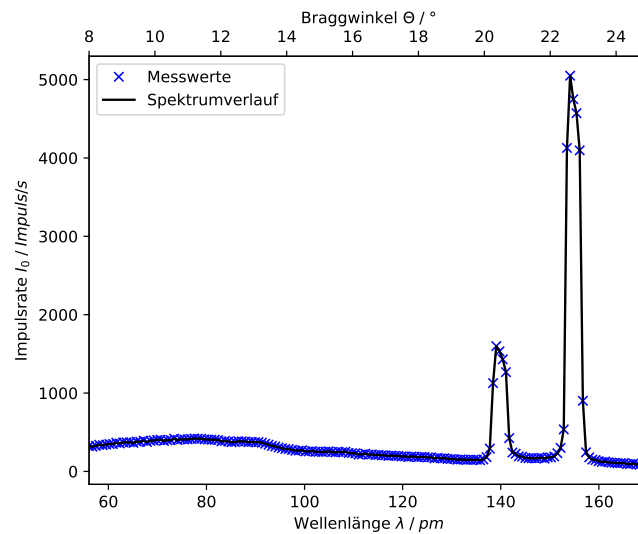


Abbildung 4: Die Impulsrate I_0 gegen den Braggwinkel α und die Röntgenwellenlänge λ aufgetragen. Es zeigten sie die Peaks der charakteristischen Strahlung, sowie der Berg der Bremsstrahlung, der ab einem Winkel $\alpha = 8^{\circ}$ bis zum ersten Peak verläuft. Die Beschleunigungsspannung beträgt 35kV.

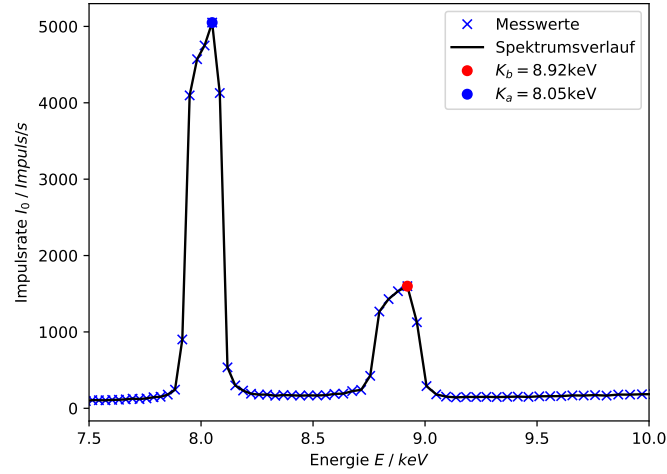


Abbildung 5: Das Energiespektrum der Röntgenstrahlung. Es zeigen sich die charakteristischen Röntgenstrahlen bei $K_\alpha = 8,05 \text{ keV}$ und $K_\beta = 8,92 \text{ keV}$

Man entnimmt den Messdaten und aus Abb. 5 und Abb. 4 folgende charakteristische Strahlungswerte

$K_\alpha = 8,05 \text{ keV}$	$\alpha_{K_\alpha} = 22,5^\circ$	$\lambda_{K_\alpha} = 154,14 \text{ pm}$
$K_\beta = 8,92 \text{ keV}$	$\alpha_{K_\beta} = 20,2^\circ$	$\lambda_{K_\beta} = 139,09 \text{ pm}$

3.1 Wellenabhängigkeit der Transmission

Um eine Aussage über die Abhängigkeit der Transmission von der Wellenlänge zu machen, müssen die gemessenen Impulsraten N_0 und N_1 über Gl. 4 mit der Totzeit $\tau = 90 \mu\text{s}$ korrigiert werden. Die Transmission ergibt sich dann aus dem Quotienten von I_0 und I_1

$$T_0 = \frac{I_1}{I_0}. \quad (5)$$

Trägt man nun die, aus den Braggwinkel mithilfe der Bragg'schen Reflexion berechneten, Wellenlänge λ gegen die Transmission T auf, so folgt nach linearer Regression über die Geradengleichung

$$T = m \cdot \lambda + n,$$

mit der Steigung m und dem y-Achsenabschnitt n

$$m = (-15,20 \pm 0,23) \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1},$$

$$n = (1,231 \pm 0,014) \cdot 10^{-12},$$

die Abhängigkeit $T(\lambda)$.

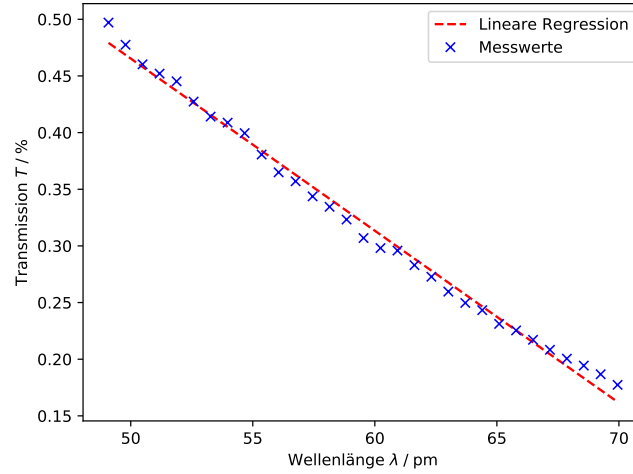


Abbildung 6: Gezeigt ist die prozentuale Transmission T , die der Wellenlänge λ gegenübergestellt ist. Die lineare Regression zeigt den Zusammenhang $T(\lambda)$. Verwendet wurde ein Aluminium Absorber.

3.2 Die Compton-Wellenlänge

Bei gleichem Streuwinkel wurden nun die Intensität für die compton-gestreuten Photonen $I_{gestreut}$ mit Al-Absorber, nicht gestreuten Photonen $I_{ungestreut}$, sowie die Intensität I_0 ohne Absorber gemessen.

Nun kann über die Transmission und den bereitgestellten Zusammenhang $T(\lambda)$ (vgl. Abschnitt 3.1) die Wellenlänge der Compton-Strahlung bestimmt werden.

Die Poisson verteilten Röntgen-Quanten mit der Messunsicherheit

$$\Delta N = \sqrt{N},$$

ergeben für die Impulse

$$\begin{aligned} I_0 &= (2730 \pm 50) \text{ Impulse,} \\ I_{gestreut} &= (1024 \pm 32) \text{ Impulse,} \\ I_{ungestreut} &= (1180 \pm 34) \text{ Impulse.} \end{aligned}$$

Es ergibt sich für die Transmission T

$$\begin{aligned} T_{ungestreut} &= \frac{I_{ungestreut}}{I_0} = (0,432 \pm 0,015), \\ T_{gestreut} &= \frac{I_{gestreut}}{I_0} = (0,375 \pm 0,014). \end{aligned}$$

Aus dem Zusammenhang $T(\lambda)$ folgt dafür mit

$$\Delta\lambda_i = \sqrt{\left(\frac{1}{m} \cdot \Delta T_i\right)^2 + \left(\frac{1}{m} \Delta n\right)^2 + \left((n - T_i) \cdot \frac{1}{m^2} \cdot \Delta m\right)^2},$$

$$\lambda_{ungestreut} = (52,6 \pm 1,6) \text{ pm},$$

$$\lambda_{gestreut} = (56,3 \pm 1,5) \text{ pm}.$$

Es folgt somit für die Compton-Wellenlänge λ_C nach 2 mit einem Streuwinkel von 90°

$$\lambda_C = \lambda_{gestreut} - \lambda_{ungestreut} = (3,8 \pm 1,1) \text{ pm}. \quad (6)$$

4 Diskussion

4.1 Das Röntgenspektrum

Wie in Abbildung 4 und 5 deutlich gemacht wurde, befanden sich charakteristischen Punkte des Röntgenspektrums bei,

	Theorie [4]	Messung	Abweichung / %
K_α / keV	8,038	8,05	0,1
K_β / keV	8,905	8,92	0,2
Braggwinkel α_{K_α} / °	23	22,5	2
Braggwinkel α_{K_β} / °	21	20,2	4
λ_α / pm	160	154,14	4
λ_β / pm	140	123,09	12

Tabelle 1: Vergleich zwischen Theorie- und Messdaten bezüglich der charakteristischen Strahlung im Röntgenspektrum mit entsprechender Abweichung.

Es zeigt sich, dass die Abweichungen von den Literaturwerte klein sind und somit zu vernachlässigen sind. Der Bremsberg befindet sich bei $56\text{pm} < \lambda < \lambda_{\text{beta}}$ sowie zwischen den charakteristischen Strahlungen und für $\lambda > \lambda_\alpha$.

4.2 Die Compton Wellenlänge

Für die theoretische Compton Wellenlänge ergibt sich nach 2

$$\lambda_{C,\text{Theorie}} = 2,4 \text{ pm},$$

und aus den Messdaten nach 6.

$$\lambda_C = (3,8 \pm 1,1) \text{ pm}$$

Dies entspricht einem relativen Fehler von $(50 \pm 50)\%$.

Der Fehler ist vermutlich auf systematische Fehler zurückzuführen. Unter anderem kann zusätzliche Strahlung die am Aluminium-Absorber gebeugt werden, vom Geiger-Müller-Zähler aufgenommen werden.

Es wird deutlich dass die Compton-Wellenlänge im Vergleich zu der Wellenlänge des sichtbaren Lichtes sehr klein ist (Faktor 10^{-5}). Die Veränderung der Wellenlänge nach dem elastischen Stoß wäre somit für sichtbares Licht kaum verändert und der Compton-Effekt tritt kaum auf. Zudem handelt es sich bei dem Versuch nicht um freie Elektronen, sondern um gebundene Elektronen. Das Photon muss somit höhere Energie besitzen als die Bindungsenergie des Elektrons beträgt.

4.3 Totzeitkorrektur

Wie Sinnvoll die Totzeitkorrektur für die Impulsraten N ist, ist fraglich, da im gewählten Messbereich, von einem Braggwinkel 7° bis 10° , nur kleine Zählraten auftreten und die Korrektur nur für hohe Zählraten sinnvoll ist.

Literatur

- [1] Tu Dortmund. „Versuch V603: Compton-Effekt“. In: ().
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [4] TESS expert PHYWE. „Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer“. In: (). URL: http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf.

5 Anhang

Bragg-Winkel / °	Wellenlänge / pm	$N_0 / \frac{\text{Imp}}{s}$	$I_0 / \frac{\text{Imp}}{s}$	$N_1 / \frac{\text{Imp}}{s}$	$I_1 / \frac{\text{Imp}}{s}$	T
7,0	49,1	226	230,7	114	114,7	0,49
7,1	49,8	232	236,9	112	113,1	0,47
7,2	50,5	240	245,8	112	113,1	0,46
7,3	51,2	248	253,7	114	114,7	0,45
7,4	51,9	255	260,9	115	116,2	0,44
7,5	52,6	262	268,3	114	114,7	0,42
7,6	53,3	269	275,7	113	114,2	0,41
7,7	54,0	276	283,0	114	115,7	0,40
7,8	54,7	281	288,3	114	115,2	0,39
7,9	55,4	290	297,2	112	113,1	0,38
8,0	56,1	295	303,0	110	110,1	0,36
8,1	56,8	300	308,3	109	110,1	0,35
8,2	57,5	308	317,3	108	109,1	0,34
8,3	58,2	311	319,9	106	107,0	0,33
8,4	58,8	317	326,3	104	105,5	0,32
8,5	59,6	324	333,7	102	102,4	0,30
8,6	60,2	328	338,5	100	100,9	0,29
8,7	60,9	332	342,8	100	101,4	0,29
8,8	61,6	337	347,5	98	98,4	0,28
8,9	62,3	340	351,3	95	95,8	0,27
9,0	63,0	348	359,6	92	93,3	0,25
9,1	63,7	350	361,4	90	90,2	0,25
9,2	64,4	353	364,6	88	88,7	0,24
9,3	65,1	356	368,3	84	85,1	0,23
9,4	65,8	359	370,9	83	83,6	0,22
9,5	66,5	364	375,8	81	81,6	0,213
9,6	67,2	367	379,5	78	79,1	0,204
9,7	67,9	369	381,6	76	76,5	0,21
9,8	68,6	370	383,3	74	74,5	0,19
9,9	69,3	375	388,1	72	72,5	0,19
10,0	69,9	376	388,6	68	68,9	0,17

Tabelle 2: Die Tabelle zeigt zu der primären Messgröße des Braggwinkels die passende Wellenlänge (Gl. 3), die Zählrate N_1 und ohne Al-Absorber N_0 , die korrigierte Impulsrate I_0 und I_1 (Gl. 4) und die Transmission T (Gl. 5).