

# **Compton-Effekt**

Versuch 603

Marcel Kebekus  
marcel.kebekus@tu-dortmund.de

Abgabe: 5.05.2020

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
1.1	Erzeugung Röntgenstrahlung . . . . .	3
1.2	Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) . . . . .	4
1.3	Absorbtion . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
2.1	Bragg-Bedingung . . . . .	6
2.2	Emissionsspektrum . . . . .	6
2.3	Absorbtionsspektrum . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
3.1	Emissionsspektrum Kupfer-Röntgenröhre . . . . .	7
3.2	Abschirmzahl . . . . .	8
3.3	Absorber . . . . .	9
3.3.1	Brom . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>10</b>
	<b>Literatur</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Anhang</b>	<b>12</b>

## Zielsetzung

Aufnehmen und analysieren von dem Emissionsspektrum einer CU- Röntgenröhre und verschiedener Absorbtionsspektren.

## 1 Theorie

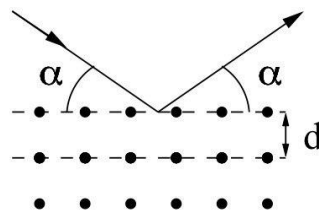
### 1.1 Erzeugung Röntgenstrahlung

Innerhalb einer evakuierten Röhre werden Elektronen aus einer Glühkathode auf eine Anode hin beschleunigt.

Die Energie der Strahlung kann mithilfe der Bragg-Reflexion ermittelt werden. Durch Beugung an einem dreidimensionalen Gitter (LiF-Kristall) mit der Gitterkonstante  $d$  entsteht eine konstruktive Interferenz bei einem Braggwinkel  $\Theta$ . Durch die Bragg-Bedingung

$$2d \sin(\Theta) = n\lambda, \quad (1)$$

ergibt sich die Wellenlänge  $\lambda$ .  $n$  ist dabei die Beugungsordnung.



**Abbildung 1:** Darstellung der Bragg-Reflexion an einem Gitter mit der Gitterkonstante  $d$  und dem Bragg-Winkel  $\alpha$ . [1, S. 3]

Die Röntgenstrahlung ist auf zwei Effekt zurückzuführen.

### Charakteristisches Spektrum

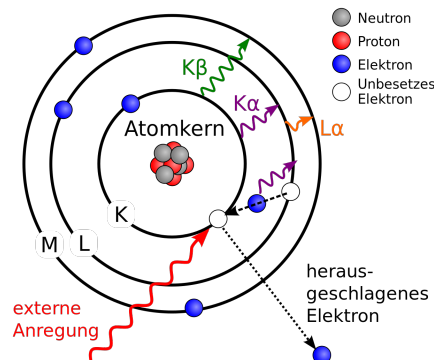
Beim Auftreffen der Elektronen auf das Anodenmaterial wird dieses ionisiert, sodass ein gebundenes Elektron von einer höheren Schale auf eine niedrigere Schale fallen kann und dabei Energie in Form von Röntgenquanten emittiert. Die abgestrahlte Energie entspricht dann der Differenz der Energieniveaus.

$$h \cdot \nu = E_m - E_n \quad (2)$$

Das charakteristische Spektrum ist vom Anodenmaterial abhängig und zeichnet sich im Röntgenspektrum durch scharfe Linien aus. Für ein Elektron in einem Mehrelektronenatom ergibt sich die Energie durch

$$E_n = -R_\infty \cdot z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (3)$$

wobei die Rydbergenergie  $R_\infty = 13.6\text{eV}$  und die effektive Kernladung  $z_{eff} = z - \sigma$  mit der Abschirmkonstante  $\sigma$  ist. Dabei wird berücksichtigt, dass die Hüllenelektronen die Coulomb Anziehung auf das äußere Elektron abschirmen.



**Abbildung 2:** Darstellung des Prozesses der Röntgenemission durch die Ionisation des Atoms. Das (Röntgen)Photon wirkt als externen Anregung, welches ein Elektron aus der inneren Schale schlägt. Ein anderes Elektron aus einer höheren Schale rutscht nach und gibt Energie in Form von Strahlung ab.[6]

## Bremsstrahlung

Durch Abbremsen der freien Elektronen in einem Elektrischen Feld wird Energie durch Röntgenquanten frei. Die Energie entspricht dabei dem Energieverlust der Abbremsung. Bei vollständiger Abbremsung ergibt sich die Wellenlänge

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (4)$$

Da hierbei verschieden hohe kinetische Energien abgegeben werden können, äußert sich die Bremsstrahlung im Spektrum durch einen kontinuierlichen Verlauf.

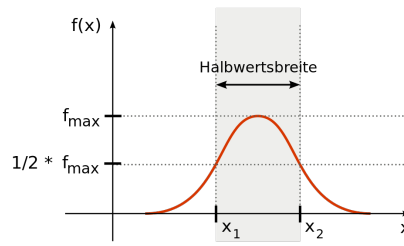
## 1.2 Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum)

Die Breite bei halber Höhe (kurz: FWHM) beschreibt "die Differenz zwischen den beiden Argumentwerten, für die die Funktionswerte auf die Hälfte des Maximums abgesunken sind." [2]

### 1.3 Absorbtion

Treffen Röntgenstrahlen auf ein Material, so nimmt dieses die Strahlung zum Teil auf (Absorption). Diese ist zum Teil vom Material, derer Dicke  $d$  und der Energie der Strahlung abhängig.

$$\frac{I(d)}{I_0} = e^{-\mu d} =: \tau \quad (5)$$



**Abbildung 3**

Dabei ist  $\mu$  der Absorptionskoeffizient.

Dieser ist abhängig von der Energie der Strahlung und nimmt bei zunehmender Strahlungsenergie ab.  $\mu$  steigt sprunghaft an, wenn die Strahlungsenergie gleich groß der Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächsten inneren Schale ist. Man spricht von einer Absorbtionskante. Für die K-Kante ( $n=1$ ) ergibt sich nach der Sommerfeldschen Feinstrukturformel die Abschirmkonstante

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}} \quad (6)$$

Da die Elektronen in einer Schale nicht alle die selbe potenzielle Energie besitzen spalten sich die Hauptkanten auf in eng an einanderliegende Linien (Feinstrukturen), diese werden im folgenden allerdings nicht weiter aufgelöst.

So folgt für eine Abschätzung der Abschirmkonstanten  $\sigma$  für Kupfer mit  $n = 1, m = 2$  und  $l = 3$ ,

$$\sigma_1 = Z - \sqrt{\frac{E_{K,abs}}{R}}, \quad (7)$$

$$\sigma_2 = Z - \sqrt{4 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - \frac{4E_{K\alpha}}{R}}, \quad (8)$$

$$\sigma_3 = Z - \sqrt{9 \cdot (Z - \sigma_1)^2 - \frac{9E_{K\beta}}{R}}. \quad (9)$$

Bei Strahlungsenergien unterhalb von 1MeV treten erstmal Compton- und Photoeffekt ein.

## 2 Durchführung

Verwendet wird eine Kupfer-Röntgenröhre mit einem LiF-Kristall und einem Geiger-Müller-Zähler. Die Beschleunigungsspannung beträgt 35 kV mit einem Emissionsstrom von 1 mA.

### 2.1 Bragg-Bedingung

Der LiF-Kristall wird auf einen festen Kristallwinkel von  $\Theta = 14^\circ$  eingestellt. Mithilfe des Geiger-Müller-Zählers wird in einen Winkelbereich von  $\alpha_{GM} = [26^\circ, 30^\circ]$  mit einer Schrittweite von  $0,1^\circ$  die Strahlungsrate  $N$  gemessen.

### 2.2 Emissionsspektrum

Das Röntgenspektrum wird in einem Winkelbereich von  $\Theta = [4^\circ, 26^\circ]$  mit einer Schrittweite von  $0,2^\circ$  gemessen. Aus den Daten können nun die charakteristischen Linien  $K_\alpha$  und  $K_\beta$ , der Bremsberg, die minimale Wellenlänge vgl. 4 und die Abschirmkonstanten  $\sigma$  bestimmt werden. Die Halbwertsbreite (Full Width at Half Maximum) der scharfen Linien im Spektrum liefern dann mit !ref! eine Aussage über das Auflösungsvermögen  $A$ .

### 2.3 Absorptionsspektrum

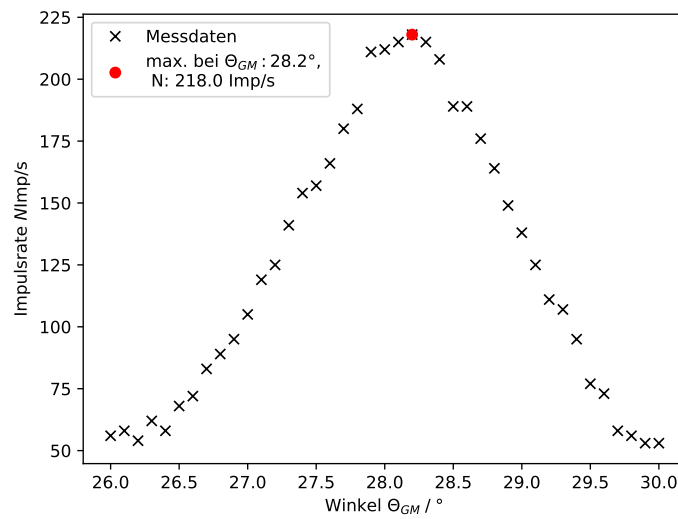
Für verschiedene Absorber (Brom, Zink, Gallium, Rubidium, Zirkonium) wird ein Absorptionsspektrum im geeigneten Winkelbereich vermessen. Mit Hilfe der Absorptionsenergien kann die Abschirmzahl  $\sigma_K$  ermittelt werden. Betrachtet werden dann die Energieübergänge der gemessene K-Kanten.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Emissionsspektrum Kupfer-Röntgenröhre

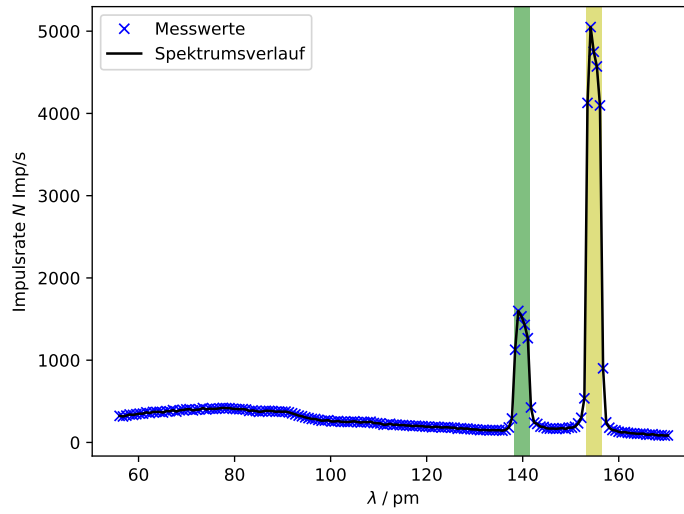
Für das Spektrum der Kupfer-Röntgenröhre ergibt sich, das gemessenen Intensitätsmaximum bei  $I_{\max} = 218 \text{ Imp/s}$ , dafür ergibt sich der zugehörige Braggwinkel  $\Theta_{\max}$  und die Wellenlänge  $\lambda_{\max}$

$$\Theta_{\max} = 28.2^\circ \quad \lambda_{\max} = 190.3 \text{ pm} \quad E_{\max} = 6.52 \text{ keV}$$



**Abbildung 4:** Die Intensitätsratenverteilung bei einem festen Kristallwinkel von  $\Theta = 14^\circ$  und mit variierten Geiger-Müller-Winkel  $\Theta_{GM}$  mit markierten Maximum.

Für das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre ergibt sich



**Abbildung 5:** Das Spektrum der Kupferanode. Dabei ist der erste Peak (in grün) die  $K_\beta$  und der zweite Peak (in gelb) die  $K_\alpha$  Linie.

mit den Halbwertsbreiten an den Energien  $E_K$  und dessen Halbwertsenergien  $\Delta E_{FWHM}$ . Damit ergibt sich das Auflösungsvermögen  $A$  über

$$A = \frac{E_K}{\Delta E_{FWHM}}. \quad (10)$$

	$E_K / \text{keV}$	HB / pm	HE	$\Delta E_{FWHM} / \text{eV}$	$A$
$K_\alpha$	8.05	14.99		165.76	48.56
$K_\beta$	8.92	3.24		205.74	43.36

**Tabelle 1:** Darstellung der Energien am Peak  $E_K$  mit den zugehörigen Halbwertsbreiten HB, den Halbwertsenergien HE und dem Auflösungsvermögen  $A$

### 3.2 Abschirmzahl

Die Abschirmkonstanten  $\sigma$  ergeben sich über Gl. 9 mit  $E_{\text{abs}} = 8980 \text{ eV}$  und  $E_\alpha$  und  $E_\beta$  aus Tabelle 1 zu

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 3.32, \\ \sigma_2 &= 12.47, \\ \sigma_3 &= 22.7. \end{aligned}$$



### 3.3 Absorber

Nun werden die Absorber mit dem Material Brom, Zink, Rubidium, Gallium, Rubidium und Strontium zwischen den LiF-Kristall und den Geiger-Müller-Zähler gestellt. Die Materiale haben folgende Kenngrößen

	$Z$	$E_K^{Lit} / \text{keV}$	$\Theta_K^{Lit} / ^\circ$	$\sigma_K$
Zn	30	9.65	18.6	3.56
Ga	31	10.37	17.27	3.62
Br	35	13.47	13.20	3.85
Rb	37	15.20	11.70	3.95
Sr	38	16.10	11.00	4.01
Zr	40	17.99	9.6	4.11

**Tabelle 2:** Kenngrößen zu den verschiedenen Absorbermaterialien.[ref]

$Z$ : Ordnungszahl

$E_K^{Lit}$ : Literaturwert der K-Kante

$\Theta_K^{Lit}$ : Braggwinkel zu  $E_K^{Lit}$

$\sigma_K$ : Abschirmkonstante

#### 3.3.1 Brom

Über das Intensitätsmaximum  $I_K^{max}$  und das Intensitätsminimum  $I_K^{min}$  wird mit

$$I_K = I_K^{min} + \frac{I_K^{max} - I_K^{min}}{2} \quad (11)$$

die Mitte der K-Kante gewählt. Über den zugehörigen Winke  $\Theta$  kann nun mit Gl. 1 die Absorptionenergie  $E_{K,abs}$  der K-Kante ermittelt werden. Weitergehen folgt nach Gl. 6 die Abschirmkonstante  $\sigma_K$ .

Es ergibt sich:

	$\Theta / ^\circ$	$E_{K,abs} / \text{keV}$	$I_K^{min} / \frac{Imp}{s}$	$I_K^{max} / \frac{Imp}{s}$	$I_K / \frac{Imp}{s}$	$\sigma_K$
Brom	13.2	13.49	9.0	27.0	18.0	3.84
Zink	18.7	9.61	55.0	102.0	78.5	3.64
Gallium	17.375	10.34	66.0	121.0	93.5	3.70
Rubidium	11.8	15.06	12.0	64.0	38.0	4.11
Strontium	11.1	16.00	50.0	193.0	121.5	4.12
Zirkonium	9.95	17.83	112.0	282.0	197.0	4.28

**Tabelle 3:** Die Lage der Absorptionskante und Absorptionsenergie  $E_{K,abs}$  von Brom.

Sowie die zugehörigen Intensitäten  $I_K^{min}, I_K^{max}, I_K$  und die Abschirmkonstante  $\sigma$ .

## 4 Diskussion

## Literatur

- [1] Tu Dortmund. „Versuch V602: Röntgenemission und -absorption“. In: ().
- [2] „Halbwertsbreite“. In: (). URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Halbwertsbreite>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [5] TESS expert PHYWE. „Charakteristische Röntgenstrahlung von Kupfer“. In: (). URL: [http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn\\_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf](http://www.phywe-ru.com/index.php/fuseaction/download/lrn_file/versuchsanleitungen/P2540101/d/p2540101d.pdf).
- [6] „Röntgenstrahlung“. In: (). URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/R%C3%B6ntgenstrahlung>.

## 5 Anhang

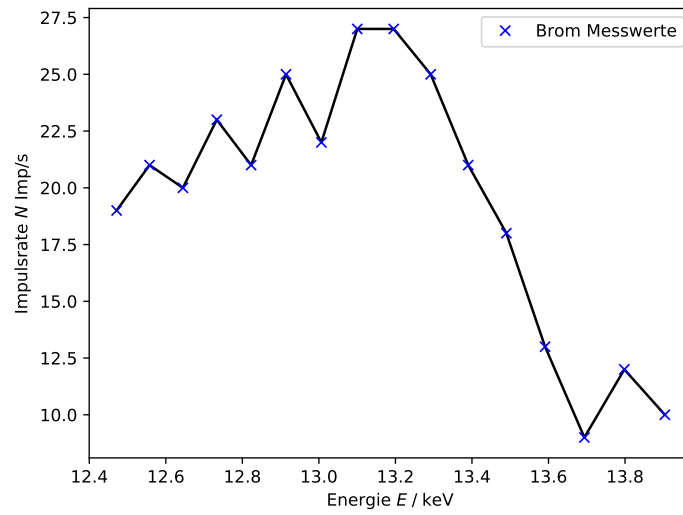


Abbildung 6

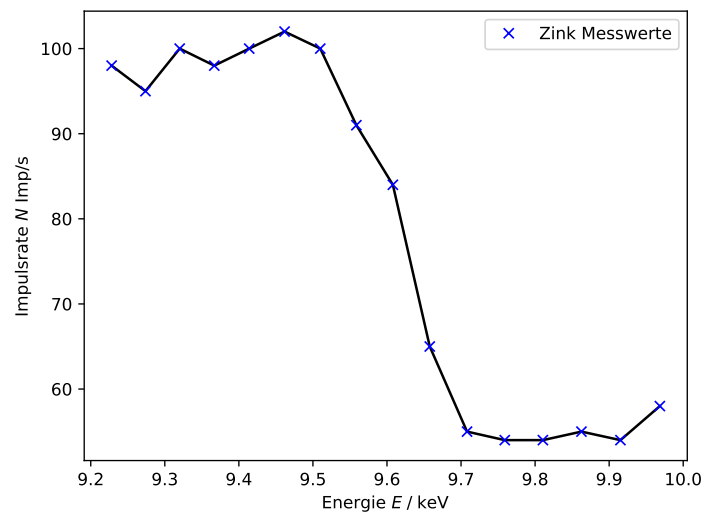


Abbildung 7

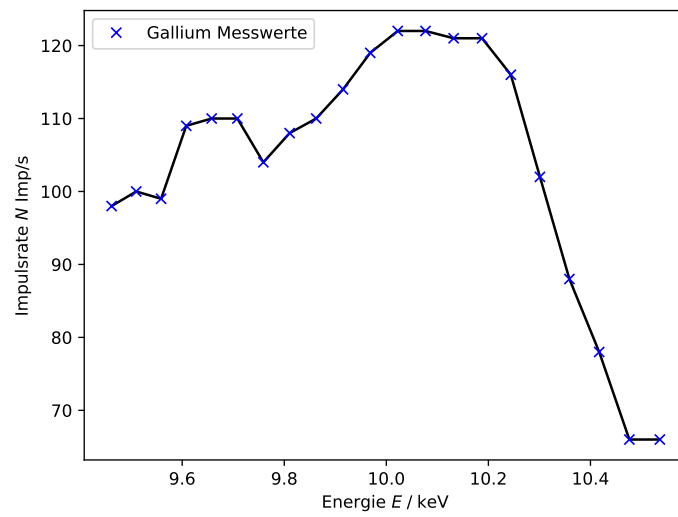


Abbildung 8

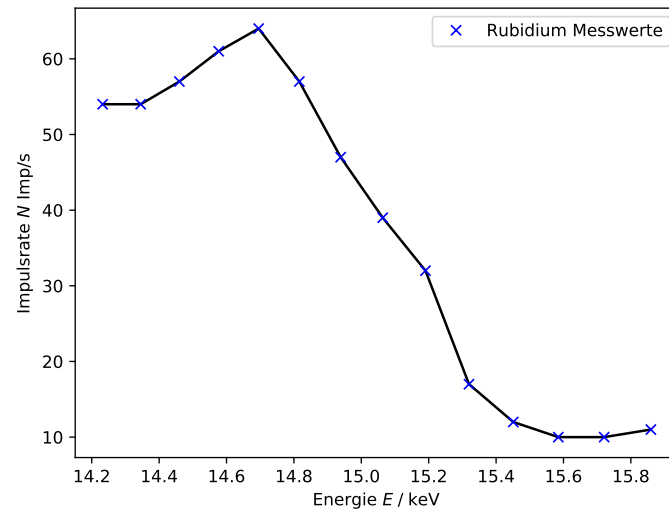


Abbildung 9

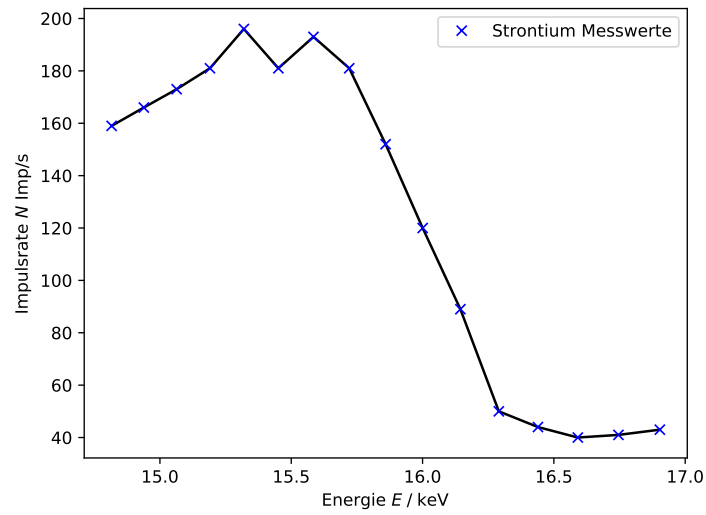


Abbildung 10

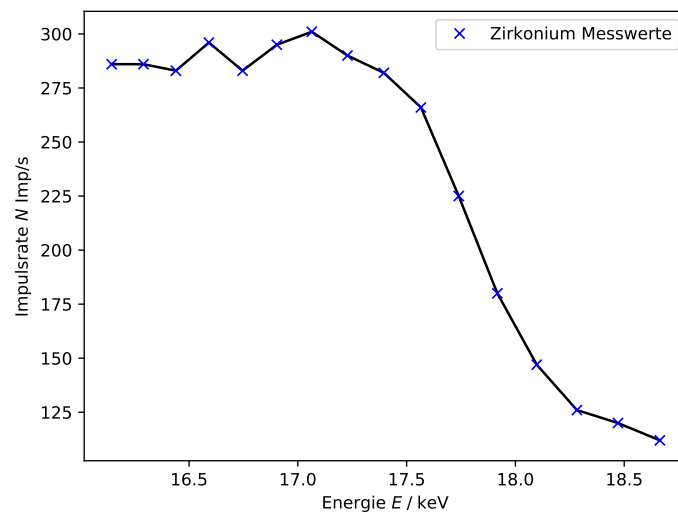


Abbildung 11