tarefa básica

PROPRIEDADE DAS MATRIZES

(1) $A = \begin{pmatrix} p & 2 & 2 \\ p & 4 & 4 \\ p & 4 & 1 \end{pmatrix} = -18 \qquad B = \begin{pmatrix} p & -1 & 2 \\ p & -2 & 4 \\ p & -2 & 1 \end{pmatrix}$ } fator comum

Podemos perceber que a segunda coluna das matrizes tem algo em comum. A matriz B compõe sua segunda coluna com os elementos da segunda coluna da matriz A, divididos por −2.

$$\frac{2}{-2} = -1 \quad , \quad \frac{4}{-2} = -2 \quad , \quad \frac{4}{-2} = -2$$

Seguindo essa lógica, basta dividir o determinante da matriz A por −2, obtendo o determinante da matriz B.

$$\det B = \frac{\det A}{-2}$$

$$\det B = \frac{-18}{-2} = 9 \rightarrow \text{alternativa E)}$$

(2) $\det A = -6 \qquad \det(2A) = x - 97$

ordem 4

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = -6 \quad (6 \cdot -1 \cdot 1 \cdot 1) \qquad 2A = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = -96 \quad (12 \cdot -2 \cdot 2 \cdot 2)$$

De acordo com a propriedade da matriz triangular, o determinante pode ser obtido pelo produto dos elementos da diagonal principal.

$$\det(-96) = x - 97$$

$$-96 + 97 = x$$

$$\boxed{x = 1} \rightarrow \text{alternativa C)}$$

S T Q Q S S D

___/___/___

(3) $x \div \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = 2 \rightarrow \begin{bmatrix} y & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{2}{x} \end{bmatrix} = \frac{2y}{x}$

$\cdot y$

matriz triangular superior

diagonal principal $= y \cdot 1 \cdot 2/x = \frac{2y}{x}$

$2 \cdot \frac{y}{x} = 2 \div \frac{x}{y} \rightarrow$ Alternativa C)

(4) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ k & k & k \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = 10 \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ k+4 & k+3 & k-1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = ?$

Propriedade da adição de determinantes

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ k & k & k \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ k+4 & k+3 & k-1 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$\rightarrow det = 10$ $\qquad \rightarrow det = ?$

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & -2 & 1 & 2 \end{array}\right) \rightarrow det = -13 - (-12)$$

$det = -1$

$0 - 4 - 8 = -12 \qquad -12 - 1 + 0 = -13$

$\rightarrow det = 10 + (-1)$

$det = 10 - 1$

$det = 9 \rightarrow$ alternativa C)

5) $\begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & -11 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ -3 & -7 & 2 \end{pmatrix} = 0 \\ \begin{matrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{matrix} \end{array}$

De acordo com a propriedade do anulamento do determinante, podemos observar que a primeira coluna dessa matriz é uma combinação linear das outras duas colunas ∴ coluna 1 = 2. coluna 3 + coluna 2

$$\begin{pmatrix} 1 & -11 & 6 \\ -2 & 4 & -3 \\ -3 & -7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} \to 2.6+(-11) = 12-11 = 1 \\ \to 2.(-3)+4 = -6+4 = -2 \\ \to 2.2+(-7) = 4-7 = -3 \end{array}\right\} \text{coluna 1.}$$

alternativa D)

6) $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & -3 & 9 \end{vmatrix} = 0$

De acordo com a propriedade do determinante de Vandermonde, podemos observar que:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2 & 2^2 \\ 1 & -3 & 3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x_a & x^2 \\ 1 & 2_b & 4 \\ 1 & -3_c & 9 \end{vmatrix}$$

$(b-a)(c-a)(c-b)$

$(2-x)(-3-x)(-3-2)$

$(-6-2x+3x+x^2)(-5)$

$(x^2+x-6).-5$

$-5x^2-5x+30 \div 5$

$-x^2-x+6$

$a=-1 \quad b=-1 \quad c=6$

$\Delta\ b^2-4.a.c$

$\Delta\ (-1)^2-4.-1.6$

$\Delta\ 1+24=25$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \frac{1 \pm 5}{-2}$

$x' = \frac{1-5}{-2} = 2$

$x'' = \frac{1+5}{-2} = -3$

$x = \{-3, 2\}$

7)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & -2 & 0 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

→ Propriedade da matriz triangular

$det = 1 . 2 . 1 . -2 . 3$

$det = -4 . 3$

$det = -12$

→ Alternativa D)