

# INTRODUÇÃO – DEFINIÇÃO DE GRAFOS

- Um grafo G = (V, A) é constituído de um conjunto de vértices e um conjunto de arestas que conectam pares de vértices.
- O grafo G pode ser direcionado, não direcionado, ponderado entre outras classificações.
- Um grafo pode ser representado por uma matriz de adjacências ou por uma lista de adjacências.
- Grafos são bastante úteis na computação, física, matemática e engenharia. Para problemas que vão desde a saída de um labirinto ao estudo de uma rede social.

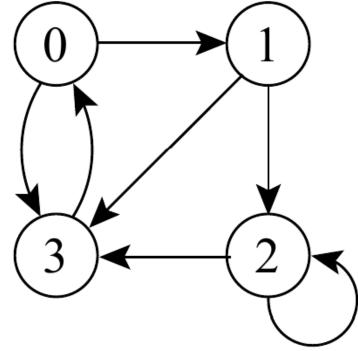


Figura 1: Exemplo de gráfico direcionado

#### BUSCA EM PROFUNDIDADE - DEPTH-FIRST SEARCH (DFS)

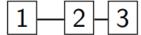
- A busca em profundidade (DFS) é um algoritmo para caminhar no grafo.
- Serve para encontrar a saída de um labirinto.
- A estratégia é buscar o mais profundo possível no grafo sempre que possível.
- As arestas são exploradas a partir do vértice *u* mais recentemente descoberto que ainda possui arestas não exploradas saindo dele.
- Quando todas as arestas adjacentes a *u* tiverem sido exploradas a busca anda para trás para explorar vértices que saem do vértice do qual *u* foi descoberto.

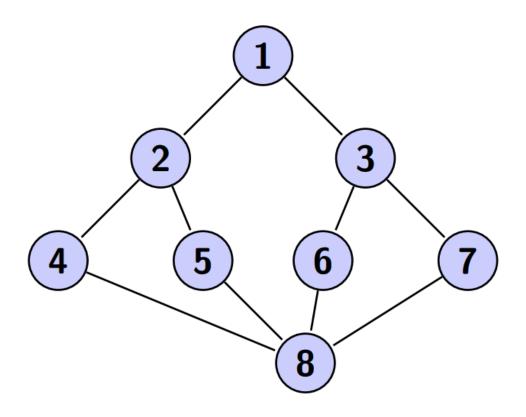
#### BUSCA EM PROFUNDIDADE - DEPTH-FIRST SEARCH (DFS)

- Para acompanhar o progresso do algoritmo cada vértice é colorido de branco, cinza ou preto.
- Todos os vértices são inicializados branco.
- Quando um vértice é descoberto pela primeira vez ele torna-se cinza, e é tornado preto quando sua lista de adjacentes tenha sido completamente examinada.
- Onde *u*. *d* representa quando o vértice é descoberto pela primeira vez. Colorindo de cinza.
- Enquanto u.f registra quando a busca termina de analisar a lista de adjacência. Colorindo de preto.

#### BUSCA EM PROFUNDIDADE - EXEMPLO

Listas de adjacências:





### PSEUDOCÓDIGO DO DFS

```
DFS(G)

1 for each vertex u \in G.V

2 u.color = WHITE

3 u.\pi = NIL

4 time = 0

5 for each vertex u \in G.V

6 if u.color == WHITE

7 DFS-VISIT(G, u)
```

```
DFS-VISIT(G, u)

1  time = time + 1  // white vertex u has just been discovered

2  u.d = time

3  u.color = GRAY

4  for each vertex v in G.Adj[u]  // explore each edge (u, v)

5  if v.color == WHITE

6  v.\pi = u

7  DFS-VISIT(G, v)

8  time = time + 1

9  u.f = time

10  u.color = BLACK  // blacken u; it is finished
```

### ANÁLISE DE COMPLEXIDADE DO DFS

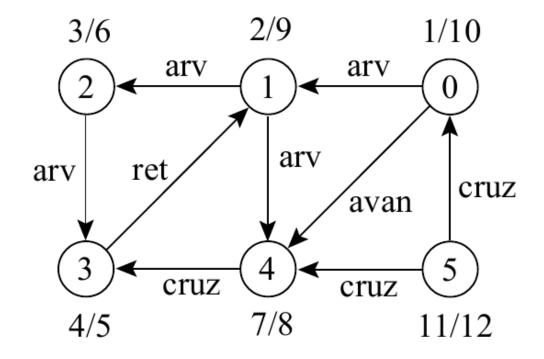
- Os loops das linhas 1-3 e 5-7 da DFS levam  $\Theta(|V|)$ .
- A função DFS-VISIT é chamada exatamente uma vez para cada vértice  $v \in V$  considerando que o vértice u seja branco.
- Quando a DFS-VISIT é chamada, ela altera a cor do vértice u para cinza.
- O loop nas linhas 4-7 do DFS-VISIT executam |Adj[u]| vezes.
  - Portanto:  $\sum_{u \in V} |Adj[u]| = \Theta(|A|)$
- O custo total portanto é  $\Theta(|V|) + \Theta(|A|) = \Theta(|V| + |A|)$ .

# CLASSIFICAÇÃO DE ARESTAS

- Arestas de árvores: são arestas de uma árvore de busca em profundidade. A aresta (u, v) é uma aresta de árvore se v foi descoberto pela primeira vez ao percorrer a aresta (u, v).
- Arestas de retorno: conectam um vértice *u* com um antecessor *v* em uma árvore de busca em profundidade (inclui self-loops).
- Arestas de avanço: não pertencem à árvore de busca em profundidade mas conectam um vértice a um descendente que pertence à árvore de busca em profundidade.
- Arestas de cruzamento: podem conectar vértices na mesma árvore de busca em profundidade, ou em duas árvores diferentes.

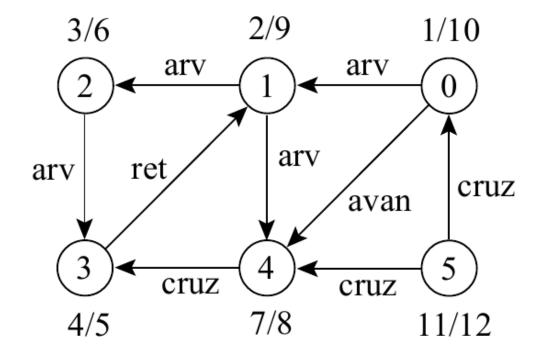
# CLASSIFICAÇÃO DE ARESTAS - COLORAÇÃO

- Na busca em profundidade cada aresta pode ser classificada pela cor do vértice que é alcançado pela primeira vez
- Branco indica uma aresta da árvore;
- Cinza indica uma aresta de retorno;
- Preto indica uma aresta de avanço quando u é descoberto antes de v ou uma aresta de cruzamento caso contrário.



# CLASSIFICAÇÃO DE ARESTAS - COLORAÇÃO

- Na busca em profundidade cada aresta pode ser classificada pela cor do vértice que é alcançado pela primeira vez
- Branco indica uma aresta da árvore;
- Cinza indica uma aresta de retorno;
- Preto indica uma aresta de avanço quando u é descoberto antes de v ou uma aresta de cruzamento caso contrário.



#### REFERÊNCIAS

- CORMEN, Thomas et al. Algoritmos -Teoria e Prática (3ª edição). **Editora Campus**, 2012.
- ZIVIANI, N. Projeto de Algoritmos: com implementações em Pascal e C, 2ª edição, Cengage Learning, 2009.
- https://www.ic.unicamp.br/~rocha/teaching/2014s1/mc202/aulas/aula-grafos.pdf
- GGI026 Grafos Busca em largura e profundidade (ufu.br)



# OBRIGADO