

---

# **em Documentation**

***Release 0.1a1***

**Marcell Marosvolgyi**

April 04, 2018



## CONTENTS

<b>1</b>	<b>College Elektrische en Magnetische velden</b>	<b>3</b>
1.1	Elektrische velden . . . . .	3
1.2	Elektrisch veld van verschillende symmetrische ladingsverdelingen . . . . .	5
1.3	Potentiaal . . . . .	6
1.4	Capaciteit . . . . .	9
1.5	Magnetische velden . . . . .	14
1.6	Magnetisch veld van verschillende symmetrische stroomverdelingen . . . . .	20
1.7	Magnetische materialen, hysteresis . . . . .	20
1.8	Inductie . . . . .	22
1.9	Wederzijdse inductie en zelfinductie . . . . .	23
1.10	Energie inductor. . . . .	25
<b>2</b>	<b>Software</b>	<b>27</b>
2.1	EM module . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Indices and tables</b>	<b>31</b>
<b>4</b>	<b>Bronnen</b>	<b>33</b>
	<b>Python Module Index</b>	<b>35</b>
	<b>Index</b>	<b>37</b>



W.I.P.



## COLLEGE ELEKTRISCHE EN MAGNETISCHE VELDEN

## Elektrische velden

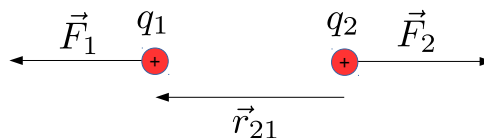
## Krachtveld van ladingen en elektrisch veld

Begrippen: Elektrische kracht, elektrisch veld, vector, scalar, lading, permittiviteit.

Elektrische kracht ten gevolge van twee ladingen  $q_1$  en  $q_2$  op lading  $q_1$ .

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|r_{21}|^2} \hat{r}_{21}$$

(Wet van Coulomb)



Hierbij heeft  $\hat{r}_{12}$  de richting van  $\vec{r}_{12}$  maar de lengte is precies 1.  $|\vec{r}_{12}|$  is de lengte van vector  $\vec{r}_{12}$ .

Eenheid: Newton

## Elektrisch veld

als **vector**:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

en de grootte (als **scalar**):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Eenheid: Newton/coulomb of Volt/meter

Kracht op een testlading  $q$  in een elektrisch veld:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

## Superpositie

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

### Een voorbeeld:

Stel we hebben twee ladingen  $q_1$  en  $q_2$  die even groot zijn ( $q_1 = q_2 = q = 1\text{nC}$ ).  $q_1$  bevindt zich op  $(-1\text{m}, 0\text{m})$  en  $q_2$  op  $(+1\text{m}, 0\text{m})$ . Bereken het elektrische veld in de oorsprong  $(0\text{m}, 0\text{m})$ . (Grootte en richting).

Uitwerking:

We hebben een veld ten gevolge van de ‘linker’ lading en ten gevolge van de ‘rechter’ lading. We gaan dus twee keer een veldsterkte bepalen (richting en grootte) en de resultaten optellen (superpositie).

We beginnen met de linker lading. De lading bevindt zich in het punt  $(-1, 0)$  en we willen de veldsterkte in  $(0, 0)$ . Dus het punt waar we het veld willen weten bevindt zich *rechts* van de lading. Afstand is dus 1m en de richting is naar rechts.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 \cdot 1\text{nC}}{r^2} \\ &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 1\text{nC}}{1\text{m}^2} \\ &= 9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \end{aligned}$$

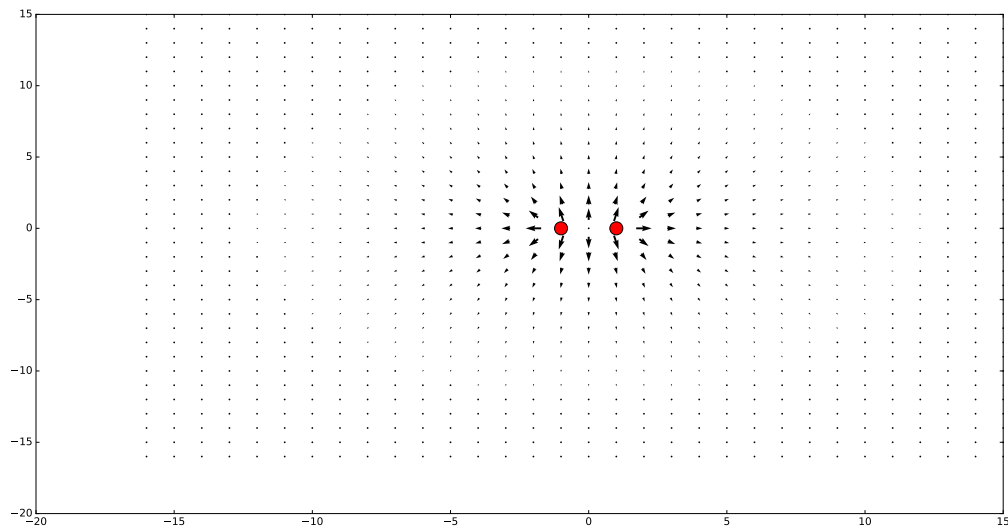
waarbij

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{+1\text{m}^2 + 0\text{m}^2} = 1\text{m}$$

We kunnen dit met de software narekenen:

```
>>> import em
>>> E = em.EField()
>>> E.add(-1, 0, 1e-9)
>>> E.add(1, 0, 1e-9)
>>> E_in_oorsprong = E.probe(0, 0)
>>> print (E_in_oorsprong)
norm:0.0, x=0.0, y=0.0
>>> E.plot()
>>> E.save('./pics/tweeladingvoorbeeld.pdf')
```





### Interpretatie van het resultaat

Als we een (positieve) testlading zouden plaatsen in de oorsprong,  $q_{\text{test}}$ , dan zouden de beide ladingen een even grote maar in richting tegenovergestelde kracht uitoefenen op de testlading. De krachten zouden elkaar dus opheffen.

## Elektrisch veld van verschillende symmetrische ladingsverdelingen

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \quad \text{puntlading}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \quad \text{buiten een bol } r > R$$

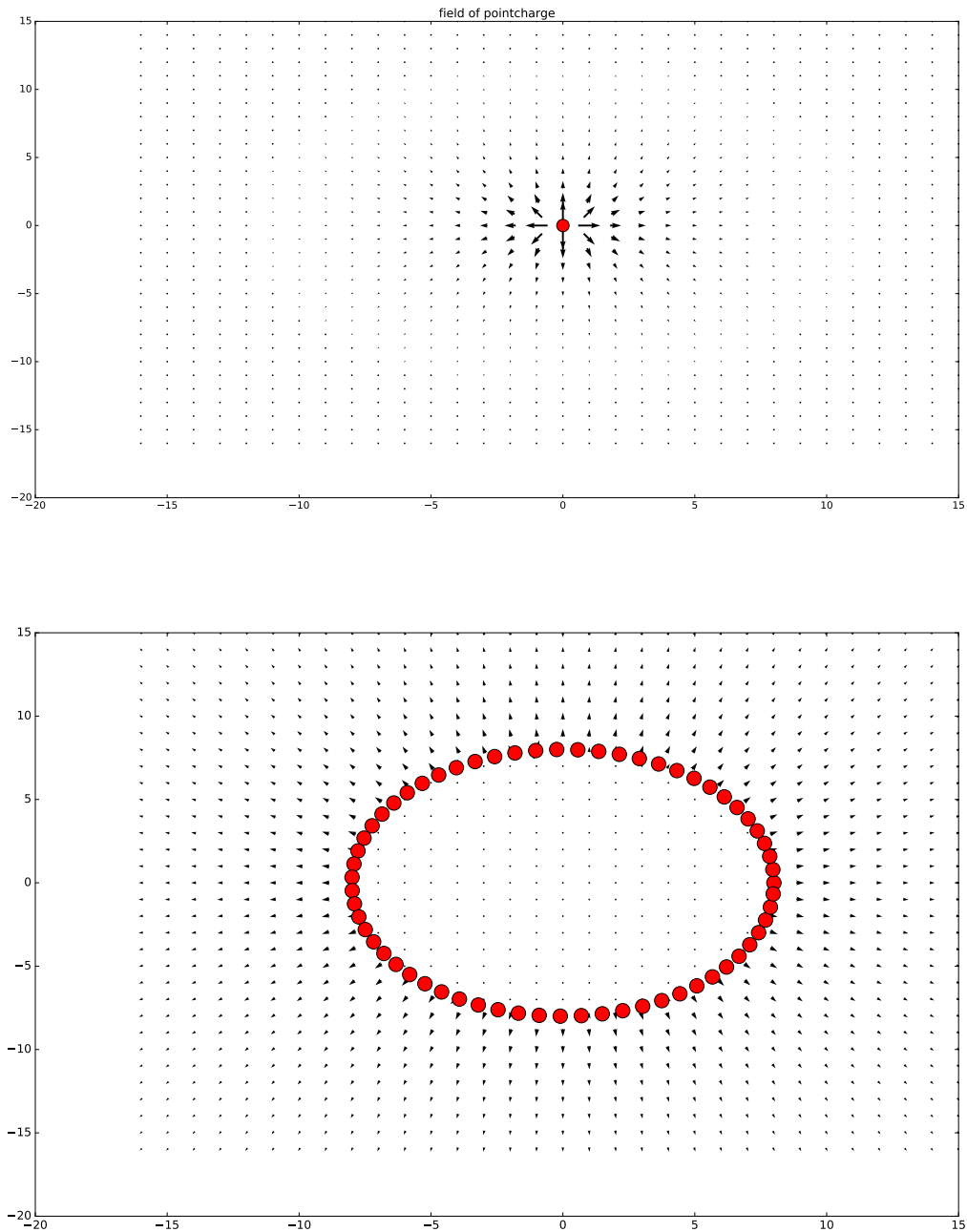
$$E = 0 \quad \text{binnen een bol } r < R$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \quad \text{lange geleider, ladingsdichtheid } \lambda$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{plaat, ladingsdichtheid } \sigma$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{tussen platen, ladingsdichtheid } \sigma$$

```
>>> import em
>>> E = em.EField()
>>> E.add(0,0,2e-9)
>>> E.plot()
>>> em.plt.title('field of pointcharge')
>>> E.save('./pics/point.pdf')
```



## Potentiaal

Termen: Elektrische potentiele energie[J], elektrische potentiaal[J/C] , elektrisch veld[V/m,N/C], elektrische kracht[F].

Als er een kracht  $\vec{F}$  werkt op een deeltje dat van  $a$  naar  $b$  beweegt, dan heeft de kracht een arbeid verricht

van

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Dit is algemeen genoteerd. Meer specifiek, als de kracht evenwijdig is aan de verplaatsing en constant, dan

$$W = F \cdot s$$

waarbij  $s$  de totale verplaatsing.

In het geval van een homogene elektrische potentiaal waarin we een testlading  $q_0$  verplaatsen over een afstand  $s$ , kunnen we schrijven:

$$W = q_0 \cdot E \cdot s$$

We kunnen op twee manieren interpreteren:

Het potentiaalverschil tussen  $a$  en  $b$  is gelijk aan de arbeid die de elektrische kracht verricht als een lading van  $a$  naar  $b$  verplaatst.

Het potentiaalverschil tussen  $a$  en  $b$  is gelijk aan arbeid die verricht moet worden om een lading van potentiaal  $U_a$  naar potentiaal  $U_b$  te verplaatsen.

Elektrische potentiaal definiëren we als de elektrische potentiele energie (Joule) per ladingseenheid.

$$V = \frac{E_{\text{pot}}}{q_0}$$

Om de verwarring te bevorderen:  $U$  wordt gebruikt voor elektrische potentiele energie maar ook voor elektrische potentiaal(denk aan elektrische netwerken).

## Elektrische potentiaal van een puntlading

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

Het elektrische veld vinden we door de afgeleide te nemen van de potentiaal. Dit ligt wat ingewikkelder dan dat we nu gaan behandelen,  $V$  is scalaire grootheid en  $\vec{E}$  is een vectoriele grootheid.

In het bovenstaande geval nemen we de afgeleide in de richting van de lijn tussen de puntlading en het punt waar we het veld willen bereken. In de richting van  $r$  dus.

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -E_r$$

(radieel elektrisch veld)

Algemener:

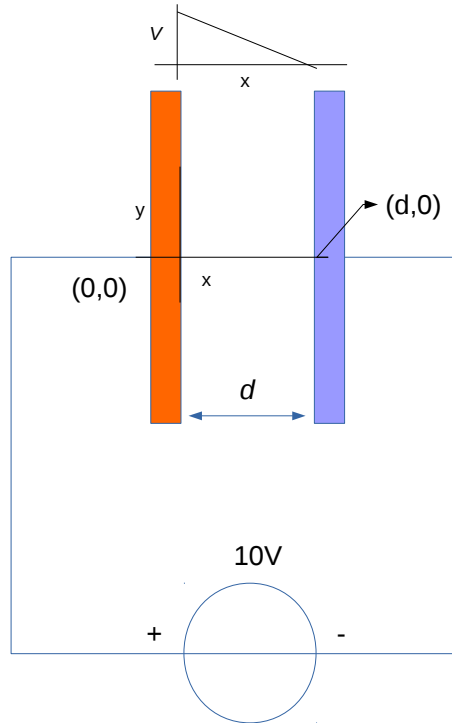
$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}$$

Zo kun je dus uit de scalaire potentiaal  $V$  de vectoriele  $\vec{E}$  verkrijgen:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial V}{\partial x} \\ -\frac{\partial V}{\partial y} \\ -\frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}$$

**voorbeeld**

Twee grote geleidende platen zijn evenwijdig aan elkaar opgesteld. Ze worden aangesloten op een spanningsbron met spanning  $V^*=10V$ . Afstand is 1mm. zie afbeelding.



We nemen aan dat de spanning in de y-richting en z-richting (loodrecht op het plaatje) constant is. Dus

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

Uit een meting blijkt dat de potentiaal tussen de platen als volgt van de waarde van  $x$  afhangt:

$$V(x) = -a \cdot x + 10$$

De oorsprong (0,0) ligt in de plaat die aan de positieve pool van de bron is verbonden. Waarbij  $a$  de richtingscoëfficiënt.

We kunnen nu  $E_x$  bepalen:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -E_x = \frac{\partial(-ax + 10)}{\partial x}$$

Dus  $E_x = a$ . Anders gezegd: Het elektrische veld is gelijk aan het hellingsgetal van de potentiaal tussen de platen. Het hellingsgetal heeft de eenheid Volt per meter. (je berekent  $\Delta V / \Delta x$ )

## Capaciteit

We kunnen het voorgaande ook andersom bekijken. We weten dat tussen evenwijdige geleidende geladen platen het elektrisch veld constant is en is gegeven door:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Hier is  $\sigma = \frac{Q}{A}$  de ladingsdichtheid.

Dus:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial x} &= E \\ &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ &= \frac{Q}{A\epsilon_0} \\ &= \text{constant!!} \end{aligned}$$

Omdat de afgeleide een constante is concluderen we de  $V$  van de vorm  $y = ax + b$  is; in dit geval:

$$V(x) = -\frac{Q}{A\epsilon_0} \cdot x + \text{offset}$$

Met dit resultaat kunnen we het spanningsverschil tussen de platen berekenen:

$$\begin{aligned} \Delta V &= V(0) - V(d) \\ &= -\frac{Q}{A\epsilon_0} \cdot 0 + \text{offset} - \left( -\frac{Q}{A\epsilon_0} \cdot d + \text{offset} \right) \\ &= \frac{Q}{A\epsilon_0} \cdot d \end{aligned}$$

Dit kunnen we herschrijven als:

$$\frac{Q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

Blijkbaar is de verhouding tussen de lading op de platen en de opgedrukte spanning constant. Het hangt af van de grootte en de afstand tussen de platen.

De constante noemen we capaciteit en de configuratie van de twee geleidende platen noemen we een (parallele plaat) condensator. De condensator heeft een capaciteit. En in dit geval is die capaciteit gelijk aan  $\frac{\epsilon_0 A}{d}$ .

Iedere configuratie van twee geleiders die zijn gescheiden door een isolator vormt een condensator.

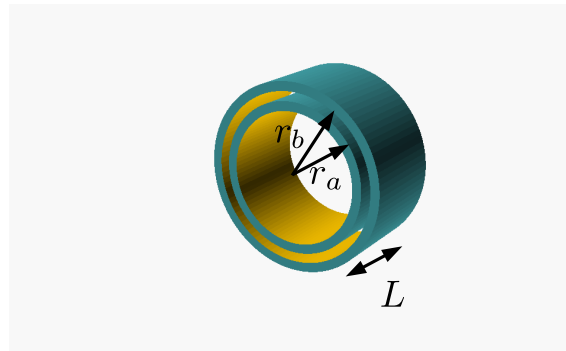
De eenheid van capaciteit is farad, F, C/V.

Condensatoren kunnen dus hele andere geometrieën hebben. De capaciteit heeft dan meestal een andere uitdrukking dan hierboven. Enkele voorbeelden, zonder afleiding:

Een coaxiale cilindrische condensator:

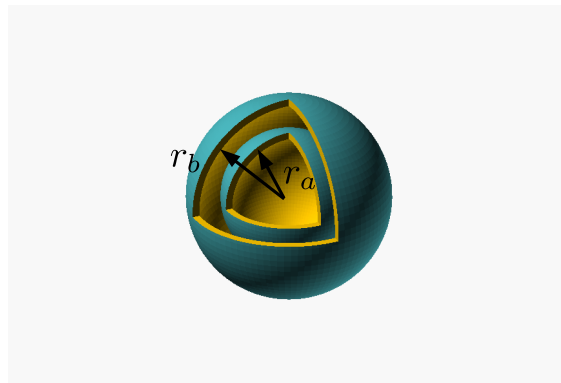
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{r_b}{r_a}}$$

Een voorbeeld hiervan is onbedoeld de coax kabel zoals we die in het lab gebruiken. Je kunt zelf nagaan dat deze een capaciteit heeft van ongeveer 100pF ( $100 \cdot 10^{-12}$  F) per meter. We spreken wel van parasitaire capaciteit.



Concentrische geladen bollen:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}$$

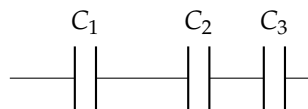


## Capaciteit in netwerken

Het symbool voor de condensator is:

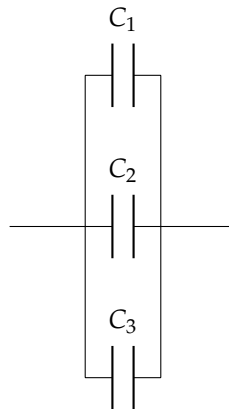


Serie:



$$\frac{1}{C_{\text{totaal}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Parallel:



$$C_{\text{totaal}} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

## Energie

Om een condensator te laden moeten we arbeid verrichten. Dit is de arbeid die nodig is om de lading op de geleiders te scheiden. Er is dan een krachtveld aanwezig in de condensator. Dit veld zal bij ontladen arbeid verrichten. De condensator is dus in staat om energie op te slaan.

Energie opgeslagen in een condensator:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

## Hoe komen we hieraan?

Hieronder volgt een schets. Dit is niet een accurate beschrijving maar bedoeld als opmaat naar wat later met integraalrekening exact behandeld wordt.

Stel we hebben een plaatcondensator. Ongeladen. We verplaatsen nu een negatieve lading  $-e$  van de linkerplaat naar de rechterplaat. Laten we zeggen, omdat er initieel nog geen veld is, hoeven we geen kracht uit te oefenen en kost de verplaatsing bij benadering geen arbeid.

Doordat er nu een positieve lading op de linkerplaat is en een negatieve op de rechterplaten is er een veld  $E = \frac{e}{\epsilon_0 A}$ . Als we nu nog een negatieve lading van links naar rechts verplaatsen, dan moet dat tegen de kracht  $eE$  in. Er moet dus arbeid verricht worden:  $eEd$ . Waarbij  $d$  de afstand is tussen de platen. Als we nu nog een negatieve lading verplaatsen dan moeten we tegen een kracht  $2eE$  in arbeid verrichten;  $2eEd$ .

Als we zo doorgaan dan krijgen we een reeks:

$$W = eEd + 2eEd + 3eEd + 4eEd + \dots \quad (1.1)$$

$$= (1 + 2 + 3 + 4 + \dots) eEd \quad (1.2)$$

$$(1.3)$$

Nu kun je schrijven:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

Zullen we hier verder niet bewijzen.

Dus de arbeid die we moeten verrichten om  $n$  ladingen te verplaatsen van de ene condensatorplaat naar de andere is

$$W = \frac{1}{2}n(n+1)eEd$$

Laten we nu zeggen dat de totale lading die verplaatst is gelijk is aan  $Q$ :

$$Q = ne$$

en dat de spanning tussen de platen nu gelijk is aan

$$V = nEd$$

en dat  $n$  **heel** groot is en  $e$  **heel** klein, dan kunnen we bij benadering zeggen dat  $n+1 \approx n$  dus krijgen we:

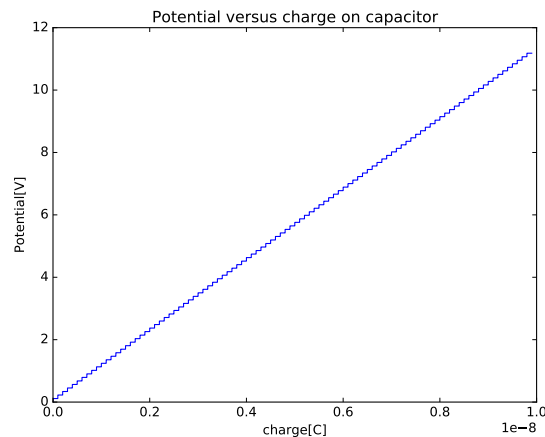
$$W \approx \frac{1}{2}n^2eEd \quad (1.4)$$

$$= \frac{1}{2}n \cdot n \cdot e \cdot Ed \quad (1.5)$$

$$= \frac{1}{2}n \cdot e \cdot n \cdot Ed \quad (1.6)$$

$$= \frac{1}{2}Q \cdot V \quad (1.7)$$

Hieronder volgt een grafische representatie van voorgaande. De totale arbeid is het oppervlak onder de grafiek.



Als de trapjes klein genoeg zijn dan is half keer lengte keer hoogte een goede benadering.

## Samenvattend

Capaciteit:  $C = \frac{Q}{V}$ .

Voor enkele geometrieën:

plaatcondensator	$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
cylindrische condensator	$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(\frac{r_b}{r_a})}$



## Dielectricum

Tot nu toe hebben we condensatoren besproken waarbij de isolatie uit lucht bestond. Het is ook mogelijk om andere (isolerende) materialen te plaatsen tussen de geleiders. We spreken van een dielectricum.

Er zijn verschillende praktische redenen waarom je dit zou doen:

1. Afstandhouder tussen de platen
2. Betere isolator. Als de spanning hoog genoeg wordt, verliest een isolator zijn isolerend vermogen en wordt het geleidend. De spanning waarbij dat gebeurt noemen we de doorslagspanning. Je kunt ervoor kiezen een dielectricum te nemen dat een hogere doorslagspanning heeft dan bijvoorbeeld lucht.
3. Hogere Capaciteit. Het plaatsen van isolatoren anders dan vacuum of lucht verandert de capaciteit.

$$\frac{C_{\text{spul}}}{C_{\text{vacuum}}} = \kappa$$

$\kappa$  is een constante en een eigenschap van het dielectricum. Wordt ook wel dielectrische constante genoemd of relatieve permittiviteit, en dan ook weergegeven met symbool  $\epsilon_r$ .

Voor de plaatcondensator kunnen we zeggen:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d}$$

$\epsilon_0$  is de laagstmogelijke permittiviteit en  $\epsilon_r \geq 1$ . De relatieve permittiviteit is de verhouding tussen capaciteiten en eenheidsloos.

### voorbeelden

#### voorbeeld 1

Piet heeft een tellie met een batterij van 4000mAh. De batterij heeft het begeven en Piet vindt het een goed idee om de batterij door een condensator te vervangen. Hij heeft immers geleerd bij EM dat een condensator energie kan opslaan.

$$C = \frac{2U}{V^2} \tag{1.8}$$

$$= 72 \text{kJ} / 25 \tag{1.9}$$

$$= 5760 \text{F} \tag{1.10}$$

Hij berekent aldus de capaciteit en krijgt dus als waarde bijna 6kF.

Na wat zoeken op internet komt hij tot de conclusie dat deze condensatoren vrij groot zijn.

Bekijk de tabel van energiedichtheden op internet: [https://en.wikipedia.org/wiki/Energy\\_density](https://en.wikipedia.org/wiki/Energy_density)

Een ander nadeel tov chemische batterijen is dat de spanning van een condensator afhankelijk is van de aanwezige lading, immers:

$$V = \frac{Q}{C}$$

Dus, tijdens gebruik zal de spanning gaan dalen. Dit is dus anders dan bij een batterij. Een batterij houdt de spanning redelijk constant gedurende de ontlading.

### voorbeeld 2

Een parallele plaatcondensator bestaat uit twee platen van 20cmx20cm die op een afstand van 0.1mm van elkaar zijn geplaatst. Er wordt een spanning van 10V op aangesloten.

1. Bereken de capaciteit.
2. Bereken de lading op een van de platen.
3. Bereken de energie die is opgeslagen in de configuratie.

De condensator wordt ingedrukt. Hierdoor neemt de afstand tussen de platen af, deze wordt 0.05mm.

4. Bereken opnieuw de capaciteit.
5. Bereken opnieuw de lading op een van de platen.
6. Wat is er gebeurd met de rest?

De spanningsbron wordt losgekoppeld. De ruimte tussen de platen wordt gevuld met plastic.

7. Bereken de spanning over de platen.
8. Bereken de energie die is opgeslagen in de condensator.

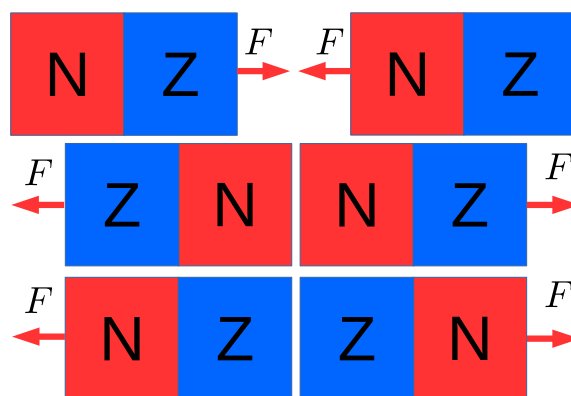
### Uitwerking

## Magnetische velden

### Magnetisme

Permanente magneten oefenen krachten op elkaar uit en ook op sommige niet gemagnetiseerde materialen zoals niet gemagnetiseerd ijzer.

De permanente magneten hebben een noordpool en een zuidpool. Noord- en zuidpolen stoten elkaar af, een noordpool en een zuidpool trekken elkaar aan.



Als een permanente magneet in tweeën wordt gesplitst dan ontstaan er twee nieuwe permanente magneten met ieder weer een noord- en zuidpool. De kleinere magneten zijn wel zwakker.

## Magnetisch veld

Een bewegende lading (referentiesysteem waarnemer!) of een stroom veroorzaakt een magnetisch veld in de ruimte om zich heen.

Een magnetisch veld oefent een kracht uit op een andere bewegende lading of stroom in de omgeving.

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

### Vergelijking met Elektrisch veld

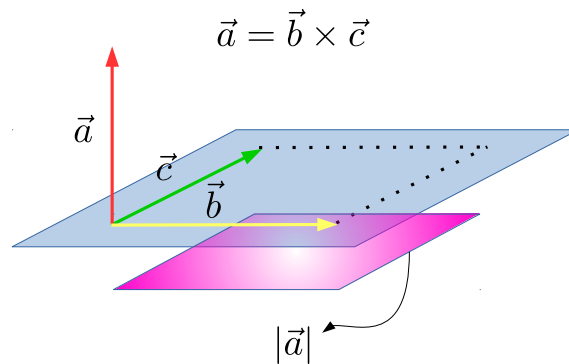
Elektrische lading	Elektrisch veld $\vec{E}$	kracht op andere lading $q$ , $\vec{F} = q\vec{E}$
Bewegende lading/stroom	Magnetisch veld $\vec{B}$	kracht op andere bewegende lading/stroom, $q\vec{v}$ , $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

### Wat betekent $\times$ ?

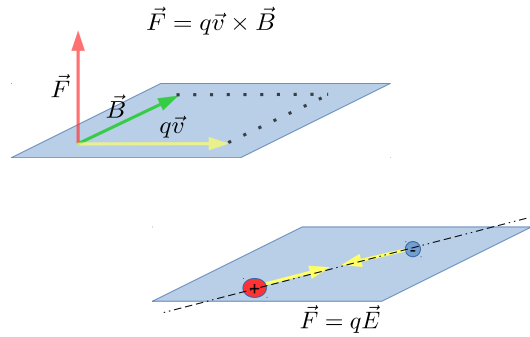
$\times$  is een symbool voor kruisproduct of vectorproduct  $\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}$ . Het resultaat (het product  $\vec{a}$ ) van de termen  $\vec{b}$  en  $\vec{c}$  is een vector die loodrecht staat op het vlak waar  $\vec{b}$  en  $\vec{c}$  in liggen. Dit is dus de **richting** op het teken na. De grootte kunnen we geometrisch zien als het oppervlak van het parallelogram dat  $\vec{b}$  en  $\vec{c}$  opspannen. Belangrijk om hier te begrijpen is:

Als  $\vec{b}$  en  $\vec{c}$  loodrecht dan is de grootte dus  $|\vec{b}| |\vec{c}|$ . Dus de lengte van  $\vec{b}$  maal de lengte van  $\vec{c}$ . Lengte keer breedte is oppervlak. Als  $\vec{b}$  en  $\vec{c}$  evenwijdig zijn, dan is het oppervlak 0!

Dus als een lading evenwijdig beweegt aan het magnetisch veld, dan werkt er **geen** kracht op die lading ten gevolge van het veld.



Dit is dus anders dan bij het elektrische veld waarbij de kracht evenwijdig is aan het veld!



## Bronnen van magnetisch veld

Eenvoudig: een puntlading  $q$  die met een constante snelheid  $\vec{v}$  beweegt.

$\vec{B}$  blijkt evenredig met  $|q|$  en  $\frac{1}{r^2}$ . **Maar** de richting in een punt is niet langs de lijn tussen bron en dat punt in de ruimte. De richting is loodrecht op het vlak waar deze lijn de snelheidsvector in liggen.

De lengte van de vector is gegeven door:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q| v \sin \phi}{r^2} \quad (1.11)$$

Hierbij is  $\phi$  de hoek tussen lijn en snelheid.

Net als bij elektrische velden is er een principe van superpositie:

Het totale magnetische veld dat veroorzaakt wordt door enkele bewegende ladingen is de vectorsom van de velden veroorzaakt door de individuele ladingen.

## Magneetveld lange rechte draad

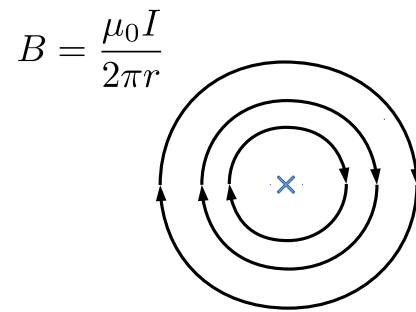
Dichtbij een lange rechte draad geldt:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

waarbij:  $I$  de stroom,  $r$  de afstand tot de geleider(draad).

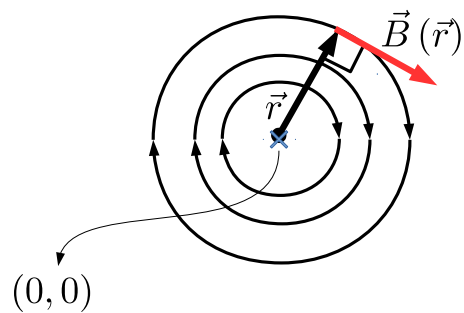
Stel een lange rechte draad staat loodrecht op het blad. Er loopt een stroom door, richting het blad *in*. Dit geven we aan met een kruisje. Een stip geeft een stroom aan die 'het blad uit komt'.

Hieronder is zijn magnetische veldlijnen geschetst.



Merk op dat verder weg van de draad de afstand tussen de veldlijnen groter wordt. Het veld wordt zwakker, dat is die  $\frac{1}{r}$  in de formule voor  $B$ .

Bekijken we het magnetisch veld als vector en nemen we aan dat de draad zich in de oorsprong bevindt, dan zien we hier dat de veldvector loodrecht staat op de positievector.



$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{H}$$

De eenheid van  $\vec{B}$  is Tesla(T).

## Magneetveld lange solenoïde

$$B = \mu_0 n I$$

waarbij  $n$  het aantal windingen in een lengte  $L$ .

Dit geldt in het midden (binnen de windingen). Het externe veld (buiten de windingen) is erg klein in het midden.

## Kracht twee lange rechte evenwijdige draden

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

waarbij:  $\ell$  lengte van stuk draad waarop we de kracht willen weten,  $I$  stroom draad 1,  $I'$  stroom draad 2 en  $r$  afstand tussen de draden.

Deze formule komt van de toepassing van de formule voor  $B$  voor een lange rechte draad en  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . Maar hier loopt een stroom, en dat is net iets anders dan een geladen deeltje met snelheid, dus de laatste formule wordt:

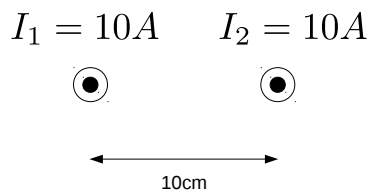
$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} \quad (1.12)$$

$I$  is de stroom en  $\vec{L}$  is een vector in de richting van de stroom door de geleider en heeft de lengte  $L$  waarop de kracht werkt.

voorbeeld:

Er zijn twee lange rechte draden die evenwijdig aan elkaar lopen. Staan loodrecht op dit blad.

Bereken de kracht tussen de draden die werkt langs 1 meter draad in onderstaande figuur en geef de richting aan.



uitwerking:

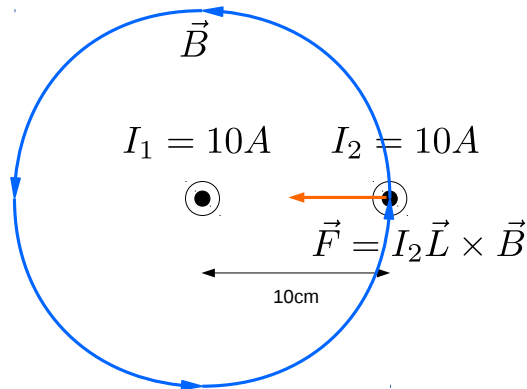
Invullen in de formule voor kracht op twee lange rechte evenwijdige draden:

$$\frac{F}{1\text{m}} = \frac{\mu_0 \cdot 10A \cdot 10A}{2\pi 0.1\text{m}} \quad (1.13)$$

$$= \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 100A^2}{2\pi 0.1\text{m}} \quad (1.14)$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 100}{0.1} \quad (1.15)$$

$$= 2 \cdot 10^{-4} \text{N per meter} \quad (1.16)$$



We gebruiken hier dus  $q\vec{v} \times \vec{B}$  of  $(I\vec{L} \times \vec{B})$  als kurkentrekkerregel om de richting van de kracht te bepalen.

### Eigenschappen magnetische en elektrische veldlijnen, vgl.

Magnetische veldlijnen **omcirkelen** hun bron (bewegende lading of stroom).

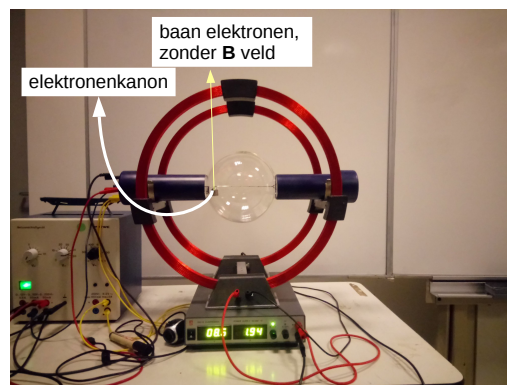
Elektrische veldlijnen **verspreiden** zich vanuit hun bron (verdeling van elektrische lading) of komen er samen.

Magnetische veldlijnen vormen lussen en hebben **nooit** eindpunten.

Elektrische veldlijnen beginnen (of eindigen) bij hun bron.

### Thomson $\frac{e}{m}$ experiment

Met behulp van een elektronenkanon versnellen we elektronen zodat ze met zekere snelheid een rechte weg volgen in een (bijna) vacuumbuis. Vervolgens maken we een homogeen magneetveld dat loodrecht op de snelheid van de elektronen staat met behulp van Helmholtz spoelen. (z afb.).



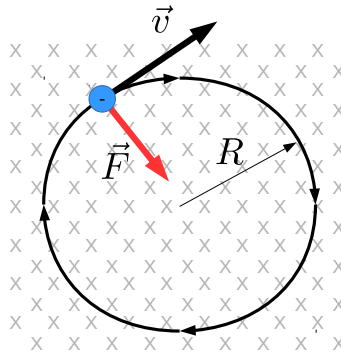
Uit  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  volgt dat de kracht loodrecht staat op de snelheid. De magnetische kracht verricht dus geen arbeid op het deeltje!

In deze situatie is er een constante kracht die altijd loodrecht op de snelheid van de elektronen staat. De

elektronen gaan komen dan in een cirkelvormige baan.

$$F = |q| v B = \frac{mv^2}{R}$$

waarbij  $\frac{mv^2}{r}$  de middelpuntzoekende kracht.



## Magnetisch veld van verschillende symmetrische stroomverdelingen

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	lange, rechte geleider
$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$	Lus met straal $a$ , op de as
$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$	Lus met straal $a$ , middelpunt
$B = \mu_0 n I$ met $n = \frac{N}{L}$	Lange solenoïde

## Magnetische materialen, hysteresis

### Magnetisatie

Hysteresis: achterblijven.

Lees ook b.v.: <https://nl.wikipedia.org/wiki/Magnetisatie>

Hoefmagneet, ijskastmagneet, kompasnaalden, de Noordpool, etc.

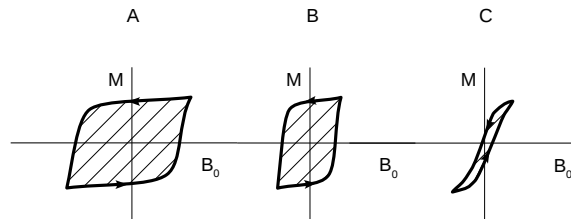
Ook in magneten wordt het magnetische veld door bewegende lading veroorzaakt. In een permanente magneet zoals bijvoorbeeld een ijskastmagneet of de permanente magneet in een luidspreker wordt het magneetveld veroorzaakt door elektronen die in banen om atoomkernen bewegen en elektronen die om hun as 'spinnen'. **Let wel:** We doen nu alsof elektronen om hun as spinnen voor de voorstelling, maar eigenlijk is het een intrinsiek impulsmoment (quantummechanica). Dit is geen toetsstof!

Normaal zijn de richtingen van de 'assen' willekeurig waardoor er geen netto magnetisch veld waarneembaar is van een afstand. Onder invloed van een extern veld richten deze spinnende elektronen zich echter. ('as' evenwijdig met extern veld.) Hierdoor ontstaat een netto veld en we spreken van magnetisch gepolariseerd of gemagnetiseerd.



Er zijn o.a. paramagenten, diamagneten en ferromagneten. Ferromagneten behouden wat magnetisatie na het verwijderen van een extern veld. De magnetisatie is niet bepaald door het momentane veld maar door de magnetische historie van het object.

## Magnetisatie, ferromagneten



Bedenk toepassingen.

Voorbeelden:

Materiaal A behoudt zijn magnetisatie heel goed na het verwijderen van het externe veld, maar er moet moeite gedaan om het te demagnetiseren. Erg goed dus voor permanente magneten!

Materiaal C is bijna lineair, goed dus voor toepassingen waar je de permeabiliteit wilt verhogen; (zelf)inductie.

Bedenkt zelf waarvoor je materiaal wilt dat makkelijk magnetiseerbaar is, maar ook relatief makkelijk demagnetiseerbaar (materiaal B).

## Inductie

Flux, Fluxregel, elektromotorische kracht.

### Faraday

Flux van  $\vec{B}$  door een lus. Eenheid Weber (Wb).

Algemeen:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} \quad (1.17)$$

Specifiek,  $\vec{B}$  constant op oppervlak  $A$  onder hoek  $\phi$ :

$$\Phi = BA \cos \phi \quad (1.18)$$

Waarbij  $B$  de lengte van vector  $B$  en  $\phi$  de hoek die het vlak met het veld maakt. (loodrecht,  $\phi = 0$ , evenwijdig,  $\phi = 90^\circ$ ).

fluxregel voor elektromotorische kracht:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

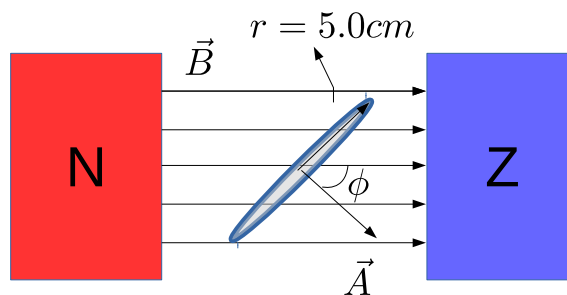
Eenheid: Volt.

### Voorbeeld

Een lus met een straal van 5.0cm is geplaatst tussen de polen van een grote electromagneet.

Het vlak van de lus maakt een hoek van 45 graden met het veld. Het veld is homogeen.

We gaan de veldsterkte laten toenemen met 0.1 T/s. Bereken de grootte en richting van de geïnduceerde elektromotorische kracht.



Uitwerking:

We gebruiken  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$ . Omdat het oppervlak niet loodrecht staat op het magnetisch veld maar een hoek maakt van  $45^\circ$  wordt de flux:  $BA \cos 45^\circ$

Er is verder geen beweging in de lus dus de afgeleide van de flux wordt:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BA \cos 45^\circ)}{dt} \quad (1.19)$$

$$= \frac{dB}{dt} A \cos 45^\circ \quad (1.20)$$

dus de EMK wordt:

$$\mathcal{E} = -\frac{dB}{dt} A \cos 45^\circ \quad (1.21)$$

Nu is  $\frac{dB}{dt}$  gegeven (0.1T/s) en  $A$  is het oppervlak van een cirkel met straal  $r = 5\text{cm}$  dus  $A = \pi \cdot r^2 = \pi (5.0 \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2$ .

We krijgen dus:  $-0.56\text{mV}$ . Voor de richting is het makkelijk om de wet van Lenz te gebruiken:

## Lenz

De richting van ieder magnetisch inductie effect is zodanig dat het de oorzaak van het effect tegenwerkt.

Met behulp van de rechterhandregel kunnen we dus vaststellen dat de stroom in de lus tegen de klok in loopt, gezien van de linkerkant.

## Voorbeeld

Stel nu in dezelfde opzet, dat  $\vec{B}$  constant is. Nu gaan we echter de hoek veranderen en wel door deze evenredig met de tijd te laten zijn.  $\phi = \phi(t) = \omega \cdot t = 2\pi f t$ .

We hebben dus een lus die draait in het veld en zo dus wederom een tijdsafhankelijke flux heeft. De oorzaak is nu niet een veranderend magneetveld maar de draaiing van de lus t.o.v. het veld.

Uitwerking:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1.22)$$

$$= -BA \frac{d \cos(\omega t)}{dt} \quad (1.23)$$

$$= BA\omega \sin(\omega t) \quad (1.24)$$

## Wederzijdse inductie en zelfinductie

Stel voor twee solenoiden 1 en 2. Een wisselstroom in solenoïde 1 veroorzaakt een wisselende flux door solenoïde 1 maar ook door solenoïde 2 en dus een EMK in solenoïde 2.

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{B2}}{dt}$$

We weten dat  $N_2\Phi_{B2} \propto i$ . Dus moet er een evenredigheidsconstante zijn:

$$N_2\Phi_{B2} = M_{21}i$$

en dus:

$$\mathcal{E} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}$$

We kunnen dezelfde redenering volgen waarbij de wisselstroom door solenoïde 2 gaat en de EMK in solenoïde 1 ontstaat. We noemen de evenredigheidsconstante dan  $M_{12}$ . Nu blijkt dat

$$M_{12} = M_{21}$$

We kunnen dan spreken van *de* wederkerige inductie  $M$ .

$$M = \frac{N_2 \Phi_{B2}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_{B1}}{i_2}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_2 &= -M \frac{di_1}{dt} \\ \mathcal{E}_1 &= -M \frac{di_2}{dt}\end{aligned}$$

Eenheid: Henry, Wb/A, Vs/A, Ohm s, J/A<sup>2</sup>

Voorbeeld:

lader el. tandenborstel.

Gerelateerd is is zelf geïnduceerde EMK. Een stroom in een circuit veroorzaakt een magnetische veld dat op zijn beurt weer een flux door het circuit veroorzaakt. Verandert de stroom, dan ook de flux. Zo ontstaat er een EMK. Deze werkt de verandering in stroom (de veroorzaker) tegen. (Lenz).

$$L = \frac{N\phi_B}{i}$$

en zo:

$$\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

Voorbeeld:

We hebben een toroidiale spoel (ringkern). Bereken de zelfinductie. Gegevens:  $N = 200$ ,  $A = 5.0\text{cm}^2$ ,  $r = 0.1\text{m}$

Het veld van zo een spoel is(inwendig):

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

Uitwerking:

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r}.$$

let wel: er is een kwadraat bij het aantal wikkelingen!!

en  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ .

invullen geeft:  $40\mu\text{H}$

Voorbeeld:

Laat een stroom oplopen van 0 naar 1 A in 1ms in bovenstaande (smoor)spoel. Bereken de EMK.

## kern

Als we in de spoel een ijzeren kern plaatsen met een permeabiliteit van  $\mu_r$  dan vernadert de uitdrukking voor  $B$ :

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r Ni}{2\pi r}$$

Beredeneer wat er met de zelfinductie gebeurt. In praktische toepassingen is het gedrag van de kern erg belangrijk. De geometrie en het aantal windingen is makkelijk te bepalen, maar de eigenschappen van het kernmateriaal zijn een ander verhaal! Fabrikant, datasheet etc..

## Energie inductor.

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$



## EM module

The em-module contains a field class (with derived  $\vec{B}$  and  $\vec{E}$  classes) which contains a model of a two-dimensional vector field. The vector field is calculated as a superposition of the fields generated by wires perpendicular to the sheet for the  $\vec{B}$  fields and point charges in the sheet for the  $\vec{E}$  fields.

The vectors are calculated at points on a grid. The grid parameters can be adjusted.

The actual value at *any* point can be retrieved by the command *probe*.

Contents:

**class** `em.BField`

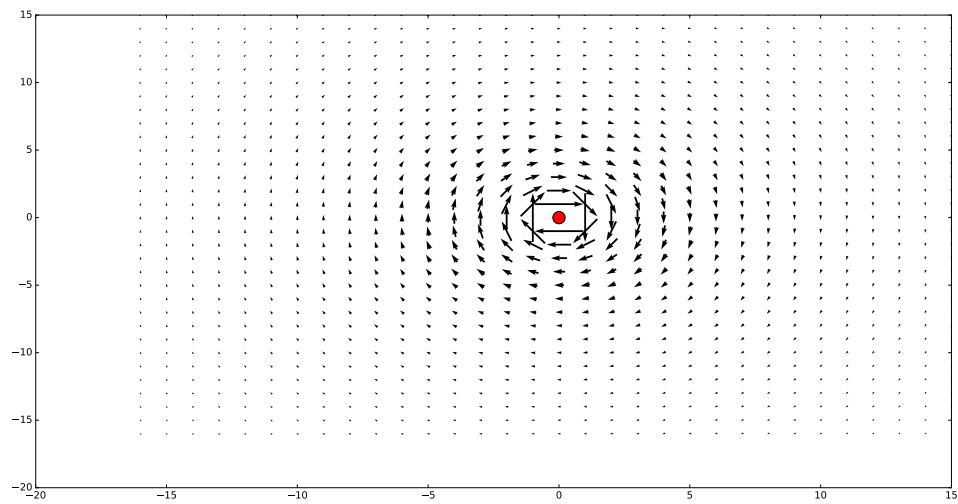
Calculate the Magnetic Field using wire elements.

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

We calculate  $\vec{B}$  as being perpendicular to  $\vec{r}$

Some examples:

```
>>> import em
>>> B = em.BField()
>>> B.add(0,0,1) #one Ampere into the sheet @ 0,0
>>> B.plot()
>>> B.save('./pics/oneWire.pdf')
```



**class** `em.EField`

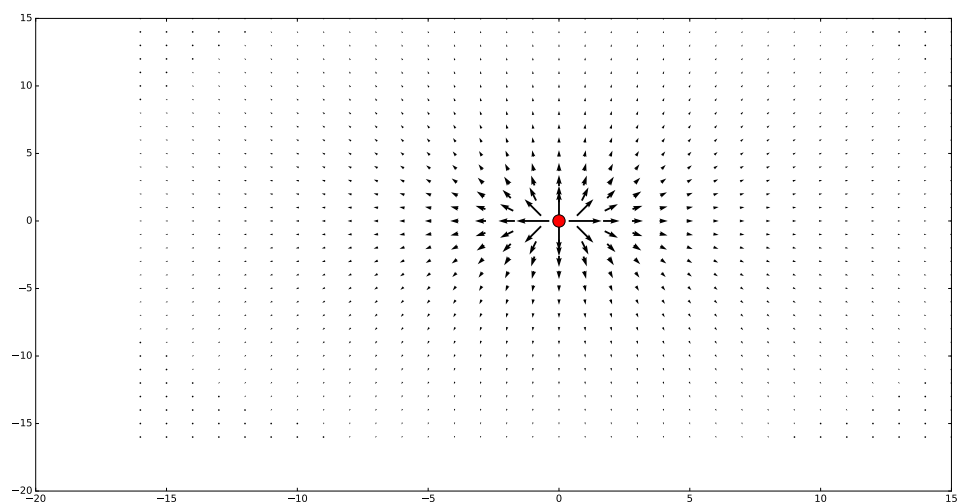
Calculate the Electric Field using point charges.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

We calculate  $\vec{E}$  as being parallel to  $\vec{r}$

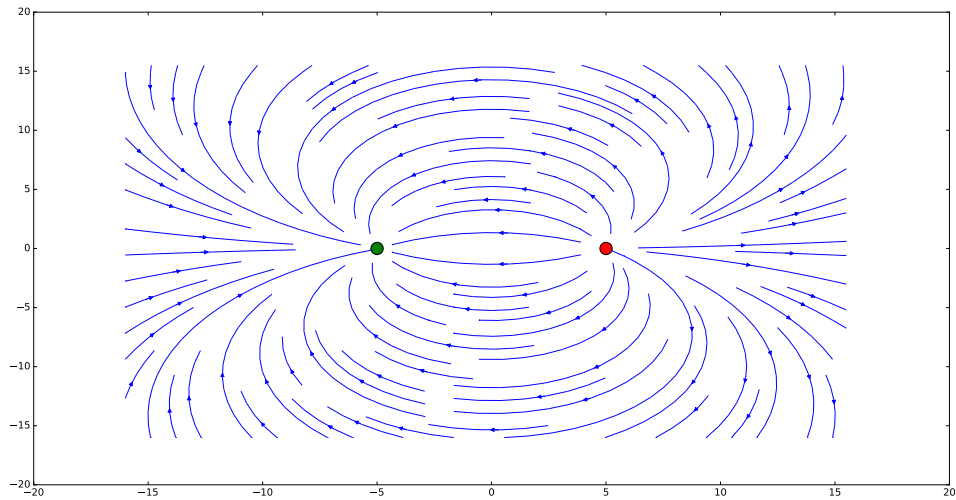
Some examples:

```
>>> import em
>>> E = em.EField()
>>> E.add(0,0,3e-9)
>>> E.plot()
>>> E.save('./pics/onecharge.pdf')
```





```
>>> import em
>>> E = em.EField()
>>> E.add(5,0,3e-9)
>>> E.add(-5,0,-3e-9)
>>> E.plot("line")
>>> E.save('./pics/twocharge.pdf')
```



#### class `em.Field`

The main field object, E and B are derived from this

Contains the meshgrid and plot functions

**plot** (<type>)

plot("vector"), plot("line"), plot("vetor and line")

**probe** (x0, y0)

Probe the field @ x0, y0. The result will be a vector and its norm.

```
>>> import em
>>> E = em.EField()
>>> E.add(0,0,3e-9)
>>> vector = E.probe(1,1)
>>> print (vector)
norm:19.0891833784, x=13.4980910142,y=13.4980910142
```

```
>>> import em
>>> B = em.BField()
>>> B.add(0,0,1) #one Ampere into the sheet @ 0,0
>>> vector = B.probe(1,1)
>>> print (vector)
norm:1.99985858864e-07, x=1.41411356944e-07,y=-1.41411356944e-07
```



## INDICES AND TABLES

- genindex
- modindex
- search



**BRONNEN**

- Sears & Zemansky's University Physics
- David J. Griffiths Introduction to Electrodynamics
- Feynman, Leighton, Sands The Feynman Lectures on Physics



**e**

em, [27](#)





**B**

BField (class in em), 3

**E**

EField (class in em), 4

em (module), 3

**F**

Field (class in em), 5

**P**

plot() (em.Field method), 5

probe() (em.Field method), 5