

Laboratório 2: Modulação e Multiplexação de sinais

Marcelo Bittencourt do Nascimento Filho
marcelo.bn@aluno.ifsc.edu.br

Relatório apresentado para a disciplina de Sistemas de Comunicação I do curso de Engenharia de Telecomunicações, Instituto Federal de Santa Catarina - Campus São José.

1 Introdução

A história da humanidade sempre esteve interligada com a evolução dos modos de comunicação. Desenhos, sinais de fumaça e cartas, por exemplo, foram tecnologias que surgiram e revolucionaram o cenário mundial em suas épocas. Nos tempos atuais, com o aprimoramento da engenharia e eletrônica, é possível se comunicar através de um sinal de rádio entre distâncias de milhares de quilômetros.

Para isto, foi necessário desenvolver técnicas de processamento de sinais que permitem o envio e o recebimento desses dados de forma confiável e inteligível. O presente trabalho, visa estudar duas das principais técnicas utilizadas no ramo das telecomunicações, sendo elas a modulação e a multiplexação. O objetivo da pesquisa é realizar simulações utilizando o *software Matlab* para se poder analisar graficamente e matematicamente esses processos.

A segunda seção deste documento abordará alguns temas importantes para o entendimento total da pesquisa. Na terceira seção será explicado detalhadamente todos os exercícios que foram utilizados como base para o laboratório e, por fim, na quarta seção serão relatadas as considerações finais do projeto. Todos os códigos desenvolvidos estão públicos para [download aqui](#).

2 Fundamentação Teórica

2.1 Modulação

O objetivo do processo de modulação é tornar possível a transmissão de sinais de baixa frequência. Sabe-se que o ouvido humano consegue detectar sons entre a faixa de 20 a 20kHz. Porém, não é viável transmitir sinais nessas frequências, pois, as antenas que irão operar nessa faixa terão dimensões extremamente grandes. Por exemplo, utilizando a equação $\lambda = \frac{c}{f}$, para transmitir um sinal de 8 kHz será necessário uma antena de aproximadamente 9,4 km, o que é impossível de se ter.

Desta forma, através de um sinal auxiliar de alta frequência denominado de portadora, realiza-se o deslocamento do sinal de baixa frequência para a frequência da portadora (sem perder as características do sinal) para tornar possível sua transmissão. Com o sinal deslocado, existem diversas formas de modular o sinal portadora ao sinal modulante sendo elas em amplitude, frequência e fase.

2.2 Demodulação

O processo de demodulação ocorre nos receptores do sinal modulado. Dependendo do tipo de modulação utilizada no emissor, haverá uma maneira específica de reconstruir o sinal modulante a partir do sinal modulado. Em alguns casos, a demodulação utiliza os mesmos conceitos que a modulação, porém, na ordem inversa e em certas ocasiões a reconstrução é tão simples que utilizando poucos circuitos eletrônicos se consegue a informação desejada.

2.3 Modulação em Amplitude (AM)

A modulação em amplitude resulta em um sinal modulado $s(t)$ definido pela adaptação da amplitude da onda portadora $c(t)$ pela variação linear do valor do sinal modulante $m(t)$ [1]. A equação característica do sinal modulado é a seguinte:

$$s(t) = A_c \cdot [1 + k_a \cdot A_m \cdot \cos(w_m t)] \cdot \cos(w_c t)$$

Sendo A_c a amplitude da onda portadora, A_m a amplitude da onda modulante e w_m e w_c as frequências dos sinais modulante e portadora respectivamente. O termo k_a é a sensibilidade à amplitude do modulador, assim, para não haver inversão de fase (conceito abordado nas próximas seções da pesquisa) no sinal modulado $|k_a \cdot m(t)| > 1$. Outro termo importante a ser estudado posteriormente é o fator modulante, definido como $\mu = k_a \cdot A_m$.

2.4 Modulação AM DSB

Este tipo de modulação em amplitude, denominado de DSB (Double Sideband) pois duplica a banda do sinal transmitido, tem por característica adicionar uma componente DC no sinal modulante para não ocorrer a inversão de fase durante o processo de modulação. A inversão de fase ocorre quando o sinal modulante altera de valores positivos para negativos (ou vice-versa), adicionando-se uma componente DC é possível fazer com que o sinal não tenha essa alteração e consequentemente não fará o sinal modulado inverter sua fase.

Por outro lado, ocorre a transmissão do sinal da portadora junto com o sinal modulado, fazendo com que se tenha um grande desperdício de potência no emissor. Porém, o seu processo de demodulação é muito básico, pois, toda a informação do sinal $m(t)$ se encontra na envoltória do sinal $s(t)$.

Abaixo está a demonstração matemática para esta modulação, sendo A_o a componente DC adicionada.

$$\begin{aligned}
 s(t) &= [A_o + m(t)] \cdot c(t) \\
 s(t) &= [A_o + A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)] \cdot A_c \cdot \cos(w_c \cdot t) \\
 s(t) &= A_o A_c \cdot \cos(w_c t) + A_m A_c \cdot \cos(w_m t) \cdot \cos(w_c t) \\
 s(t) &= A_o A_c \cdot \cos(w_c t) + \frac{A_m A_c}{2} \cdot [\cos((w_m - w_c)t) + \cos((w_m + w_c)t)] \\
 s(t) &= \frac{A_o A_c}{2} \cdot [e^{j(w_c)t} + e^{-j(w_c)t}] + \frac{A_m A_c}{4} \cdot [e^{j(w_m - w_c)t} + e^{-j(w_m - w_c)t} + e^{j(w_m + w_c)t} + e^{-j(w_m + w_c)t}]
 \end{aligned}$$

Como é possível visualizar na equação final, a componente do sinal portadora é transmitida, ocupando grande parte da potência do sinal enviado.

2.5 Modulação AM DSB/SC

A modulação AM DSB/SC (Double Sideband Suppressed Carrier) resolve o problema da transmissão da portadora junto com o sinal modulado imposto pela AM DSB, pois, no seu processo, não adiciona a componente DC no sinal $m(t)$. Porém, devido a inversão de fase que acaba acontecendo, torna o processo de demodulação um pouco mais complexo fazendo utilizar outros circuitos misturadores de sinais e filtros. Abaixo está demonstrado matematicamente o processo que ocorre entre os sinais:

$$\begin{aligned}
 s(t) &= m(t) \cdot c(t) \\
 s(t) &= A_m \cdot \cos(w_m \cdot t) \cdot A_c \cdot \cos(w_c \cdot t) \\
 s(t) &= A_m A_c \cdot \cos(w_m \cdot t) \cdot \cos(w_c \cdot t) \\
 s(t) &= \frac{A_m A_c}{2} \cdot [\cos((w_m - w_c)t) + \cos((w_m + w_c)t)] \\
 s(t) &= \frac{A_m A_c}{4} \cdot [e^{j(w_m - w_c)t} + e^{-j(w_m - w_c)t} + e^{j(w_m + w_c)t} + e^{-j(w_m + w_c)t}]
 \end{aligned}$$

Pela equação final, é possível perceber que na modulação AM DSB/SC gerará, no domínio da frequência, quatro impulsos localizados em $w_m - w_c$, $-w_m + w_c$, $w_m + w_c$ e $-w_m - w_c$. É importante destacar que, a componente do sinal portadora não é transmitida é por isso não aparece na equação, conforme o esperado.

2.6 Multiplexação por Divisão de Frequência (FDM)

O processo de multiplexação FDM consiste em transmitir em um mesmo canal diversos sinais contendo informações diferentes. Para isto, ocorre variados processos (que serão melhor detalhados adiante), dentre eles a modulação de cada um desses sinais por uma portadora diferente, com isso os sinais ocuparão frequências distintas na banda disponível e não irão se sobrepor uns aos outros.

3 Desenvolvimento

3.1 Questão 1

Esta questão, solicita inicialmente a demonstração dos processos de modulação **AM DSB** e **DSB/SC**. Para isto, foram gerados os sinais denominados de $m(t)$ e $c(t)$ correspondendo respectivamente ao sinal modulante e ao sinal portadora. Na Figura 1 estão demonstrados todos os gráficos referentes aos sinais no domínio do tempo gerados neste item da questão.

O primeiro gráfico (vermelho) representa o sinal modulante, sendo ele igual a $m(t) = 1 \cdot \cos(2\pi 1000t)$ e, o terceiro gráfico (verde) demonstra o sinal da portadora igual a $c(t) = 1 \cdot \cos(2\pi 10000t)$. É importante perceber que a frequência da portadora é muito maior do que a do sinal modulante, conforme o conceito de modulação.

Com isso, é possível visualizar no quarto gráfico (preto) o resultado da modulação **AM DSB/SC** entre os sinais $m(t)$ e $c(t)$. A operação que ocorreu entre os sinais foi de multiplicação e, fica evidente a inversão de fase que acontece no sinal modulado nos pontos que o sinal modulante altera de valores positivos para negativos (ou vice-versa).

Para a demonstração da modulação **AM DSB**, foi criado um sinal auxiliar sendo ele igual ao sinal $m(t)$ somado com a componente DC, denominada de A_0 . Esse sinal pode ser visualizado pelo segundo gráfico (amarelo), e nele é possível observar uma elevação no eixo da amplitude justamente para o mesmo não alterar entre valores positivos e negativos e, desta forma, não ocorrer inversão de fase no sinal modulado. Com isso, no quinto gráfico (azul) está demonstrado o resultado da modulação e, conforme o esperado, não está ocorrendo a inversão de fase. E portanto, a informação do sinal original se encontra simplesmente na envoltória do sinal $s(t)$.

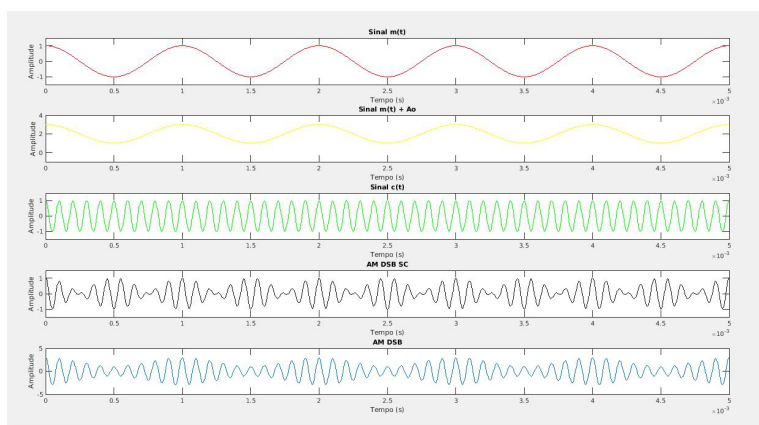


Figura 1. Sinais modulantes e modulados no domínio do tempo. Fonte: Autoria própria.

A análise no domínio da frequência para este item da questão também é muito importante, na Figura 2 é possível visualizar os gráficos nesse domínio utilizando a Transformada de Fourier (conceito já abordado no laboratório anterior). No primeiro gráfico (vermelho) pode-se observar o espectro de frequência do sinal modulante sendo ela em -1 e 1kHz, e o segundo gráfico (verde) demonstra o espectro do sinal portadora em -10 e 10kHz.

O terceiro gráfico (preto) representa o sinal modulado **AM DSB/SC**, nele é possível observar que surgiram quatro impulsos, de acordo com a equação descrita na seção 2.5. Neste caso a amplitude dos impulsos foi de 0.25V devido $A_m = A_c = 1$ e suas posições são em -9 e -11kHz, 9 e 11kHz.

Por fim, o quarto gráfico (azul) retrata o espectro de frequência do sinal modulado **AM DSB**. Seguindo a equação descrita na seção 2.4, pode-se observar que surgiram impulsos de amplitude 1V em -10k e 10kHz que representam as componentes do sinal portadora transmitidas e, impulsos de 0.25V em -9k e -11kHz, 9k e 11kHz. Desta forma, fica evidente que a maior parte da potência do sinal modulado pertence ao sinal portadora.

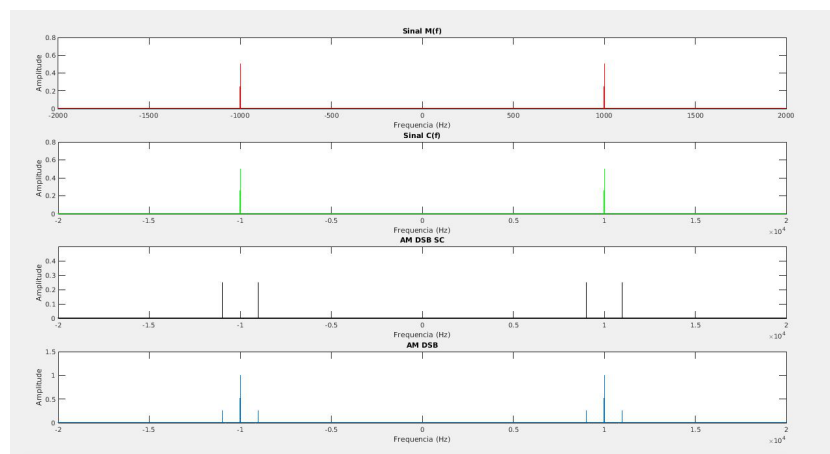


Figura 2. Sinais modulantes e modulados no domínio da frequência. Fonte: Autoria própria.

A próxima etapa da questão é realizar a demodulação **AM DSB/SC**, a Figura 3 exemplifica este processo. Diferentemente da modulação **AM DSB**, a informação do sinal modulante $m(t)$ não se encontra simplesmente na envoltória do sinal modulado $s(t)$ e, portanto, deve seguir os seguintes passos descritos na figura para se conseguir restituir a informação: No receptor, primeiramente realiza-se a multiplicação entre o sinal modulado e o sinal portadora (o mesmo sinal portadora utilizado no emissor) para retornar algumas frequências do sinal para baixas frequências. Após esta etapa se obtém o sinal $m_1(t)$ e, por fim, o

mesmo é passado por um filtro passa-baixa para selecionar apenas as frequências necessárias para se obter o sinal $m(t)$ novamente.

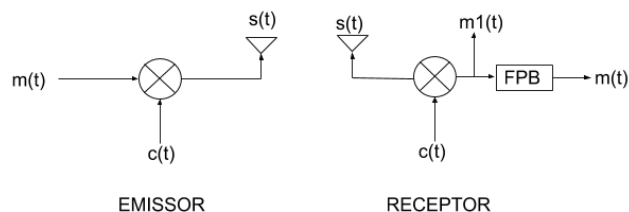


Figura 3. Processo de demodulação AM DSB/SC. Fonte: Autoria própria.

A Figura 4 demonstra todos os gráficos referentes a este item. Os gráficos em verde se referem ao sinal $m1(t)$, no primeiro é possível visualizá-lo no domínio tempo. E no segundo gráfico está retratado o sinal $m1(t)$ no domínio da frequência, tendo impulsos de 0.1V em -21k e -19kHz, 19k e 21kHz e impulsos de 0.2V (sobreposição de impulsos) em -1k e 1kHz devido a multiplicação com o sinal portadora no receptor.

O primeiro gráfico em vermelho retrata o sinal $m1(t)$ filtrado por um filtro passa-baixa com frequência de corte de 1.5kHz, fazendo com que se tenha o sinal $m(t)$ restaurado. No segundo gráfico em vermelho está retratado o sinal demodulado no domínio da frequência e, conforme o esperado, apresenta somente componentes em -1 e 1kHz.

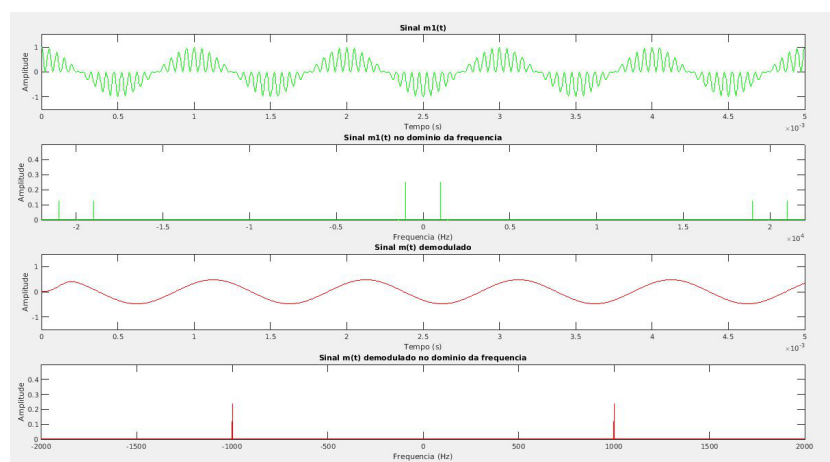


Figura 4. Sinais do processo de demodulação no domínio do tempo e da frequência. Fonte: Autoria própria.

Por fim, a etapa final dessa questão é variar o fator modulante na modulação **AM DSB** e analisar o resultado desta mudança. O fator modulante, também denominado de índice de modulação, é uma relação igual a $\mu = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}$, sendo A_{max} e A_{min} a amplitude máxima e mínima da envoltória do sinal modulado respectivamente.

Caso o valor do fator de modulação ultrapasse de 1, ocorrerá uma inversão de fase e não será mais possível reconstituir a informação do sinal modulado a partir de sua envoltória. A Figura 5 demonstra modulações com diferentes índices, sendo possível observar a inversão da fase no último gráfico quando $\mu = 1.5$.

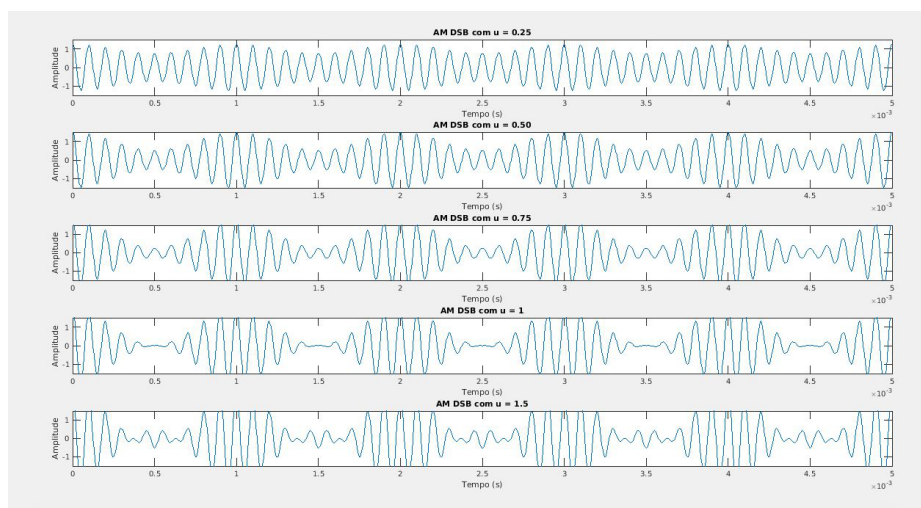


Figura 5. Modulação AM DSB com diferentes valores para o fator de modulação.
Fonte: Autoria própria.

3.2 Questão 2

O propósito desta questão é realizar o processo de multiplexação por divisão de frequência entre três sinais, sendo eles $A_m = \cos(2\pi 1000t)$, $B_m = \cos(2\pi 2000t)$, $C_m = \cos(2\pi 3000t)$. Suas respectivas portadoras são $A_c = \cos(2\pi 10000t)$, $B_c = \cos(2\pi 12000t)$, $C_c = \cos(2\pi 14000t)$. A multiplexação FDM pode ser dividida entre dois pontos, o emissor e o receptor sendo que cada um deles possuem algumas fase. A Figura 6 demonstra todos esses sinais no domínio do tempo e, a Figura 7 retrata os sinais no domínio da frequência.

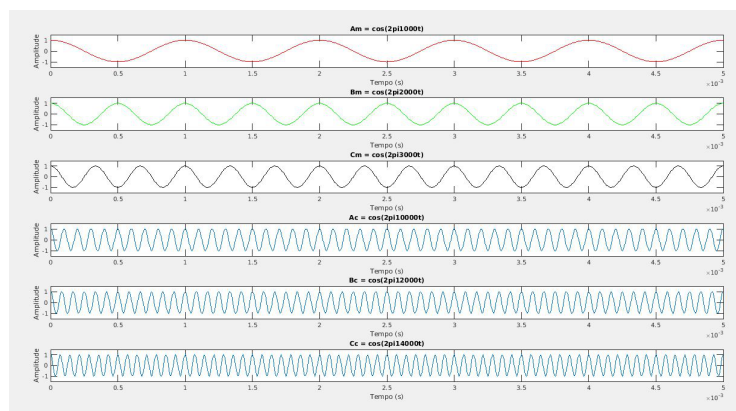


Figura 6. Sinais no domínio do tempo. Fonte: Autoria própria.

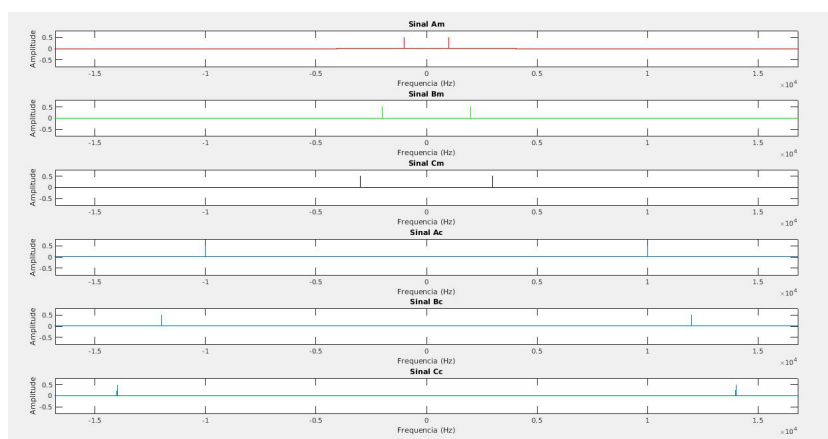


Figura 7. Sinais no domínio da frequência. Fonte: Autoria própria.

A seguir está o detalhamento deste processo:

Emissor: A **primeira** etapa no emissor é realizar a passagem de cada um dos sinais em filtros passa-baixa para retirar espúrias que afetarão a transmissão dos dados. Cada um dos sinais passou por um filtro diferente, o sinal Am por um filtro com frequência de corte de 1,5kHz, o sinal Bm por um com frequência de corte de 2,5kHz e o sinal Cm por um de 3,5kHz.

A **segunda** fase é realizar a modulação dos sinais com suas portadoras. Com isso, para o sinal Am haverá impulsos em 9kHz e 11kHz, para Bm em 10kHz e 12kHz e para o sinal Cm em 11kHz e 17kHz. É válido lembrar que para cada um desses pares há sua correspondência negativa.

Após esta operação, fica evidente que há uma sobreposição de espectro na frequência de 11kHz e, desta forma, é necessário realizar a **terceira** etapa. Nesta fase, ocorre uma filtragem passa-faixa em cada um dos sinais para selecionar apenas a banda lateral superior. Realizando este processo, o sinal Am terá apenas o impulso de 11kHz, o Bm em 12kHz e o Cm em 17kHz. Assim, o problema de sobreposição será resolvido, mantendo ainda a reconstrução dos sinais originais possível.

Por fim, a **quarta** etapa é simplesmente a multiplexação desses sinais filtrados. A Figura 8 demonstra o sinal multiplexado no domínio da frequência e do tempo.

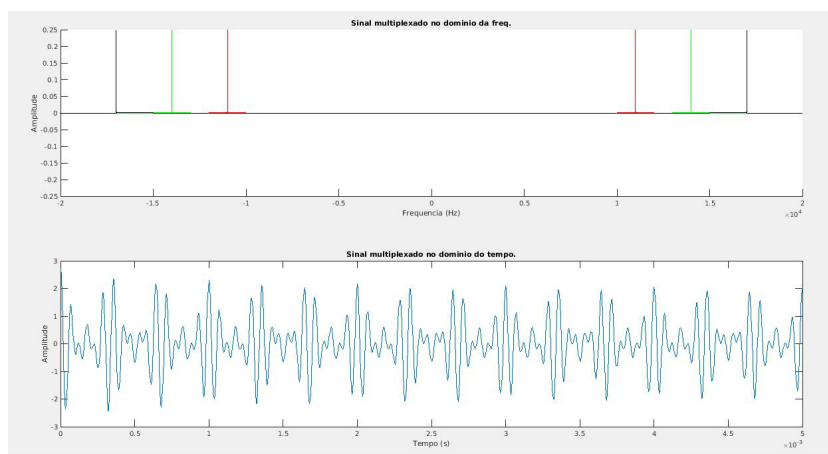


Figura 8. Sinal multiplexado no domínio da frequência e do tempo. Fonte: Autoria própria.

Receptor: Aqui, a **primeira** fase é passar o sinal recebido nos mesmos filtros passa-faixa desenvolvidos no emissor, para assim, se poder trabalhar com cada um dos sinais que o compõem separadamente. Com os sinais filtrados, a **segunda** etapa é realizar a demodulação dos sinais. No fim desta fase, o sinal Am terá componentes em 1kHz e 21kHz, o sinal Bm em 2kHz e 26kHz e o sinal Cm em 3kHz e 31kHz.

Por fim, a **terceira** fase é realizar a passagem desses sinais demodulados em filtros passa-baixa para selecionar apenas as frequências que interessam, ou seja, as frequências de 1kHz, 2kHz e 3kHz. A Figura 9 demonstra os sinais Am, Bm e Cm recuperados no receptor.

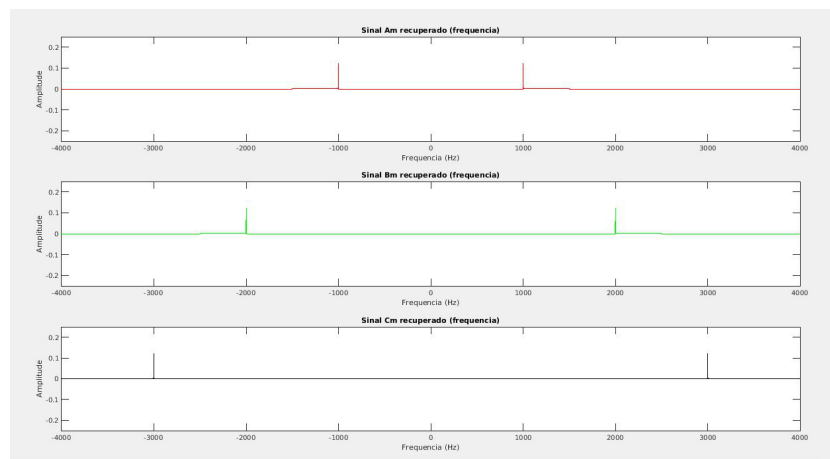


Figura 9. Sinais recuperados no receptor. Fonte: Autoria própria.

4 Considerações Finais

Com o fim da pesquisa, foi possível perceber a importância dos processos de modulação e multiplexação para diversos tipos de sistemas de comunicação que são utilizados diariamente, como por exemplo a comunicação via rádio. As questões abordadas no laboratório deixaram evidente o funcionamento desses processos, sendo também possível abordar outros conceitos já estudados em pesquisas anteriores.

Na primeira questão, os conceitos de modulação e demodulação foram trabalhados de forma que se pode obter uma visão bem ampla e ao mesmo tempo simplificada sobre os assuntos. Também foram discutidas as diferenças e características sobre as modulações em amplitude DSB e DSB/SC, onde também foi possível visualizar as suas aplicações.

Por fim, na segunda questão, abordou-se o conceito de multiplexação por divisão de frequência. Nesta parte da pesquisa, foi possível perceber como funciona os mecanismos de inserir mais de um sinal em um mesmo canal de comunicação sem os dados interferirem uns nos outros. A recuperação dos sinais originais também foi trabalhada, resultando em um entendimento completo do assunto.

Referências

1. Simon Haykin. Communication systems. (ed. 4):pag. 90, 2001.