

# Modulação em Frequência (FM)

Marcelo Bittencourt do Nascimento Filho

Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Campo São José  
Trabalho desenvolvido para a disciplina de Sistemas de Comunicação I do  
curso de Engenharia de Telecomunicações.

## 1 Características

Sendo uma das modulações analógicas mais utilizadas, a modulação em frequência (FM) tem por definição variar a frequência instantânea do sinal portadora de acordo com os valores do sinal modulante ao longo do tempo. Diferentemente da modulação em amplitude, na modulação FM não ocorre variação na amplitude do sinal portadora. Desta forma, a envoltória do sinal modulado é constante fazendo com que o emissor deste sinal possa atuar sempre com potência máxima em seus equipamentos, pois tem a certeza que os valores de amplitude não irão ultrapassar esse limite [1].

Outro ponto importante da modulação FM é que como a informação não está baseada na amplitude do sinal modulado, o mesmo pode receber variações na amplitude devido a distúrbios adquiridos ao longo do canal de transmissão, como por exemplo descargas elétricas. Com isso, na estação receptora haverá um limitador que irá excluir esses picos de tensão indesejados sem afetar a informação contida no sinal.

## 2 Análise matemática

### 2.1 Equação do sinal FM

Sendo  $c(t) = A_c \cos(\theta_i(t))$  a equação referente ao sinal portadora com  $\theta_i(t) = 2\pi f_c t$  representando o seu ângulo e,  $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$  a equação do sinal modulante, é possível definir a equação da frequência instantânea do sinal FM, sendo ela a seguinte:

$$\begin{aligned} f_i(t) &= f_c + k_f m(t) \\ f_i(t) &= f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t) \\ f_i(t) &= f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t) \end{aligned} \quad (\text{eq. 1})$$

A equação 1 determina a frequência instantânea do sinal FM, o termo  $\Delta f$  é denominado de desvio de frequência e significa a diferença máxima de frequência entre  $f_i(t)$  em relação a  $f_c$ . O termo  $k_f$  representa a sensibilidade à frequência do modulador. Sabendo que o ângulo instantâneo é igual à integral da frequência instantânea, se tem:

$$\begin{aligned} \theta_i(t) &= 2\pi \int_0^t f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t) dt \\ \theta_i(t) &= 2\pi f_c t + 2\pi \frac{\Delta f}{2\pi f_m} \sin(2\pi f_m t) \\ \theta_i(t) &= 2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t) \end{aligned} \quad (\text{eq. 2})$$

Na equação 2 surgiu o termo  $\beta = \frac{\Delta f}{f_m}$ , esse denominado de índice de modulação que será melhor detalhado ao longo da pesquisa. Desta forma, a equação 3 representa a forma geral de um sinal modulado FM.

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos[\theta_i(t)] \\ s(t) &= A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)] \end{aligned} \quad (\text{eq. 3})$$

### 2.2 Banda estreita e banda larga

O conceito de banda estreita é aplicado quando o valor de  $\beta$  é suficientemente pequeno em relação a 1 radiano. Desta forma, a equação 3 pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \beta A_c \{ \cos[2\pi(f_c + f_m)t] \\ &\quad - \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \} \end{aligned} \quad (\text{eq. 4})$$

Pela equação 4 é possível ver uma semelhança com a modulação AM, pois, a frequência da portadora está presente no espectro juntamente com as frequências do sinal modulante. Por outro lado, quando  $\beta$  admite valores grandes é necessário fazer uma análise mais complexa que permite chegar até a seguinte equação:

$$\begin{aligned} S(f) &= \\ \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)] \end{aligned} \quad (\text{eq. 5})$$

O termos  $J_n(\beta)$  são denominados coeficientes de Bessel, conceito detalhado na próxima seção.

### 2.3 Índice de modulação e coeficientes de Bessel

Teoricamente, a modulação em frequência possui infinitos pares de faixas de frequência laterais e portanto apresentaria uma largura de banda também infinita, sendo elas separadas por um intervalo de valor  $f_m$ . Os coeficientes  $J_n(\beta)$  da equação 5 representam a amplitude desses pares de frequência presentes no sinal FM que, de acordo com o valor de  $\beta$  irão diminuir ou aumentar. Desta forma, apenas frequências com amplitudes significativas serão selecionadas para compor o sinal FM fazendo com que a largura de banda seja otimizada. Com isso, outro ponto de importante a ser analisado é a Regra de Carson, com ela é possível calcular a largura de banda de um sinal FM, sua forma é  $B_t = 2\Delta f(1 + \frac{1}{\beta})$ .

### 3 Exemplos gráficos

Para melhor exemplificar a modulação em frequência foi desenvolvido um código no *software Matlab*, o qual está público para [download aqui](#), que gerará alguns gráficos para uma análise completa sobre este tipo de modulação. A Figura 1 demonstra o processo de modulação FM no domínio do tempo.

No primeiro gráfico (verde) da figura é possível visualizar o sinal modulante, e no segundo gráfico (preto) está retratado o sinal da portadora. Por fim, o terceiro gráfico está representando o sinal modulado FM sendo possível observar as principais característica dessa modulação:

- 1) A amplitude do sinal modulado é constante, no caso sempre irá possuir o valor 1.
- 2) Alteração da frequência da portadora de acordo com os valores do sinal modulante. Valores máximos do sinal modulante implicam em frequências altas no sinal FM e valores mínimos do sinal modulante implicam em frequências baixas no sinal FM.

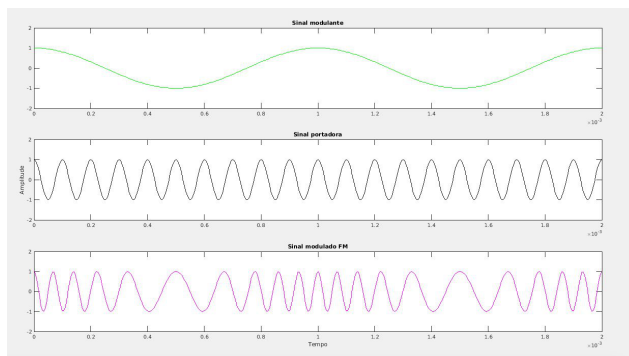


Figura 1: Processo de modulação FM com  $\beta = 5$  no domínio do tempo. Fonte: Autoria própria.

É importante ressaltar que o valor de  $\beta$  para este exemplo foi de 5. A Figura 2 representa esse mesmo sinal FM demonstrado anteriormente, porém no domínio da frequência. Nela, é possível observar os 16 pares de faixas laterais mais significativas para o valor de  $\beta$  utilizado.

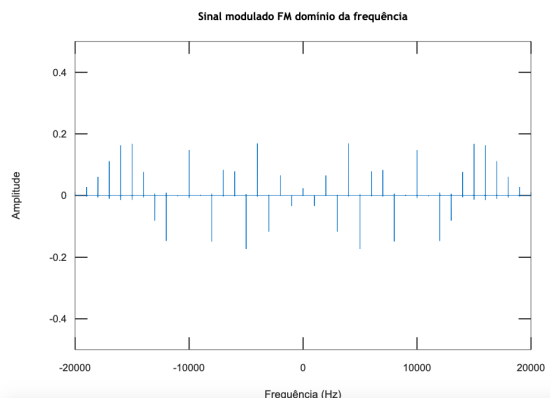


Figura 2: Processo de modulação FM com  $\beta = 5$  no domínio da frequência. Fonte: Autoria própria.

### 4 Circuito transmissor e emissor FM

Para a transmissão de um sinal FM basta apenas utilizar um oscilador controlado por tensão, este denominado de **VCO** (*Voltage Controlled Oscillator*). O VCO tem a características de alterar a frequência do seu sinal gerado (no processo de modulação o sinal gerado é denominado de portadora) de acordo com a tensão que é aplicada à sua entrada. Desta forma, se tem na saída do VCO um sinal FM.

Já o processo de recepção de um sinal FM é um pouco mais complexo, primeiramente é preciso utilizar um circuito **limitador** que tem a função de eliminar valores de tensão acima do limite de operação do circuito. O próximo passo é utilizar um outro tipo de circuito, denominado de **discriminador**. O discriminador produz em sua saída uma tensão que varia linearmente com a frequência instantânea que está sendo aplicada em sua entrada. Desta forma, ocorre a demodulação do sinal FM conseguindo assim recuperar a informação correta transmitida.

### 5 Aplicações

A modulação FM é muito utilizada para a transmissão de voz, especialmente músicas pelo fato de possuir uma alta qualidade, pois, não depende da amplitude do sinal e assim não sofre variações na sua informação ao longo do canal de transmissão. Desta forma, é utilizada em sistemas de rádio e de televisão em faixas VHF e UHF.

Em meados da década de 1970 surgiu uma aplicação importante para modulação em frequência, a gravação de áudio e vídeo em fitas magnéticas. Com a evolução da eletrônica novos modos de modulação digital para gravação em fitas surgiram como as modulações digitais, porém, a modulação analógica FM possuía uma alta qualidade a qual fazia ser utilizada em conjunto com as digitais [2].

### Referências

- [1] Alan V. Oppenheim e Alan S. Willsky. Sinais e sistemas. (ed. 2):pag. 365, 2010.
- [2] <http://www.ufscar.br/glauber/somgrav.html>.