



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

**Tópicos Avanzados en Teoría de la Computación - IIC3810**

**Tarea 3**

**Fecha de entrega: Martes 24 de septiembre**

1. Sea  $f : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$  una función que admite un FPRAS  $\mathcal{A}$ . Utilizando la idea de hacer varias llamadas a  $\mathcal{A}$  y tomar la mediana de los resultados, demuestre que para cada  $\ell \geq 1$ , existe un FPRAS  $\mathcal{B}$  para  $f$  tal que para cada  $x \in \Sigma^*$  y  $\varepsilon \in (0, 1)$ :

$$\Pr(|\mathcal{B}(x, \varepsilon) - f(x)| \leq \varepsilon \cdot f(x)) \geq 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^\ell.$$

2. Demuestre que si las funciones  $f : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$  y  $g : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$  admiten FPRAS, entonces  $f + g$  y  $f \cdot g$  también admiten FPRAS.
3. Para cada  $n \in \mathbb{N}$ , sea  $f_n : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$  una función que admite un FPRAS, y sea  $f : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$  una función definida de la siguiente forma para cada  $x \in \Sigma^*$ :

$$f(x) = \sum_{i=0}^{|x|} f_i(x).$$

Demuestre que  $f$  admite un FPRAS.