



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Tópicos Avanzados en Teoría de la Computación - IIC3810

Tarea 4

Fecha de entrega: Martes 7 de octubre

Responda dos de las siguientes tres preguntas.

1. Construya una p -relación R tal que $\text{Exists}(R)$ es NP-completo y f_R no es #P-completo bajo reducciones parsimoniosas.
2. Sea R_{GP} la siguiente p -relación:

$$R_{\text{GP}} = \{(G, C) \mid G \text{ es un grafo plano y } C \in \{1, 2, 3, 4\}^* \text{ es una 4-coloración de } G\}.$$

En particular, si el conjunto de nodos de G es $\{1, \dots, n\}$, entonces $C = c_1 \dots c_n$, donde $c_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ indica el color del nodo i para cada $i \in \{1, \dots, n\}$. Nótese que $\text{Exists}(R_{\text{GP}}) \in \text{P}$ puesto que un grafo plano siempre puede ser pintado con 4 colores. Demuestre que la relación R_{GP} no es auto-reducible.

3. Dada una clase de complejidad \mathcal{C} de problemas de decisión, considera la definición de la clase de complejidad $\# \cdot \mathcal{C}$ de problemas de conteo dada en el siguiente artículo:

- Lane A. Hemaspaandra, Heribert Vollmer: The satanic notations: counting classes beyond #P and other definitional adventures. SIGACT News 26(1):2–13 (1995).

En particular, bajo esta definición se tiene que $\#P = \# \cdot P$ y $\#P \subseteq \# \cdot NP$.

Además, considere la clase UP de problemas de decisión tal que un lenguaje L sobre un alfabeto Σ está en UP si y sólo si existe una máquina de Turing no determinista M que funciona en tiempo polinomial tal que para todo $x \in \Sigma^*$:

- Si $x \in L$, entonces existe exactamente una ejecución de M con entrada x que se detiene en un estado final.
- Si $x \notin L$, entonces no existe una ejecución de M con entrada x que se detiene en un estado final.

Vale decir, M acepta los elementos de L de manera no ambigua. Claramente se tiene que $UP \subseteq NP$, y se conjetura que UP está contenida en forma propia en NP.

En esta pregunta usted debe demostrar que $\#P = \# \cdot NP$ si y sólo si $UP = NP$.