



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Tópicos Avanzados en Teoría de la Computación - IIC3810

Tarea 3

Fecha de entrega: miércoles 22 de octubre

1. En esta pregunta usted debe construir un protocolo interactivo con aleatoriedad pública para $\overline{\text{GRAPH-ISO}}$ a partir del protocolo interactivo dado en clases para CNF-QBF.
2. Utilizando las ideas vistas en clases, demuestre que:

$$\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{AM}[n^k] \subseteq \text{PSPACE}.$$

3. En esta pregunta usted debe completar la demostración del teorema de Valiant-Vazirani a partir de siguiente lema demostrado en clases:

Lema 1 *Existe un algoritmo aleatorizado de tiempo polinomial que, dada una fórmula proposicional φ en CNF con n variables, genera una secuencia de fórmulas $\varphi_1, \dots, \varphi_n, \varphi_{n+1}, \varphi_{n+2}$ en CNF tales que:*

- Si φ es consistente, entonces

$$\Pr\left(\bigvee_{i=1}^{n+2} \# \text{CNF-SAT}(\varphi_i) = 1\right) \geq \frac{1}{8}$$

- Si φ es inconsistente, entonces cada fórmula φ_i ($i \in \{1, \dots, n+2\}$) es inconsistente.

En particular, a partir de este lema debe construir una MT probabilística M con oráculo tal que $t_M(n)$ es $O(n^k)$ y para cada

$$H \subseteq \{\psi \mid \psi \text{ es una fórmula en CNF tal que } \# \text{CNF-SAT}(\psi) \geq 2\}$$

y cada fórmula φ en CNF:

- Si $\varphi \in \text{CNF-SAT}$, entonces $\Pr(M^{\text{U-CNF-SAT}_H} \text{ acepta } \varphi) \geq \frac{3}{4}$
- Si $\varphi \notin \text{CNF-SAT}$, entonces $\Pr(M^{\text{U-CNF-SAT}_H} \text{ acepta } \varphi) = 0$