



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

**Tópicos Avanzados en Teoría de la Computación - IIC3810**

**Tarea 3**

**Fecha de entrega: miércoles 29 de octubre**

1. En esta pregunta usted debe construir un protocolo interactivo con aleatoriedad pública para  $\overline{\text{GRAPH-ISO}}$  a partir del protocolo interactivo dado en clases para CNF-QBF.
2. Utilizando las ideas vistas en clases, demuestre que:

$$\bigcup_{k \in \mathbb{N}} \text{AM}[n^k] \subseteq \text{PSPACE}.$$

3. En esta pregunta usted debe completar la demostración del teorema de Valiant-Vazirani a partir de siguiente lema demostrado en clases:

**Lema 1** *Existe un algoritmo aleatorizado de tiempo polinomial que, dada una fórmula proposicional  $\varphi$  en CNF con  $n$  variables, genera una secuencia de fórmulas  $\varphi_1, \dots, \varphi_n, \varphi_{n+1}, \varphi_{n+2}$  en CNF tales que:*

- Si  $\varphi$  es consistente, entonces

$$\Pr\left(\bigvee_{i=1}^{n+2} \# \text{CNF-SAT}(\varphi_i) = 1\right) \geq \frac{1}{8}$$

- Si  $\varphi$  es inconsistente, entonces cada fórmula  $\varphi_i$  ( $i \in \{1, \dots, n+2\}$ ) es inconsistente.

En particular, a partir de este lema debe construir una MT probabilística  $M$  con oráculo tal que  $t_M(n)$  es  $O(n^k)$  y para cada

$$H \subseteq \{\psi \mid \psi \text{ es una fórmula en CNF tal que } \# \text{CNF-SAT}(\psi) \geq 2\}$$

y cada fórmula  $\varphi$  en CNF:

- Si  $\varphi \in \text{CNF-SAT}$ , entonces  $\Pr(M^{\text{U-CNF-SAT}_H} \text{ acepta } \varphi) \geq \frac{3}{4}$
- Si  $\varphi \notin \text{CNF-SAT}$ , entonces  $\Pr(M^{\text{U-CNF-SAT}_H} \text{ acepta } \varphi) = 0$