

## Resumen control 2 Álgebra;

### Trigonometría;

⇒ **Círculo unitario;** circunferencia de radio 1  $^*(\pi = 180^\circ, 2\pi = 360^\circ) \rightarrow$  radianes

	0°	30°	45°	60°
$\theta$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\sin \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

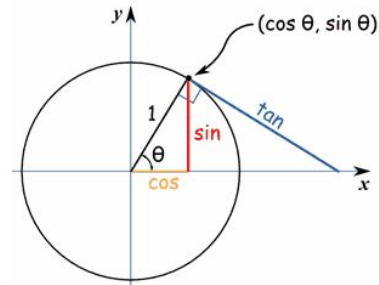
$$\cos \theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

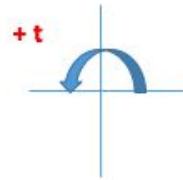
$$\csc \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{1}{\sin}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{1}{\cos}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{1}{\tan}$$



• Positivas



### ⇒ Identidades;

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

#### Identidades Pitagóricas

$$\sin^2 u + \cos^2 u = 1$$

$$1 + \tan^2 u = \sec^2 u$$

$$1 + \cot^2 u = \csc^2 u$$

#### Sen par

$$\sin(x) = -\sin(-x)$$

#### Cos impar

$$\cos(x) = \cos(-x)$$

### ⇒ Suma de senos y cosenos;

$$A \sin(x) + B \cos(x) = K \sin(x + \phi)$$

$$K = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \cos(\phi) = A/K \quad \sin(\phi) = B/K$$

### ⇒ Ángulo doble, medio y potencia;

$$\sin(2u) = 2 \sin u \cos u$$

$$\cos(2u) = \cos^2 u - \sin^2 u$$

$$\cos(2u) = 2 \cos^2 u - 1$$

$$\cos(2u) = 1 - 2 \sin^2 u$$

$$\tan(2u) = \frac{2 \tan u}{1 - \tan^2 u}$$

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

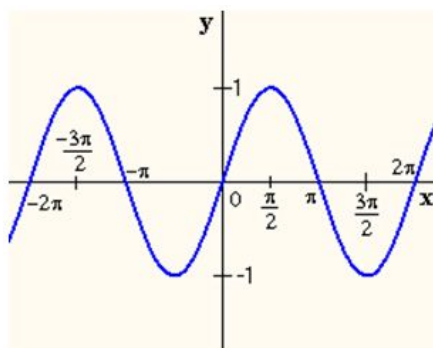
$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos(2u)}{2}$$

$$\cos^2 u = \frac{1 + \cos(2u)}{2}$$

$$\tan^2 u = \frac{1 - \cos(2u)}{1 + \cos(2u)}$$

## ⇒ Gráficas trigonométricas

### Sen (x)



$$y = \text{sen } x$$

$$\text{Sen}(t+2k\pi) = \text{sen}(x) \quad \text{Cos}(t+2k\pi) = \text{cos}(x)$$

$$\begin{aligned} \text{Dom} &= \mathbb{R} \\ \text{Rec} &= [-1, 1] \\ \text{Período} &= 2 \end{aligned}$$

#### Transformaciones:

$A \cdot \cos(x)$  /  $A \cdot \text{sen}(x)$  valor absoluto de A es la amplitud (se agranda o achica)

$\text{Cos}(kx)$  /  $\text{Sen}(kx)$  periodo  $2/k$

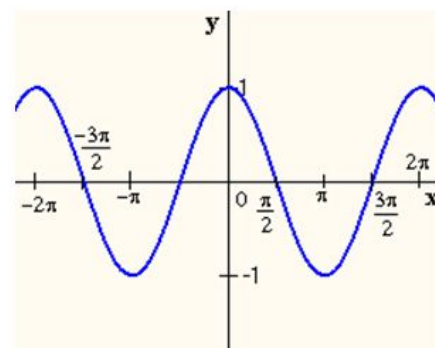
$-\cos(x)$  /  $-\text{sen}(x)$  reflexión eje X

$\cos(-x)$  /  $\text{sen}(-x)$  reflexión eje Y

$\cos(x+b)$  /  $\text{sen}(x+b)$  movimiento horizontal, distinto signo

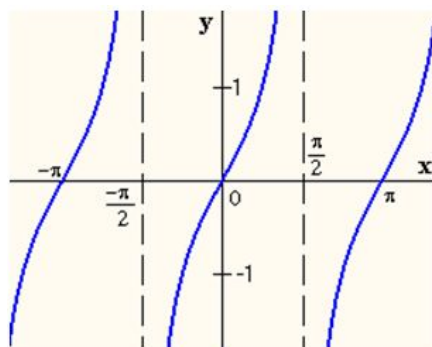
$\cos(x)+b$  /  $\text{sen}(x)+b$  movimiento vertical, igual signo

### Cos(x)



$$y = \cos x$$

### Tan(x)

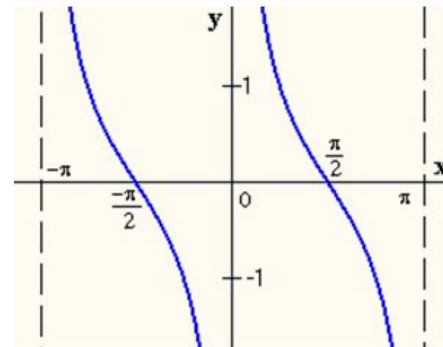


$$y = \tan x$$

$$\begin{aligned} \text{Tan}(t+k\pi) &= \text{Tan}(x) & \text{Cot}(t+k\pi) &= \text{Cot}(x) \\ \text{Dom} &= \mathbb{R} - \{\pi/2 + k\pi\} & \text{Dom} &= \mathbb{R} - \{\pi + k\pi\} \end{aligned}$$

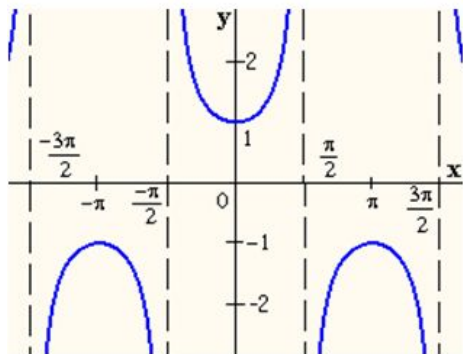
$$\begin{aligned} \text{Período} &= \pi \\ \text{Rec} &= \mathbb{R} \end{aligned}$$

### Cot(x)



$$y = \cot x$$

### Sec(x)

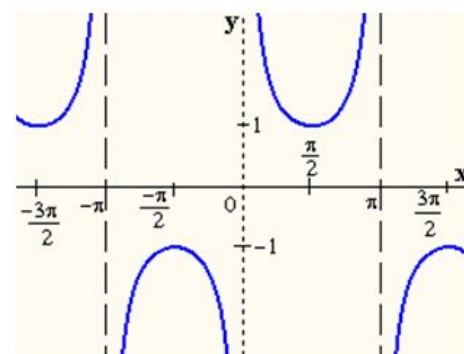


$$y = \sec x$$

$$\begin{aligned} \text{Sec}(x+2k\pi) &= \text{Sec}(x) & \text{Csc}(x+2k\pi) &= \text{csc}(x) \\ \text{Dom} &= \mathbb{R} - \{\pi/2 + k\pi\} & \text{Dom} &= \mathbb{R} - \{\pi/2 + k\pi\} \end{aligned}$$

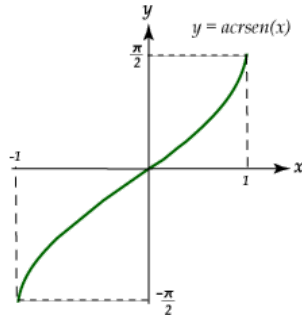
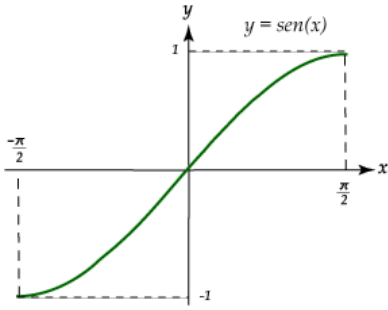
$$\begin{aligned} \text{Rec} &= y > 1 \\ & \quad y < -1 \\ \text{Período} &= 2\pi \end{aligned}$$

### Csc(x)



$$y = \csc x$$

## ⇒ Funciones Trigonométricas inversas:



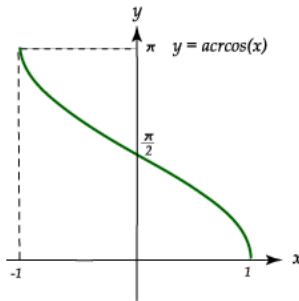
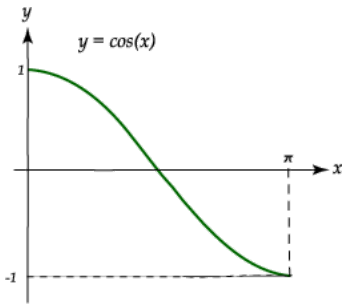
$$\text{Arcsen}(x)=y \Leftrightarrow \text{sen}(y)=x$$

$$\text{Dom} = [-1, 1]$$

$$\text{Rec} = [-\pi/2, \pi/2]$$

\* se invierten los ejes

$$\begin{aligned} \text{Sen}(\text{arcsen } x) &= x & x \in [-1, 1] \\ \text{Arcsen}(\text{sen } x) &= x & x \in [-\pi/2, \pi/2] \end{aligned}$$

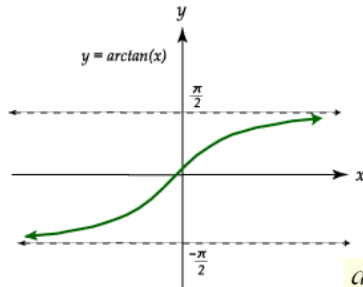
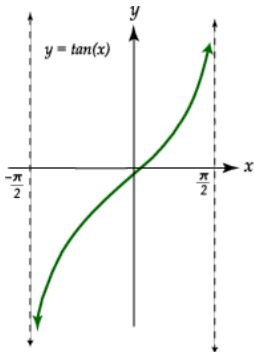


$$\text{Arcos}(x)=y \Leftrightarrow \text{cos}(y)=x$$

$$\text{Dom} = [-1, 1]$$

$$\text{Rec} = [0, \pi]$$

$$\begin{aligned} \text{Cos}(\text{arcos } x) &= x & x \in [-1, 1] \\ \text{Arcos}(\text{cos } x) &= x & x \in [0, \pi] \end{aligned}$$



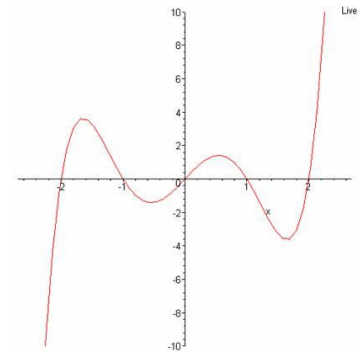
$$\text{Arctan}(x)=y \Leftrightarrow \text{tan}(y)=x$$

$$\text{Dom} = \mathbb{R}$$

$$\text{Rec} = ]-\pi/2, \pi/2[$$

$$\begin{aligned} \text{Tan}(\text{arctan } x) &= x & x \in \mathbb{R} \\ \text{Arctan}(\text{tan } x) &= x & x \in ]-\pi/2, \pi/2[ \end{aligned}$$

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ,  
donde  $a_n \neq 0$ . El polinomio es de grado  $n$ ,  
y a  $a_n$  se le denomina coeficiente principal.  
 $a_0$  es el término constante.



## ⇒ Polinomios:

### 1) raíces;

donde el polinomio se hace cero, es decir, corta el eje  $x$ .

\* todo polinomio tiene a lo más raíces igual a su grado

2) **Multiplicidad;**  $P(x) = (x-a)(x-b)(x-c)(x-d) \rightarrow$  sus raíces;  $a, b, c, d$

$\rightarrow$  si  $a \neq b \neq c \neq d$  diremos que cada raíz no es múltiple, o de multiplicidad 1

$\rightarrow$  si alguna de las raíces es igual a otra, es múltiple. De multiplicidad  $x =$  cantidad de raíces iguales

3) **Terminaciones;** nos importa solo el con el exponente mayor, pues lo demás es despreciable

$$a_n x^n \text{ si } X \rightarrow \infty$$

$$\text{si } X \rightarrow -\infty$$

4) **Algoritmo de la división;** dado  $p(x)$ ,  $q(x)$  polinomios con grado de  $p$  mayor que  $q$ . Siempre existen polinomios  $s(x)$  y  $r(x)$  tal que;  **$P(x) = q(x) \cdot s(x) + r(x)$**  donde el grado de  $s(x)$  es menor o igual al de  $r(x)$

5) **Teorema de la raíz racional;** sea  $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ . Donde  $a_i$  sean números enteros. Si  $p(x)$  tiene una raíz racional de la forma  $p/q \rightarrow p$  y  $q$  primos relativos (simplificados). Entonces  $p$  divide al  $a_0$  (coeficiente libre) y  $q$  divide al  $a_n$  (coeficiente principal).  $\rightarrow$  con los divisores se prueban las raíces posibles.

6) **Teorema del Resto;**

