

21 / 05 / 25

Atividade 03 - Teorema de Green

Aluno: Marcelo Augusto de Barros Araújo. Professor: Marcel Maia.

Instituição: VAST. Curso: Engenharia de Computação.

Disciplina: Cálculo 3.

$X^2 + Y^2 = 16$ , c:  $\begin{cases} X = 5 \cos(T) - \cos(5T) \\ Y = 5 \sin(T) - \sin(5T) \end{cases} \quad 0 \leq T \leq 2\pi$

$Y' = 5 \cos(T) - 5 \cos(5T)$

Área =  $\oint_C X dy = \int_0^{2\pi} [5 \cos(T) - \cos(5T)] \cdot [5 \cos(T) - 5 \cos(5T)] dT$

$\Rightarrow \int_0^{2\pi} 25 \cos^2(T) - 25 \cos(T) \cos(5T) - 5 \cos(T) \cos(5T) + 5 \cos^2(5T) dT$

$\Rightarrow \int_0^{2\pi} \underbrace{25 \cos^2(T)}_{(I)} - \underbrace{30 \cos(T) \cos(5T)}_{(II)} + \underbrace{5 \cos^2(5T)}_{(III)} dT$

(I) identidade trigonométrica:

$\cos^2(T) = \frac{1 + \cos(2T)}{2}$

$\Rightarrow 25 \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos(2T)}{2} dT = \frac{25}{2} \left[ \int_0^{2\pi} 1 dT + \int_0^{2\pi} \cos(2T) dT \right]$

①:  $T \Big|_0^{2\pi} = 2\pi$ , ②:  $\sin(2T) \Big|_0^{2\pi} = 0 - 0 = 0$

juntamos:  $\frac{25}{2} (2\pi + 0) = \boxed{25\pi}$

(II)  $-30 \int_0^{2\pi} \cos(T) \cos(5T) dT$

usando identidade do produto:  $\cos(A)\cos(B) = \frac{\cos(A+B) + \cos(A-B)}{2}$

$\Rightarrow -30 \int_0^{2\pi} \frac{\cos(6T) + \cos(4T)}{2} dT = -15 \left[ \int_0^{2\pi} \cos(6T) dT + \int_0^{2\pi} \cos(4T) dT \right]$

①:  $\sin(6T) \Big|_0^{2\pi} = 0$ , ②:  $\sin(4T) \Big|_0^{2\pi} = 0$

juntamos:  $-15 \cdot (0 + 0) = \boxed{0}$

FORUM:

