

14 / 05 / 25

Atividade 03 - Eliminação Gaussiana e matriz de Hilbert
 Aluno: Marcelo Augusto de Barros Araújo. Professor: Marcos Maia.
 Instituição: UABT. Curso: Engenharia de Computação.
 Disciplina: Cálculo Numérico.

$m=3$ $H_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$ $H = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 \end{bmatrix}$

$b_1 = 17$ $b_2 = 13$ $b_3 = 49$

b_1 b_2 b_3

$H \cdot x = b$

$b_3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{20+15+12}{60} = \frac{47}{60}$

$b_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6+3+2}{6} = \frac{11}{6}$

$b_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12} = \frac{13}{12}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 11/6 \\ 1/2 & 1/3 & 1/4 & 13/12 \\ 1/3 & 1/4 & 1/5 & 47/60 \end{bmatrix}$ ← matriz aumentada

Pivô = número da diagonal $\neq 0$

Pivô = 1, $m = 2$

$R_2 \rightarrow R_2 - \frac{1}{2} \cdot R_1$

Atualização de R_3 :
 $R_3 \rightarrow R_3 - \frac{1}{3} \cdot R_1$

$L_{21} = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 1 = 0$

$L_{31} = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{3}\right) \cdot 1 = 0$

$L_{22} = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$L_{32} = \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

$L_{23} = \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$

$L_{33} = \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

$L_{23} = \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

$L_{34} = \frac{47}{60} - \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{11}{6} = \frac{37}{180}$

FORONI

$$\text{Termos: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 22 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 37 \\ 12 & 45 & 180 \end{bmatrix}$$

$$S_{2,3} \text{ atualizada: } S_{2,3} = l_3 - (m) \cdot l_2 = l_3 - l_2$$

$$m = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{12} - 1 \cdot \frac{1}{6} = 0, \text{ coluna } 2$$

$$\frac{4}{45} - \frac{2}{12} = \frac{1}{180}, \text{ coluna } 3$$

$$\frac{37}{180} - \frac{2}{6} = \frac{1}{180}, \text{ coluna } 4$$

$$\text{Termo a matriz: } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 22 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 12 & 45 & 180 & 180 \end{bmatrix}$$

Solução

$$X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \det(\tilde{A}) = 1 \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 180 & 180 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 0 = 0 \neq 0$$

Aplicando substituição reversa:

$$\text{linha 3: } 1 \cdot X_3 = 1 \Rightarrow X_3 = 1$$

$$\text{linha 2: } 2 \cdot X_2 + 2 \cdot X_3 = 2 \Rightarrow 2 \cdot X_2 + 2 = 2 \Rightarrow X_2 = 0$$

$$X_2 = 0$$

$$\text{linha 1: } X_1 + \frac{1}{2} \cdot X_2 + \frac{1}{3} \cdot X_3 = 22 \Rightarrow X_1 = 22 - \frac{1}{3} = \frac{65}{3}$$

FORONI