



Universidade Federal de Minas Gerais

Geometria Computacional e Classificação

Participantes do Grupo:

Arthur Linhares Madureira: 2021031599
Henrique da Fonseca Diniz Freitas: 2021031688
Marcelo Augusto Mrad Marteleto: 2021031548

Belo Horizonte

1 Introdução

Ao longo do nosso curso, fomos apresentados a diversos conceitos e técnicas que moldam o campo da geometria computacional. Um dos desafios mais intrigantes é a tarefa de classificação, onde buscamos categorizar dados com base em suas características. Neste trabalho, vamos explorar a implementação prática de modelos de classificação em aprendizado supervisionado, com ênfase na determinação da separabilidade linear dos dados. Através desta investigação, esperamos não apenas solidificar nosso entendimento dos tópicos discutidos em sala de aula, mas também avaliar a eficácia e precisão dos modelos lineares em conjuntos de dados reais. Com experimentos cuidadosamente planejados e uma análise aprofundada dos resultados, buscamos oferecer insights valiosos sobre a aplicabilidade e limitações dos classificadores lineares no mundo real.

1.1 Instalação das bibliotecas necessárias e atípicas

```
[1]: %pip install sortedcontainers
      %pip install ucimlrepo
```

```
Requirement already satisfied: sortedcontainers in
c:\users\henri\appdata\local\programs\python\python311\lib\site-packages (2.4.0)
Note: you may need to restart the kernel to use updated packages.
Requirement already satisfied: ucimlrepo in
c:\users\henri\appdata\local\programs\python\python311\lib\site-packages (0.0.3)
Note: you may need to restart the kernel to use updated packages.
```

1.2 Importação das bibliotecas necessárias

```
[2]: #import das bibliotecas necessárias
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import numpy as np
import random
from functools import cmp_to_key
from sortedcontainers import SortedList
from sklearn.decomposition import PCA
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
```

`define_orientação` Determina a orientação do trio ordenado (p, q, r). Se o resultado for 0, então colinear. Se for 1, então horário. Se for -1, então anti-horário.

`verifica_segmento` Verifica se o ponto q está no segmento PR

```
[3]: def define_orientacao(p, q, r):
      """
      Determina a orientação do trio ordenado (p, q, r).
      Se o resultado for 0, então colinear
      Se for 1, então horário
      Se for -1, então anti-horário
      """
      val = (q.y - p.y) * (r.x - q.x) - (q.x - p.x) * (r.y - q.y)
      if val == 0:
          return 0
      return 1 if val > 0 else -1
```

```
def verifica_segmento(p, q, r):
    """
    Verifica se o ponto q está no segmento pr
    """
    return (q.x <= max(p.x, r.x) and q.x >= min(p.x, r.x) and
            q.y <= max(p.y, r.y) and q.y >= min(p.y, r.y))
```

1.3 Classes Utilizadas

A criação de classes foi utilizada para fornecer uma abordagem intuitiva e eficiente durante a implementação dos algoritmos e para deixar o código mais reutilizável.

1.3.1 Classe Ponto

A classe `Ponto` serve como uma representação de um ponto no plano cartesiano. Seu principal propósito é definir posições e permitir operações aritméticas básicas entre pontos. Esta classe é essencial para realizar cálculos e manipular pontos.

1.3.2 Classe Segmento

A classe `Segmento` foi projetada para representar um segmento de reta no plano cartesiano, definido por dois pontos. Ela desempenha um papel crucial na determinação de relações entre segmentos de reta, como detectar interseções. Esta classe fornece as funcionalidades necessárias para analisar e comparar segmentos de reta com precisão.

1.3.3 Classe Evento

A classe `Evento` é especificamente adaptada para algoritmos de varredura linear. Esta classe auxilia no processamento e ordenação de eventos que ocorrem durante a varredura de forma a gerenciar eventos de forma eficiente.

```
[4]: class Ponto:
    def __init__(self, x, y):
        self.x = x
        self.y = y

    def __sub__(self, other):
        return Ponto(self.x - other.x, self.y - other.y)

    def __repr__(self):
        return f"({self.x}, {self.y})"

    def distancia_ao_quadrado(self, other):
        return (self.x - other.x)**2 + (self.y - other.y)**2

class Segmento:
    def __init__(self, p1, p2):
        self.p1 = p1
        self.p2 = p2
    def __repr__(self):
```

```

        return f"[{self.p1}, {self.p2}]"

    def __hash__(self):
        return hash((self.p1, self.p2))

    def __eq__(self, other):
        return isinstance(other, Segmento) and {self.p1, self.p2} == {other.
↪p1, other.p2}

    def intersecao(self, other):
        o1 = define_orientacao(self.p1, self.p2, other.p1)
        o2 = define_orientacao(self.p1, self.p2, other.p2)
        o3 = define_orientacao(other.p1, other.p2, self.p1)
        o4 = define_orientacao(other.p1, other.p2, self.p2)

        # Condições principais de interseção
        if o1 * o2 < 0 and o3 * o4 < 0:
            return True

        # Casos especiais: se os segmentos são colineares e se cruzam
        if o1 == 0 and verifica_segmento(self.p1, other.p1, self.p2):
            return True
        if o2 == 0 and verifica_segmento(self.p1, other.p2, self.p2):
            return True
        if o3 == 0 and verifica_segmento(other.p1, self.p1, other.p2):
            return True
        if o4 == 0 and verifica_segmento(other.p1, self.p2, other.p2):
            return True

        return False

    def produto_vetorial(self, other):
        return (self.p2.x - self.p1.x) * (other.p2.y - other.p1.y) - (self.p2.
↪y - self.p1.y) * (other.p2.x - other.p1.x)

    def __lt__(self, other):
        return self.p1.y < other.p1.y or (self.p1.y == other.p1.y and self.p2.
↪y < other.p2.y)

class Event:
    def __init__(self, x, y, segment, is_start, poligono):
        self.x = x
        self.y = y
        self.segment = segment
        self.is_start = is_start
        self.poligono = poligono

    def __lt__(self, other):
        if self.x != other.x:
            return self.x < other.x

```

```
return self.y < other.y
```

```
[ ]:
```

1.4 Função de Ordenação Polar

A função `ordenacao_polar` é usada para ordenar pontos com base em seus ângulos polares em relação a um ponto de referência `p0`.

1.4.1 Parâmetros:

- `p0`: Ponto de referência em relação ao qual os outros pontos serão ordenados.

Lógica de Comparação:

1. Se `p1` e `p2` são colineares em relação a `p0`, a distância deles até `p0` é comparada. O ponto mais próximo de `p0` é considerado menor.
2. Se não são colineares, o ponto que forma um ângulo menor (ou seja, está à direita ao observar a partir de `p0`) é considerado menor.

Retorno:

- -1 se `p1` vem antes de `p2`.
- 1 se `p1` vem depois de `p2`.

```
[5]: def ordenacao_polar(p0):  
    def compare(p1, p2):  
        o = define_orientacao(p0, p1, p2)  
        if o == 0:  
            if p1.distancia_ao_quadrado(p0) < p2.distancia_ao_quadrado(p0):  
                return -1  
            else:  
                return 1  
        return 1 if o > 0 else -1  
    return compare
```

2 Implementação

2.1 Algoritmo de Graham Scan para Envoltória Convexa

O algoritmo de Graham Scan é uma abordagem eficiente para encontrar a envoltória convexa de um conjunto de pontos no plano. A envoltória convexa é o menor polígono convexo que contém todos os pontos de um conjunto.

2.1.1 Passo a passo da função `graham_scan`:

1. **Verificação inicial de quantidade de pontos:**
 - Caso haja menos de 3 pontos no conjunto, a função retorna diretamente os pontos originais, pois não é possível formar uma envoltória convexa com menos de 3 pontos.
2. **Encontrando o ponto de partida, `p0`:**
 - Os pontos são ordenados primeiramente pela coordenada `y` e, em caso de empate, pela coordenada `x`.

- O ponto mais à esquerda e mais abaixo (menor y e menor x) é escolhido como p_0 .

3. Ordenação Polar dos Pontos:

- Todos os pontos, exceto p_0 , são ordenados de acordo com seus ângulos polares em relação a p_0 .

4. Construção da Envolvória Convexa:

- Inicializamos a envoltória com p_0 e o primeiro ponto da lista ordenada.
- Percorremos os pontos ordenados e continuamos adicionando à envoltória até que seja garantido que a envoltória permaneça convexa.

5. Fechamento da Envolvória:

- Para fechar o polígono convexo, adicionamos o ponto p_0 novamente ao final da envoltória.

```
[6]: #Algoritmo de Graham Scan para criar a envoltória convexa

def graham_scan(pontos):
    if len(pontos) < 3:
        return pontos # Retorna os pontos originais se houver menos de 3

    pontos = sorted(pontos, key=lambda p: (p.y, p.x))
    p0 = pontos[0]
    pontos_ordenados = sorted(pontos[1:], key=cmp_to_key(ordenacao_polar(p0)))

    envoltoria = [p0, pontos_ordenados[0]]
    for p in pontos_ordenados[1:]:
        while len(envoltoria) > 1 and Segmento(envoltoria[-2], envoltoria[-1]).
        produto_vetorial(Segmento(envoltoria[-1], p)) <= 0:
            envoltoria.pop()
            envoltoria.append(p)

        if len(envoltoria) > 2:
            envoltoria.append(p0)

    return envoltoria
```

2.2 Visualização da Envolvória Convexa

Para visualizar o conjunto de pontos e sua envoltória convexa, é definida a função `plot_envoltoria`.

2.2.1 Função `plot_envoltoria`

A função toma como entrada dois conjuntos de pontos: - `pontos`: O conjunto completo de pontos. - `envoltoria`: A envoltória convexa calculada.

```
[7]: # Função para plotar a envoltória convexa

def plot_envoltoria(pontos, envoltoria):
    # Plotar todos os pontos
    plt.scatter([p.x for p in pontos], [p.y for p in pontos], color='b')
```

```

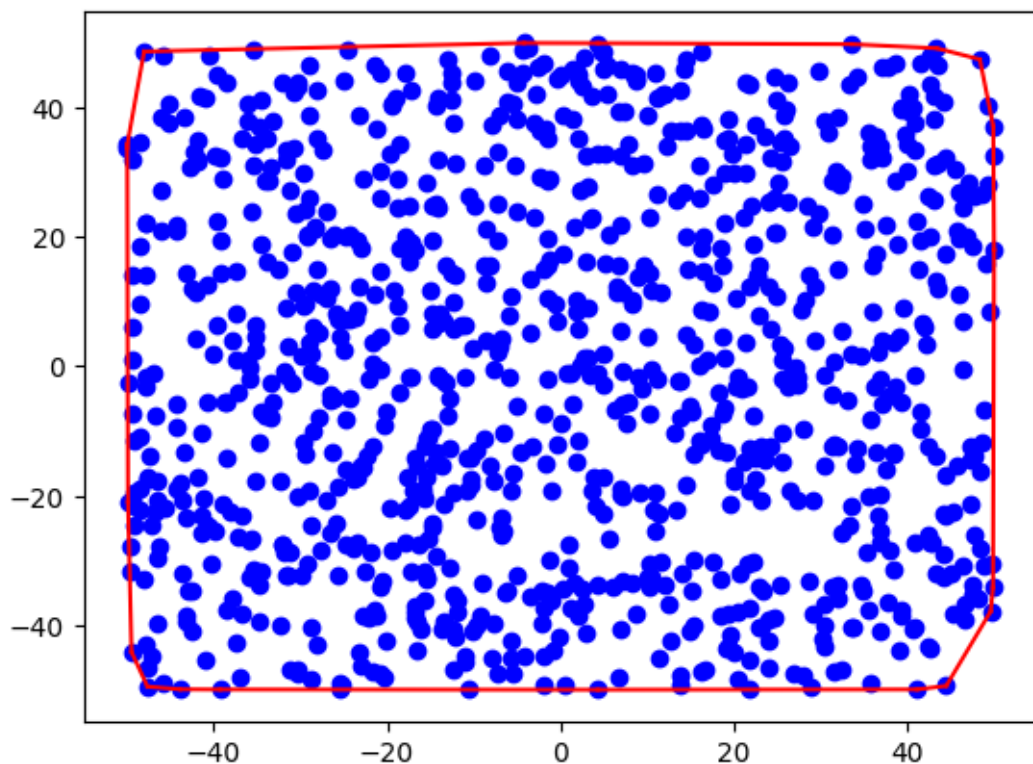
# Plotar a envoltória convexa
for i in range(len(envoltoria) - 1):
    plt.plot([envoltoria[i].x, envoltoria[i+1].x], [envoltoria[i].y,
↪envoltoria[i+1].y], color='r')

# Fechar a envoltória
plt.plot([envoltoria[-1].x, envoltoria[0].x], [envoltoria[-1].y,
↪envoltoria[0].y], color='r')

plt.show()

# Gerar pontos aleatórios para testar o algoritmo e posteriormente plotar a
↪envoltória convexa
pontos = [Ponto(random.uniform(-50, 50), random.uniform(-50, 50)) for _ in
↪range(1000)]
envoltoria = graham_scan(pontos)
plot_envoltoria(pontos, envoltoria)

```



2.3 Detectando Interseções de Segmentos

A função `segmentos_que_se_cruzam` determina quais pares de segmentos se cruzam de uma lista de segmentos.

2.3.1 Funcionalidades

1. `cruzam(seg1, seg2)`: Uma função auxiliar que determina se os segmentos `seg1` e `seg2` se cruzam.
2. `segmentos_que_se_cruzam(segmentos, poligonos)`: Esta é a principal função que retorna uma lista de pares de segmentos que se cruzam.

2.3.2 Descrição do Algoritmo

1. Inicialização:

- Uma lista `eventos` é inicializada para armazenar eventos associados ao início e ao fim de cada segmento.

2. População de Eventos:

- Para cada segmento, os pontos de início e fim são determinados com base nas coordenadas x. Esses são adicionados à lista de `eventos`.

3. Ordenação de Eventos:

- Os eventos são ordenados com base nas coordenadas x e y dos pontos associados.

4. Processamento de Eventos:

- Uma lista ordenada `active_segments` é inicializada para armazenar segmentos ativos.
- Para cada evento na lista ordenada de eventos:
- Se o evento for do tipo 'start':
- Verifica-se possíveis interseções com segmentos adjacentes na lista `active_segments`.
- O segmento é então adicionado à lista `active_segments`.
- Se o evento for do tipo 'end':
- Verifica-se interseções entre os segmentos vizinhos.
- O segmento é removido de `active_segments`.

5. Resultado:

- A função retorna uma lista de pares de segmentos que se cruzam.

```
[8]: def cruzam(seg1, seg2):  
    """ Verifica se os segmentos seg1 e seg2 se cruzam """  
    # Usa sua função 'intersecao' já definida anteriormente  
    return seg1.intersecao(seg2)  
  
def segmentos_que_se_cruzam(segmentos, poligonos):  
    segmento_para_poligono = {seg: pol for seg, pol in zip(segmentos, poligonos)}  
  
    eventos = []  
    for seg in segmentos:  
        start = seg.p1 if seg.p1.x < seg.p2.x else seg.p2  
        end = seg.p2 if seg.p1.x < seg.p2.x else seg.p1  
        eventos.append((start, 'start', seg))  
        eventos.append((end, 'end', seg))  
  
    eventos.sort(key=lambda e: (e[0].x, e[0].y))
```



```

    # Usando SortedList da biblioteca sortedcontainers, com custo de inserção
    ↪ e remoção  $O(\log n)$ 
    segmentos_ativos = SortedList(key=lambda s: (s.p1.y + s.p2.y) / 2)
    intersecoes = set()

    for _, tipo, segmento in eventos:
        if tipo == 'start':
            idx = segmentos_ativos.bisect(segmento)

            # Verificar interseção com segmento abaixo
            if idx > 0 and segmento.intersecao(segmentos_ativos[idx - 1]) and
            ↪ segmento_para_poligono[segmento] !=
            ↪ segmento_para_poligono[segmentos_ativos[idx - 1]]:
                intersecoes.add(tuple(sorted([segmento, segmentos_ativos[idx -
            ↪ 1]])))

            # Verificar interseção com segmento acima
            if idx < len(segmentos_ativos) and segmento.
            ↪ intersecao(segmentos_ativos[idx]) and segmento_para_poligono[segmento] !=
            ↪ segmento_para_poligono[segmentos_ativos[idx]]:
                intersecoes.add(tuple(sorted([segmento,
            ↪ segmentos_ativos[idx]])))

            segmentos_ativos.add(segmento)
        else:
            if segmento in segmentos_ativos:
                segmento_idx = segmentos_ativos.index(segmento)

                # Verificar interseção entre segmentos vizinhos
                if 0 < segmento_idx < len(segmentos_ativos) - 1:
                    seg_below = segmentos_ativos[segmento_idx - 1]
                    seg_above = segmentos_ativos[segmento_idx + 1]
                    if seg_below.intersecao(seg_above) and
            ↪ segmento_para_poligono[seg_below] != segmento_para_poligono[seg_above]:
                        intersecoes.add(tuple(sorted([seg_below, seg_above])))

                segmentos_ativos.remove(segmento)

    return list(intersecoes)

```

2.4 Verificando Separabilidade Linear entre Duas Classes

A função `verificar_separabilidade_linear` determina se dois conjuntos de pontos, `classe_1` e `classe_2`, podem ser linearmente separados.

2.4.1 Descrição do Algoritmo

1. Construção das Envoltórias Convexas:

- Para cada conjunto de pontos, a envoltória convexa é construída usando o algoritmo de Graham Scan (`graham_scan`).

2. Criação de Segmentos das Envoltórias:

- Para cada envoltória convexa, criam-se segmentos de linha entre pontos consecutivos da envoltória.

3. Verificação de Interseção entre Segmentos:

- Todos os segmentos das duas classes são combinados em uma única lista `todos_os_segmentos`.
- Uma lista `poligonos` é criada para identificar a qual classe pertence cada segmento (1 para `classe_1` e 2 para `classe_2`).
- Utiliza-se a função `segmentos_que_se_cruzam` para determinar se existem interseções entre os segmentos das duas envoltórias.

4. Resultado:

- Se não houver interseções entre os segmentos das duas classes, as classes são linearmente separáveis e a função retorna `True`.
- Caso contrário, a função retorna `False`.

```
[9]: def verificar_separabilidade_linear(classe_1, classe_2):
    envoltoria_classe_1 = graham_scan(classe_1)
    envoltoria_classe_2 = graham_scan(classe_2)

    segmentos_classe_1 = [Segmento(envoltoria_classe_1[i],
    ↪envoltoria_classe_1[i + 1]) for i in range(len(envoltoria_classe_1) - 1)]
    segmentos_classe_2 = [Segmento(envoltoria_classe_2[i],
    ↪envoltoria_classe_2[i + 1]) for i in range(len(envoltoria_classe_2) - 1)]

    todos_os_segmentos = segmentos_classe_1 + segmentos_classe_2
    poligonos = [1] * len(segmentos_classe_1) + [2] * len(segmentos_classe_2)

    intersecoes = segmentos_que_se_cruzam(todos_os_segmentos, poligonos)
    return len(intersecoes) == 0
```

2.5 Visualização da Separabilidade Linear entre Duas Classes

A função `plot_separabilidade` tem como objetivo ilustrar graficamente se dois conjuntos de pontos, representando duas classes distintas, são linearmente separáveis no plano. Isso é feito através da construção das envoltórias convexas de ambos os conjuntos e verificando se elas se cruzam ou não.

```
[10]: def plot_separabilidade(classe_1, classe_2):

    classe_1 = graham_scan(classe_1)
    classe_2 = graham_scan(classe_2)

    # Verificar se os dados são linearmente separáveis
    separaveis = verificar_separabilidade_linear(classe_1, classe_2)

    # Plotar envoltória da classe 1
    for i in range(len(classe_1) - 1):
        plt.plot([classe_1[i].x, classe_1[i + 1].x],
                 [classe_1[i].y, classe_1[i + 1].y], 'b-')
```

```

# Plotar envoltória da classe 2
for i in range(len(classe_2) - 1):
    plt.plot([classe_2[i].x, classe_2[i + 1].x],
             [classe_2[i].y, classe_2[i + 1].y], 'r-')

if separaveis:
    plt.title("Dados são linearmente separáveis!")
else:
    plt.title("Dados não são linearmente separáveis!")

plt.xlabel('X')
plt.ylabel('Y')
plt.show()

```

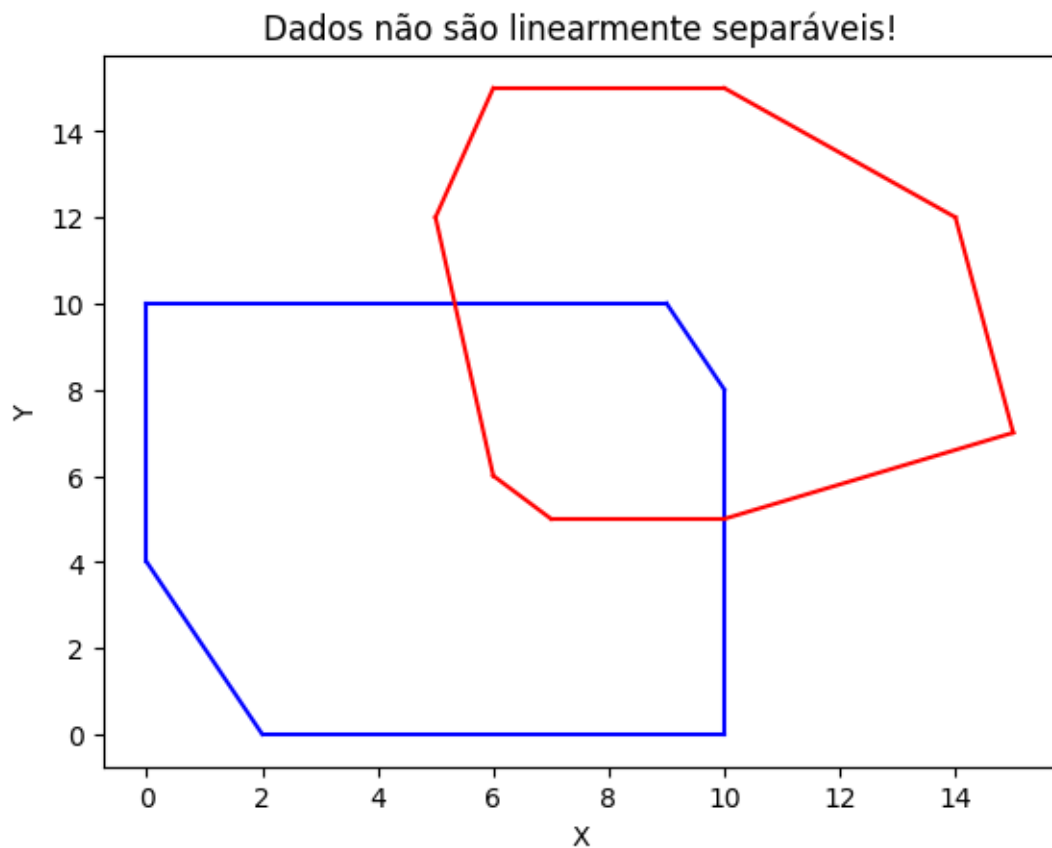
2.6 Gerar pontos aleatórios para ambas as classes

```

[11]: # Gerar pontos aleatórios para ambas as classes
classe_1_random = [Ponto(random.randint(0, 10), random.randint(0, 10)) for _ in range(50)]
classe_2_random = [Ponto(random.randint(5, 15), random.randint(5, 15)) for _ in range(15)]

plot_separabilidade(classe_1_random, classe_2_random)

```



2.7 Modelo Linear Baseado em Envoltórios Convexos

Este código busca encontrar um modelo linear para separar dois conjuntos de pontos no plano, assumindo que os pontos de cada conjunto estejam agrupados e possam ser encapsulados por envoltórios convexos.

2.7.1 Funções:

1. `encontrar_pontos_mais_proximos(env1, env2):`
 - **Entrada:** Dois envoltórios convexos (listas de pontos).
 - **Saída:** Os pontos (um de cada envoltório) que estão mais próximos entre si.
 - **Funcionamento:** A função itera sobre todos os pares de pontos entre os dois envoltórios e determina os pontos mais próximos com base na distância ao quadrado.
2. `construir_modelo_linear(pontos1, pontos2):`
 - **Entrada:** Dois conjuntos de pontos.
 - **Saída:** Uma reta (definida por sua inclinação m e interceptação b) que serve como um modelo linear entre os dois envoltórios convexos formados a partir dos pontos de entrada.
 - **Funcionamento:** Esta função constrói os envoltórios convexos, verifica se são linearmente separáveis e, em seguida, calcula uma linha perpendicular ao segmento que liga os dois pontos mais próximos dos envelopes.
3. `plot_modelo(pontos1, pontos2):`
 - **Entrada:** Dois conjuntos de pontos.
 - **Saída:** Um gráfico mostrando os dois envoltórios convexos, os pontos mais próximos e o modelo linear proposto.
 - **Funcionamento:** Esta função visualiza os dados e o modelo linear. Os envoltórios convexos são plotados em azul e vermelho, respectivamente, e o modelo linear é mostrado como uma linha ciano. Os pontos mais próximos são conectados por uma linha tracejada verde.

```
[12]: def encontrar_pontos_mais_proximos(env1, env2):
    menor_distancia = float('inf')
    ponto1 = None
    ponto2 = None

    for p1 in env1:
        for p2 in env2:
            distancia = p1.distancia_ao_quadrado(p2)
            if distancia < menor_distancia:
                menor_distancia = distancia
                ponto1 = p1
                ponto2 = p2

    return ponto1, ponto2

def construir_modelo_linear(pontos1, pontos2):
    env1 = graham_scan(pontos1)
    env2 = graham_scan(pontos2)

    if not verificar_separabilidade_linear(env1, env2):
```

```

    print('Os dados não são linearmente separáveis.')
    return None

ponto1, ponto2 = encontrar_pontos_mais_proximos(env1, env2)

ponto_medio = Ponto((ponto1.x + ponto2.x) / 2, (ponto1.y + ponto2.y) / 2)
vetor_direcao = Ponto(ponto2.x - ponto1.x, ponto2.y - ponto1.y)
vetor_direcao_perpendicular = Ponto(vetor_direcao.y, -vetor_direcao.x)

if vetor_direcao_perpendicular.x == 0:
    return 'vertical', ponto_medio.x, env1, env2
else:
    m = vetor_direcao_perpendicular.y / vetor_direcao_perpendicular.x
    b = ponto_medio.y - m * ponto_medio.x
    return m, b, env1, env2

def plot_modelo(pontos1, pontos2):
    resultado = construir_modelo_linear(pontos1, pontos2)

    if resultado is None:
        return False

    modelo, b, env1, env2 = resultado

    ponto1, ponto2 = encontrar_pontos_mais_proximos(env1, env2)
    plt.fill([p.x for p in env1], [p.y for p in env1], color='blue', alpha=0.3)
    plt.fill([p.x for p in env2], [p.y for p in env2], color='red', alpha=0.3)
    plt.plot([p.x for p in env1 + [env1[0]]], [p.y for p in env1 + [env1[0]]],
    ↪'b-')
    plt.plot([p.x for p in env2 + [env2[0]]], [p.y for p in env2 + [env2[0]]],
    ↪'r-')
    plt.plot([ponto1.x, ponto2.x], [ponto1.y, ponto2.y], 'g--')

    if modelo == 'vertical':
        plt.axvline(x=b, color='c', label='Modelo Linear')
    else:
        m = modelo
        x_vals = [min([p.x for p in env1 + env2]), max([p.x for p in env1 +
    ↪env2])]
        y_vals = [m*x+b for x in x_vals]
        plt.plot(x_vals, y_vals, 'c-', label='Modelo Linear')

    # Ajuste a escala dos eixos x e y conforme necessário
    # Defina os limites x e y para ajustar a escala do gráfico
    plt.xlim(min([p.x for p in env1 + env2]) - 1, max([p.x for p in env1 +
    ↪env2]) + 1)
    plt.ylim(min([p.y for p in env1 + env2]) - 1, max([p.y for p in env1 +
    ↪env2]) + 1)

    plt.legend()

```

```
plt.show()

return True
```

2.7.2 Gerar pontos aleatórios para ambas as classes para testar novamente

```
[13]: # Gerar pontos aleatórios para testar
      classe_1_random = [Ponto(random.randint(0, 10), random.randint(0, 10)) for _ in range(5)]
      classe_2_random = [Ponto(random.randint(5, 15), random.randint(5, 15)) for _ in range(10)]

      plot_modelo(classe_1_random, classe_2_random)
```

Os dados não são linearmente separáveis.

```
[13]: False
```

2.8 Aplicação do PCA (Análise de Componentes Principais)

O código acima define uma função que aplica a Análise de Componentes Principais (PCA) a um conjunto de dados, reduzindo suas dimensões para um número especificado. A função funciona da seguinte maneira:

2.8.1 Função: `apply_pca(data, n_components=2)`

Entrada:

- **data**: O conjunto de dados original que você deseja reduzir em dimensão.
- **n_components**: O número de componentes principais para o qual você deseja reduzir o conjunto de dados. O valor padrão é 2.

Processo:

1. Normalização:

- Antes de aplicar PCA, é essencial que os dados sejam normalizados. Isso garante que todas as características tenham igual importância durante a redução da dimensionalidade.
- Utiliza-se a classe `StandardScaler` do `scikit-learn` para normalizar os dados de modo que tenham média 0 e desvio padrão 1.

2. Aplicação do PCA:

- Utiliza-se a classe `PCA` do `scikit-learn` para realizar a redução da dimensionalidade.
- A quantidade de componentes é definida pelo parâmetro **n_components**.

3. Formatação da Saída:

- Os dados reduzidos são convertidos de volta para um `DataFrame` do `pandas` com nomes de colunas correspondentes aos componentes principais (por exemplo, “Componente 1”, “Componente 2”, ...).

Saída:

- Retorna um `DataFrame` contendo os dados transformados com suas principais componentes.

```
[14]: def apply_pca(data, n_components=2):
    # Normaliza os dados
    scaler = StandardScaler()
    normalized_data = scaler.fit_transform(data)

    # Aplica PCA
    pca = PCA(n_components=n_components)
    reduced_data = pca.fit_transform(normalized_data)

    return pd.DataFrame(reduced_data, columns=[f'Componente {i+1}' for i in
    ↪range(n_components)])
```

2.9 Cálculo de métricas

Após a conclusão dos algoritmos para a implementação do modelo linear, será necessário o cálculo das métricas para avaliar o desempenho do classificador. Para isso, o código abaixo foi implementado, ele é útil para analisar e compreender a distribuição e classificação de pontos em um espaço 2D, calculando as métricas de precisão, revocação e f1-escore.

```
[15]: def prever(modelo, ponto, positive_label, negative_label):
    m, c = modelo[:2]
    if ponto.y > m * ponto.x + c:
        return positive_label
    else:
        return negative_label

def calcular_metricas(label_name, test, modelo, positive_label,
    ↪negative_label):
    verdadeiros = test[label_name].tolist()
    previstos = [prever(modelo, Ponto(row['Componente 1'], row['Componente
    ↪2']), positive_label, negative_label) for _, row in test.iterrows()]

    tp = sum(1 for v, p in zip(verdadeiros, previstos) if v == positive_label
    ↪and p == positive_label)
    fp = sum(1 for v, p in zip(verdadeiros, previstos) if v == negative_label
    ↪and p == positive_label)
    fn = sum(1 for v, p in zip(verdadeiros, previstos) if v == positive_label
    ↪and p == negative_label)

    precisao = tp / (tp + fp) if tp + fp != 0 else 0
    revocacao = tp / (tp + fn) if tp + fn != 0 else 0
    f1 = 2 * (precisao * revocacao) / (precisao + revocacao) if (precisao +
    ↪revocacao) != 0 else 0

    return precisao, revocacao, f1

def plotar_classificacao(pontos1, pontos2):
    # Extrair coordenadas x e y dos pontos para plotagem
    modelo = construir_modelo_linear(pontos1, pontos2)
    if modelo is None:
```

```

    return [], []

x1, y1 = zip(*[(p.x, p.y) for p in pontos1])
x2, y2 = zip(*[(p.x, p.y) for p in pontos2])

# Plotar os pontos
plt.scatter(x1, y1, color='blue', label='Classe 1')
plt.scatter(x2, y2, color='red', label='Classe 2')

# Plotar a reta do modelo
if modelo[0] == 'vertical':
    plt.axvline(x=modelo[1], color='green', linestyle='--', label='Reta do_
↪Modelo')
else:
    # Criando uma sequência de valores x para a reta
    x_reta = list(range(int(min(x1 + x2)) - 1, int(max(x1 + x2)) + 2))
    y_reta = [modelo[0] * x + modelo[1] for x in x_reta]

    plt.plot(x_reta, y_reta, color='green', linestyle='--', label='Reta do_
↪Modelo')

plt.xlabel('X')
plt.ylabel('Y')
plt.legend()
plt.title('Classificação de Pontos com Modelo Linear')
plt.grid(True)
plt.show()

def classificar_pontosIris(ponto, modelo):
    if modelo[0] == 'vertical':
        return 1 if ponto.x > modelo[1] else 2
    else:
        y_modelo = modelo[0] * ponto.x + modelo[1]
        return 1 if ponto.y >= y_modelo else 2

def calcular_metricasIris(pontos1, pontos2, modelo):
    VP = sum(1 for ponto in pontos1 if classificar_pontosIris(ponto, modelo)_
↪== 1)
    FN = len(pontos1) - VP

    VN = sum(1 for ponto in pontos2 if classificar_pontosIris(ponto, modelo)_
↪== 2)
    FP = len(pontos2) - VN

    precisao = VP / (VP + FP) if (VP + FP) != 0 else 0
    revocacao = VP / (VP + FN) if (VP + FN) != 0 else 0
    f1_score = 2 * (precisao * revocacao) / (precisao + revocacao) if_
↪(precisao + revocacao) != 0 else 0

```



```
return precisao, revocacao, f1_score
```

2.10 Testando os algoritmos com o dataset IRIS

Abaixo terá uma sequência de passos que fizemos para que de fato utilizar todos os algoritmos implementados e montar o classificador como um todo, feito sem o uso de PCA para explicitar a diferença ao não usá-lo.

Import DataSet Iris

```
[16]: from ucimlrepo import fetch_ucirepo

# fetch dataset
iris = fetch_ucirepo(id=53)

# data (as pandas dataframes)
x = iris.data.features
y = iris.data.targets

irisData = pd.concat([x, y], axis=1)
irisData.head()
```

```
[16]:
```

	sepal length	sepal width	petal length	petal width	class
0	5.1	3.5	1.4	0.2	Iris-setosa
1	4.9	3.0	1.4	0.2	Iris-setosa
2	4.7	3.2	1.3	0.2	Iris-setosa
3	4.6	3.1	1.5	0.2	Iris-setosa
4	5.0	3.6	1.4	0.2	Iris-setosa

Separando em grupos de teste(30%) e treino(70%) E separando as duas classes que iremos utilizar para os cálculos Iris-versicolor e Iris-setosa

```
[17]: irisTest = irisData.sample(frac = 0.3)
irisTrain = irisData.drop(irisTest.index)

versicolor = irisTrain[irisTrain['class'] == 'Iris-versicolor']

versicolor = versicolor.drop(labels=['sepal width', 'petal width'], axis=1)
versicolor.head(5)

setosa= irisTrain[irisTrain['class'] == 'Iris-setosa']
setosa = setosa.drop(labels=['sepal width', 'petal width'], axis=1)
setosa.head(5)
```

```
[17]:
```

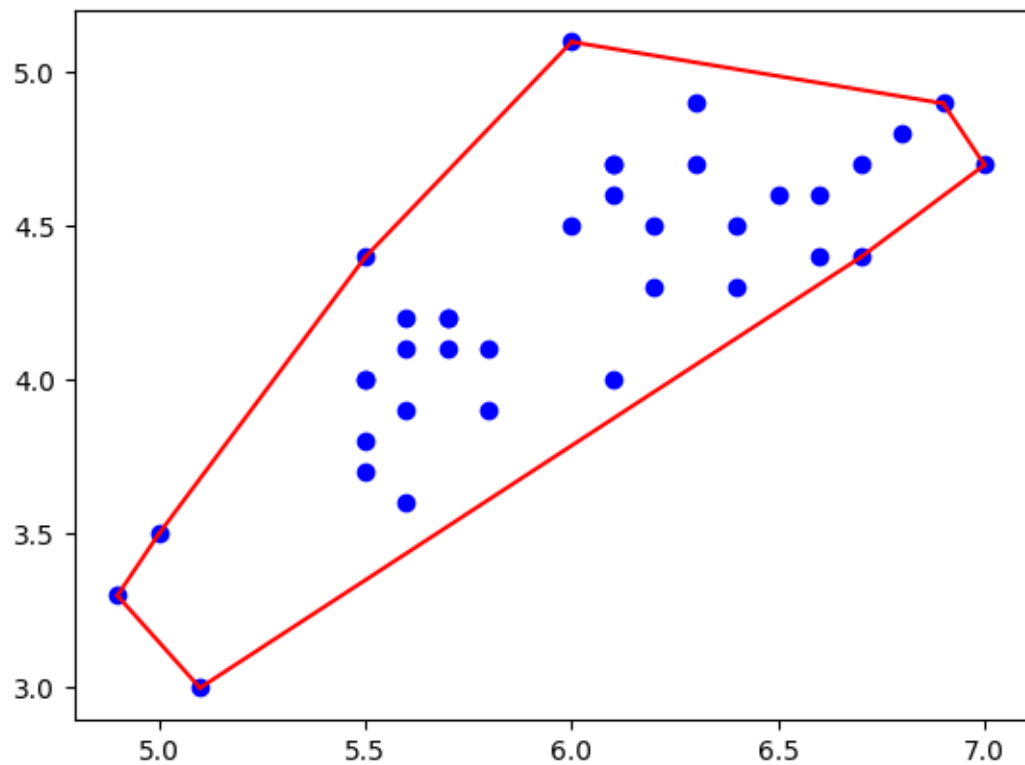
	sepal length	petal length	class
0	5.1	1.4	Iris-setosa
2	4.7	1.3	Iris-setosa
4	5.0	1.4	Iris-setosa
5	5.4	1.7	Iris-setosa
8	4.4	1.4	Iris-setosa

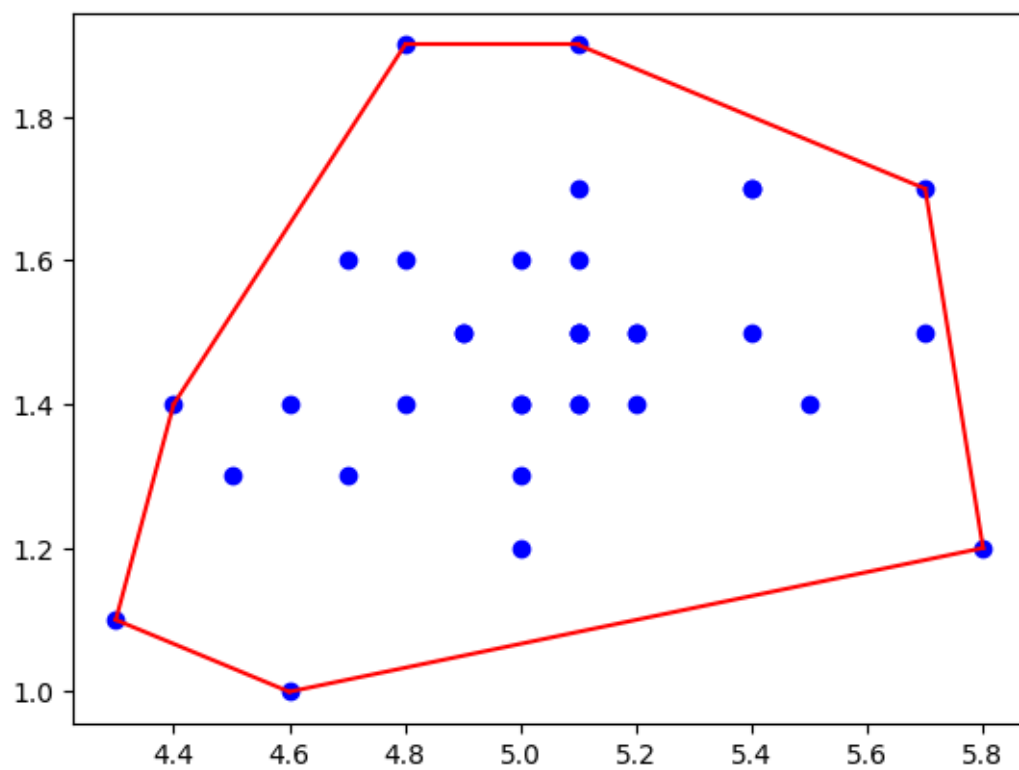
Rodando o algoritmo de Graham Scan para gerar as duas envoltórias referentes aos pontos que foram separados.

```
[18]: pointsVersicolor = [Ponto(row['sepal length'], row['petal length']) for index, row
    ↪ in versicolor.iterrows()]

versicolorEnv = graham_scan(pointsVersicolor)
plot_envoltoria(pointsVersicolor, versicolorEnv)

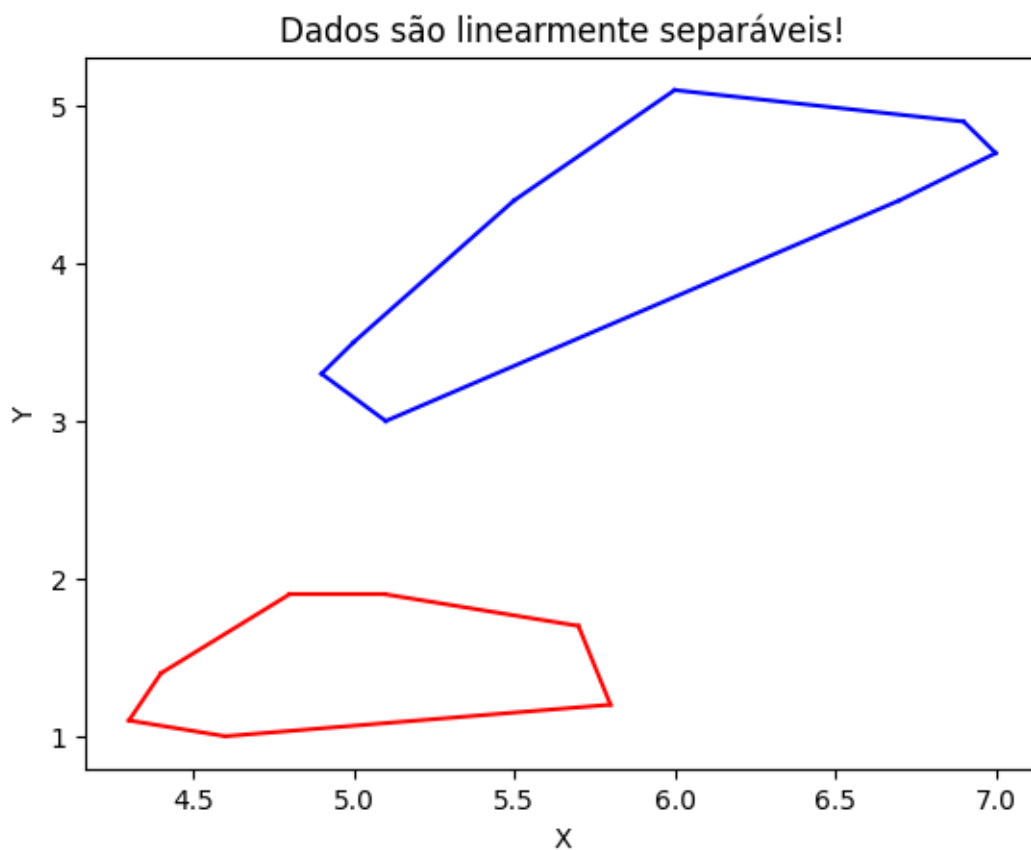
pointsSetosa = [Ponto(row['sepal length'], row['petal length']) for index, row
    ↪ in setosa.iterrows()]
setosaEnv = graham_scan(pointsSetosa)
plot_envoltoria(pointsSetosa, setosaEnv)
```





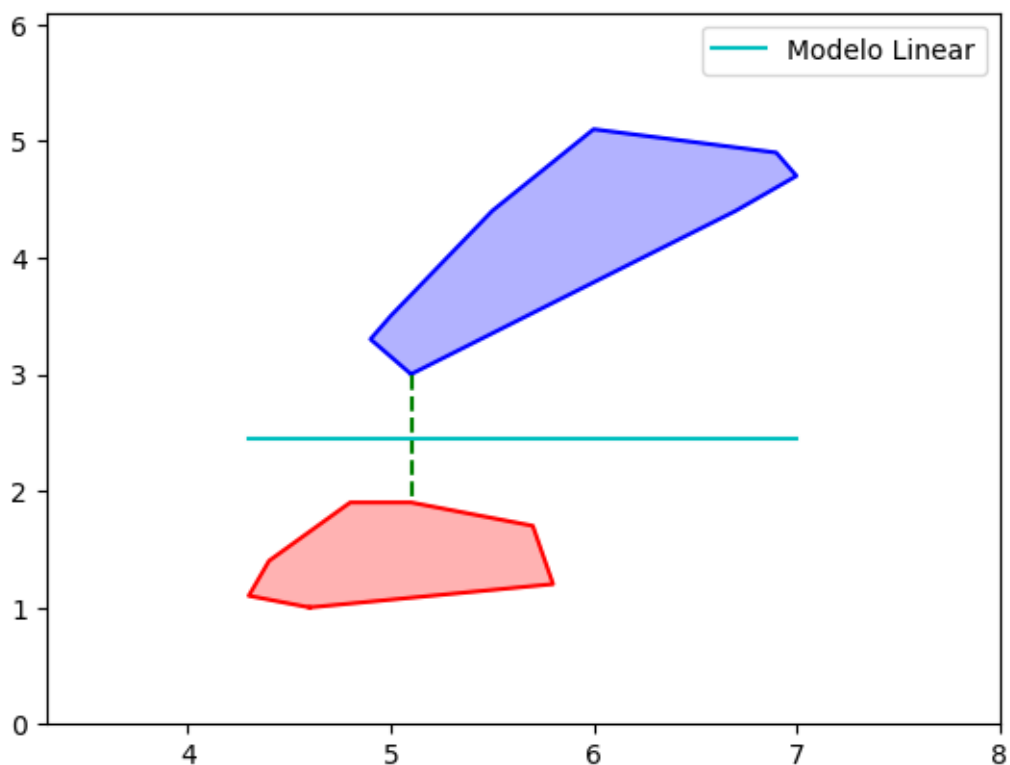
Verificando a separabilidade linear dos pontos, por meio de suas envoltórias.

```
[19]: verificar_separabilidade_linear(versicolorEnv, setosaEnv)  
      plot_separabilidade(pointsVersicolor, pointsSetosa)
```



Após verificar a separabilidade linear, rodamos o algoritmo de construção de modelo, onde ele pega os vertices mais próximos das envoltórias e traça uma reta (linha tracejada verde). A partir dessa reta, traça-se uma nova reta(azul) a partir do ponto médio da linha verde, a inclinação da reta é proporcional a precisão do modelo, quanto melhor for a precisão “mais perpendicular” ela fica.

```
[20]: modelo = construir_modelo_linear(pointsVersicolor, pointsSetosa)
      plot_modelo(pointsVersicolor, pointsSetosa)
```



[20]: True

Representação dos cálculos das métricas

```
[21]: precisao, revocacao, f1 = calcular_metricasIris(pointsVersicolor,
    ↪ pointsSetosa, modelo)
print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
print(f"F1-score: {f1:.2f}")
```

```
Precisão: 1.00
Revocação: 1.00
F1-score: 1.00
```

3 Avaliação de Precisão em Classificação de Dados com 10 Datasets

Neste estudo, conduziremos uma análise abrangente da precisão em classificação de dados em 10 conjuntos de dados distintos. O objetivo principal é aplicar um modelo de classificação linear a cada um dos 10 datasets e avaliar a sua eficácia. A abordagem adotada inclui a utilização de Análise de Componentes Principais (PCA), cálculo do casco convexo, verificação da separabilidade linear, construção de modelos lineares e a medição de métricas de desempenho.

Os passos principais deste estudo incluem: 1. Aplicação do PCA para redução de dimensionalidade nos conjuntos de dados. 2. Divisão dos dados em conjuntos de treinamento e teste. 3. Cálculo do casco convexo para as classes relevantes em cada conjunto de dados. 4. Verificação da

separabilidade linear entre as classes. 5. Construção de modelos de classificação linear. 6. Avaliação do desempenho dos modelos por meio da medição de métricas como precisão, revocação e F1-score.

Os resultados obtidos serão apresentados de forma clara e concisa para cada conjunto de dados, destacando a precisão alcançada em cada caso. Este estudo visa fornecer insights sobre a capacidade de classificação em uma variedade de cenários de dados e demonstrar como a aplicação de técnicas como PCA e casco convexo pode influenciar o desempenho dos modelos.

Vamos agora prosseguir com a execução do modelo nos 10 datasets e analisar os resultados obtidos.

3.1 Sobre o Dataset “Iris”

O dataset “Iris” é um conjunto de dados amplamente reconhecido e utilizado na área de Aprendizado de Máquina e Estatística. Consiste em 150 amostras de três espécies de flores do gênero Iris, sendo elas: Iris setosa, Iris virginica e Iris versicolor. Cada amostra contém quatro atributos (ou características) relacionados às dimensões das pétalas e sépalas da flor, em centímetros.

```
[34]: # Aplicando PCA
irisPCA = apply_pca(irisData.drop(labels=['class'], axis=1))
irisPCA['class'] = irisData['class']

irisTest = irisPCA.sample(frac = 0.3)
irisTrain = irisPCA.drop(irisTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'class'
irisTrain0 = irisTrain[irisTrain['class'] == 'Iris-setosa']
irisTrain1 = irisTrain[irisTrain['class'] == 'Iris-versicolor']

# Convertendo para pontos
irisTrain0Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
    ↪irisTrain0.iterrows()]
irisTrain1Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
    ↪irisTrain1.iterrows()]

# Plotando o casco convexo
irisTrain0Env = graham_scan(irisTrain0Pts)
plot_envoltoria(irisTrain0Pts, irisTrain0Env)

irisTrain1Env = graham_scan(irisTrain1Pts)
plot_envoltoria(irisTrain1Pts, irisTrain1Env)

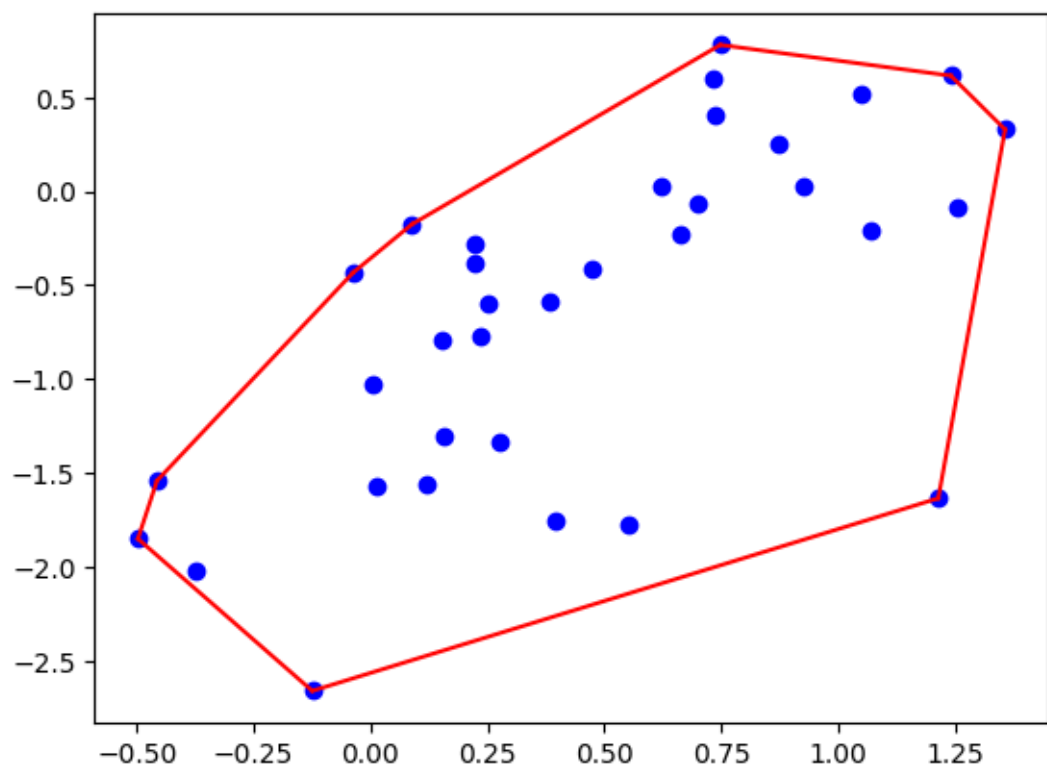
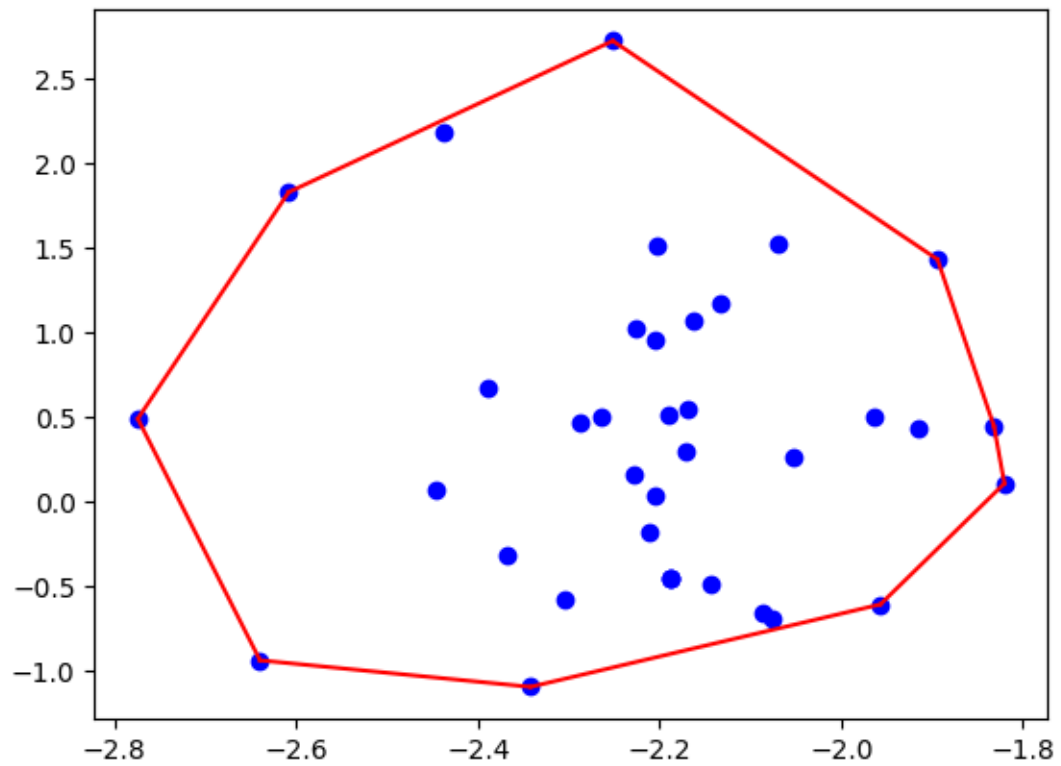
separavel = verificar_separabilidade_linear(irisTrain0Env, irisTrain1Env)
plot_separabilidade(irisTrain0Pts, irisTrain1Pts)

modelo = construir_modelo_linear(irisTrain0Pts, irisTrain1Pts)
if (modelo):
    plot_modelo(irisTrain0Pts, irisTrain1Pts)
    label_iris = 'class'
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas(label_iris, irisTest, modelo,
    ↪positive_label='Iris-setosa', negative_label='Iris-versicolor')
```

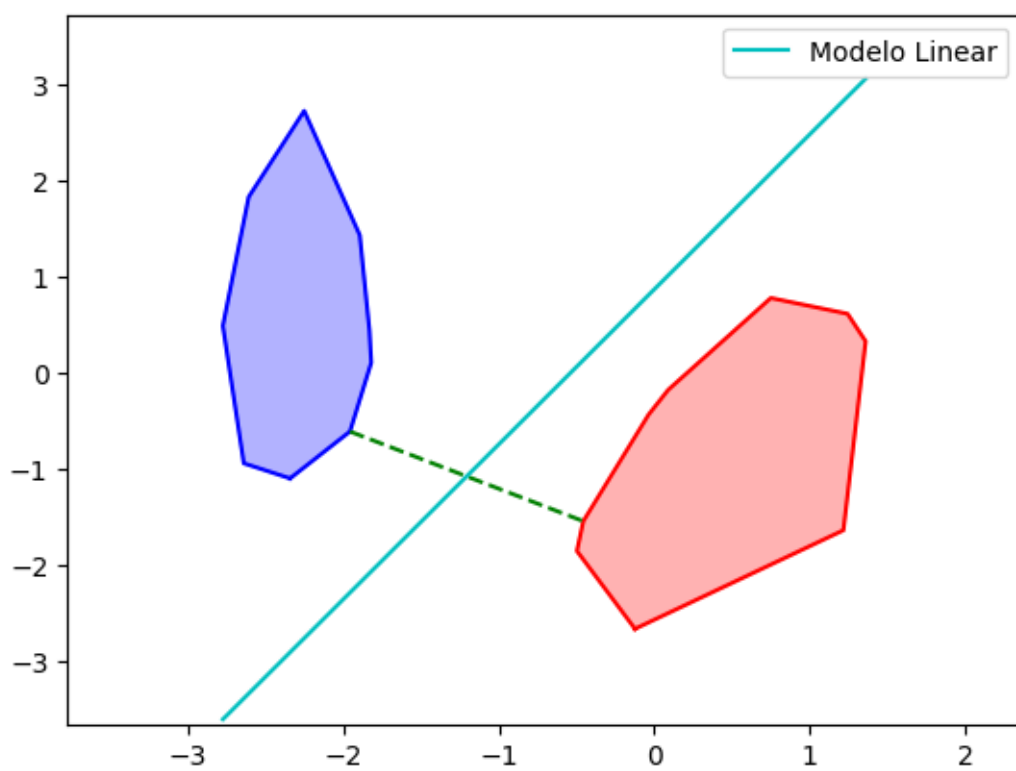
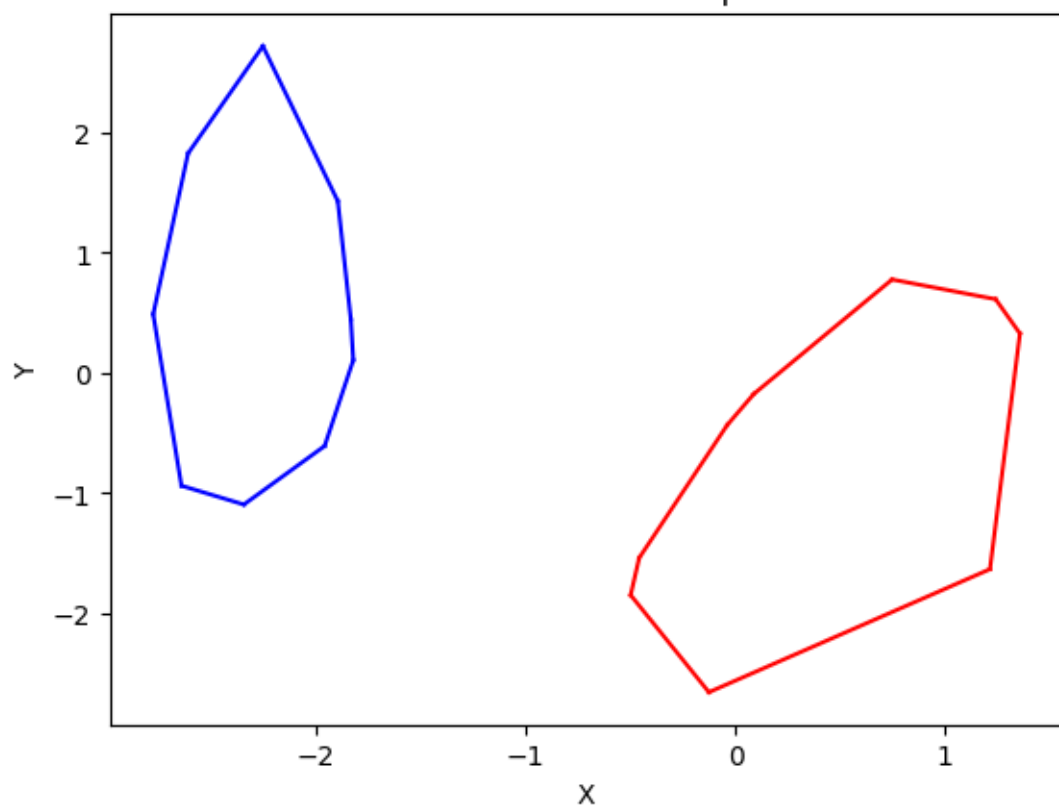
```

print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
print(f"Revocação : {revocacao:.2f}")
print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```



Dados são linearmente separáveis!



Precisão: 1.00
Revocação : 0.92
F1-score: 0.96

3.2 Sobre o Dataset “Digits”

O dataset “Digits” é um conjunto de dados amplamente utilizado na área de Aprendizado de Máquina e Reconhecimento de Padrões. Ele é composto por imagens em escala de cinza de dígitos escritos à mão, variando de 0 a 9. Cada imagem possui uma resolução de 8x8 pixels, resultando em 64 atributos (ou características) para cada exemplo. Este dataset é um recurso fundamental para a comunidade de Aprendizado de Máquina, ajudando a construir e testar modelos de classificação, especialmente em tarefas de reconhecimento de dígitos manuscritos.

```
[23]: from sklearn.datasets import load_digits

digits = load_digits()
data = pd.DataFrame(digits.data)
data['label'] = digits.target

# Aplicando PCA
digitsPCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))
digitsPCA['label'] = data['label']

digitsTest = digitsPCA.sample(frac = 0.3)
digitsTrain = digitsPCA.drop(digitsTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
digitsTrain6 = digitsTrain[digitsTrain['label'] == 6]
digitsTrain7 = digitsTrain[digitsTrain['label'] == 7]

# Convertendo para pontos
digitsTrain6Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row_ in digitsTrain6.iterrows()]
digitsTrain7Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row_ in digitsTrain7.iterrows()]

# Plotando o casco convexo
digitsTrain6Env = graham_scan(digitsTrain6Pts)
plot_envoltoria(digitsTrain6Pts, digitsTrain6Env)

digitsTrain7Env = graham_scan(digitsTrain7Pts)
plot_envoltoria(digitsTrain7Pts, digitsTrain7Env)

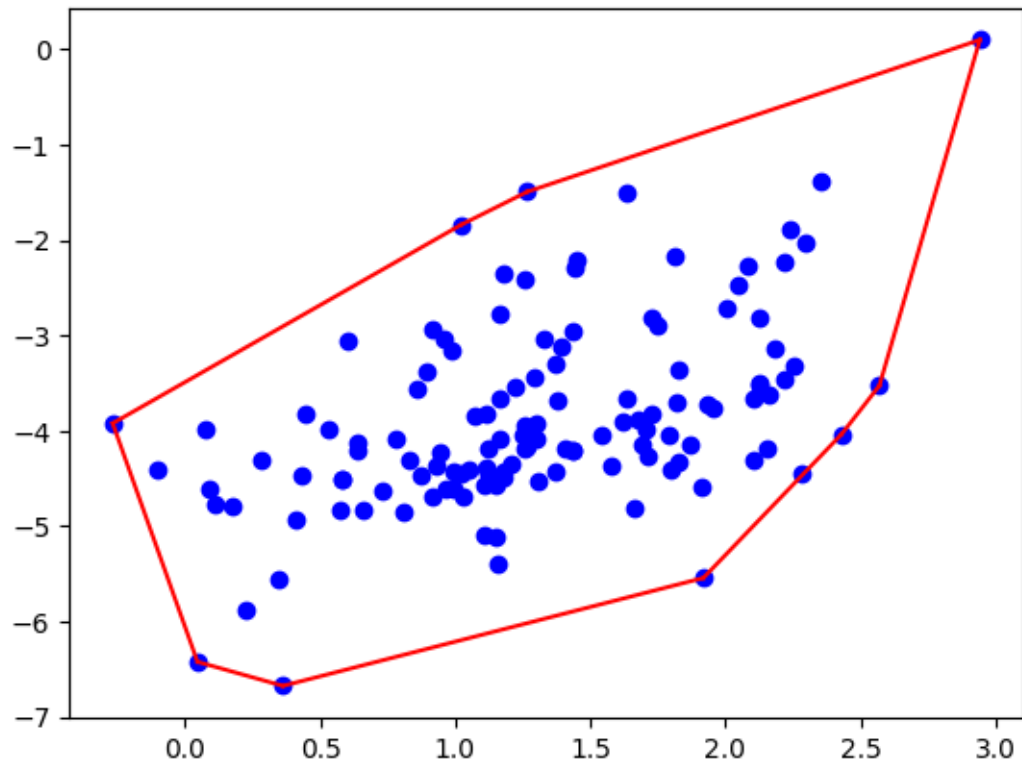
separavel = verificar_separabilidade_linear(digitsTrain6Env, digitsTrain7Env)
plot_separabilidade(digitsTrain6Pts, digitsTrain7Pts)

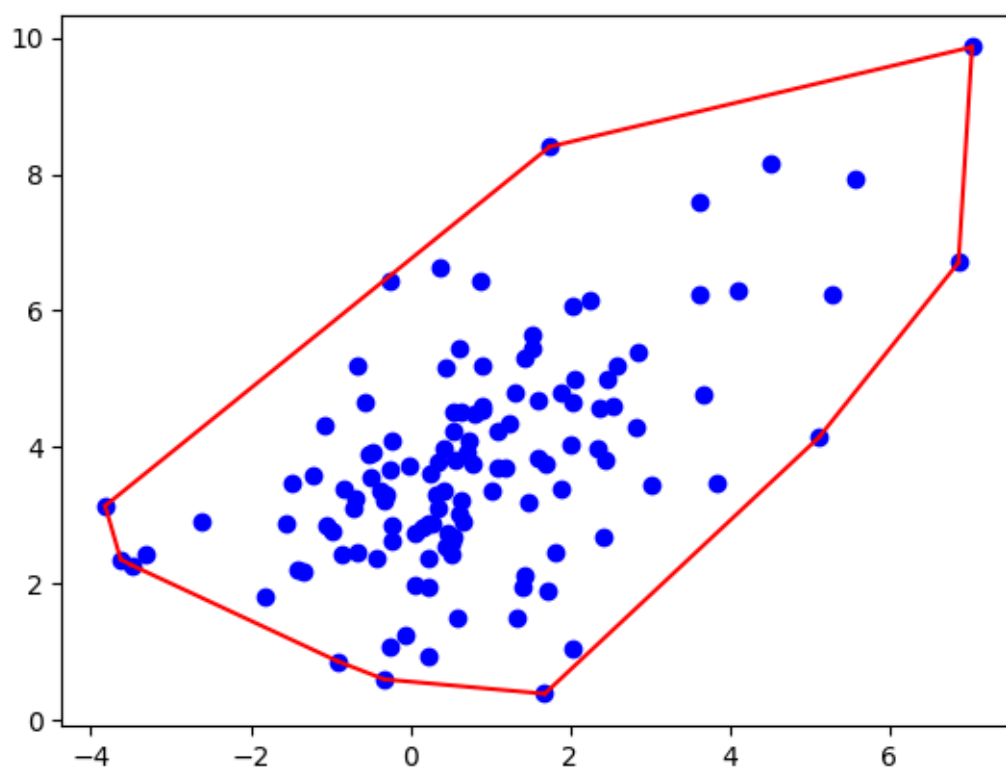
modelo = construir_modelo_linear(digitsTrain6Pts, digitsTrain7Pts)
if (modelo):
    plot_modelo(digitsTrain6Pts, digitsTrain7Pts)
```

```

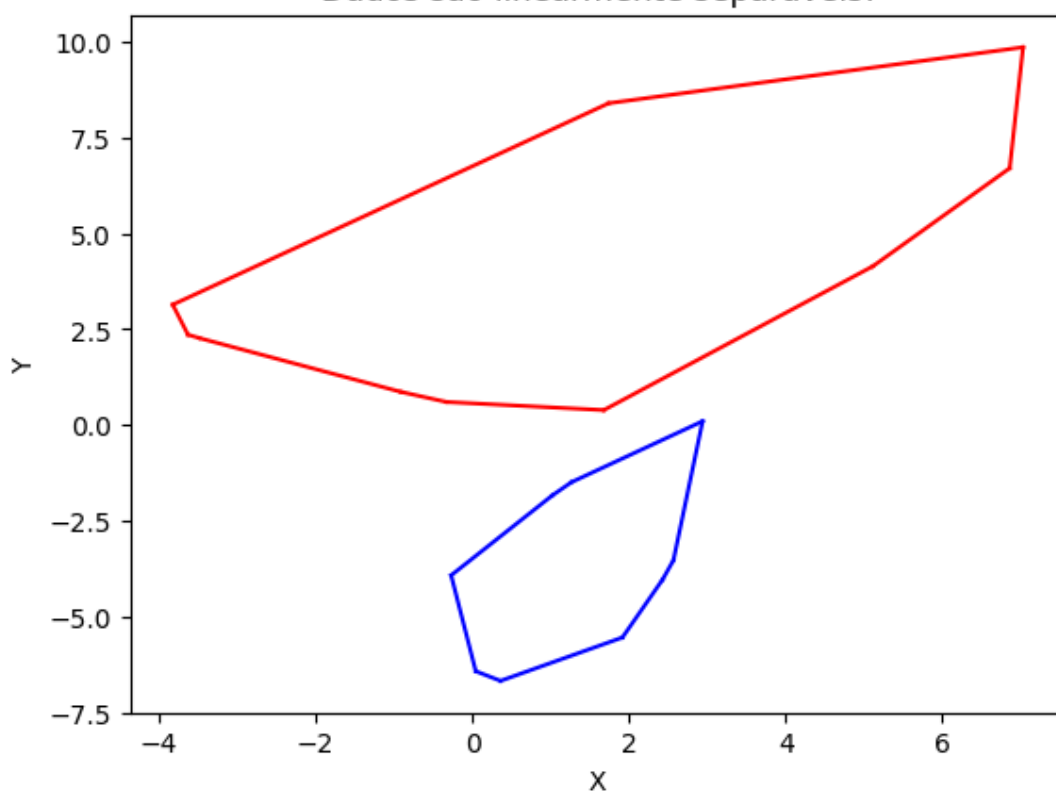
label_digits = 'label'
precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas(label_digits, digitsTrain,
↪modelo, positive_label=6, negative_label=7) # Note que corriji os labels
print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
print(f"F1-score: {f1:.2f}")

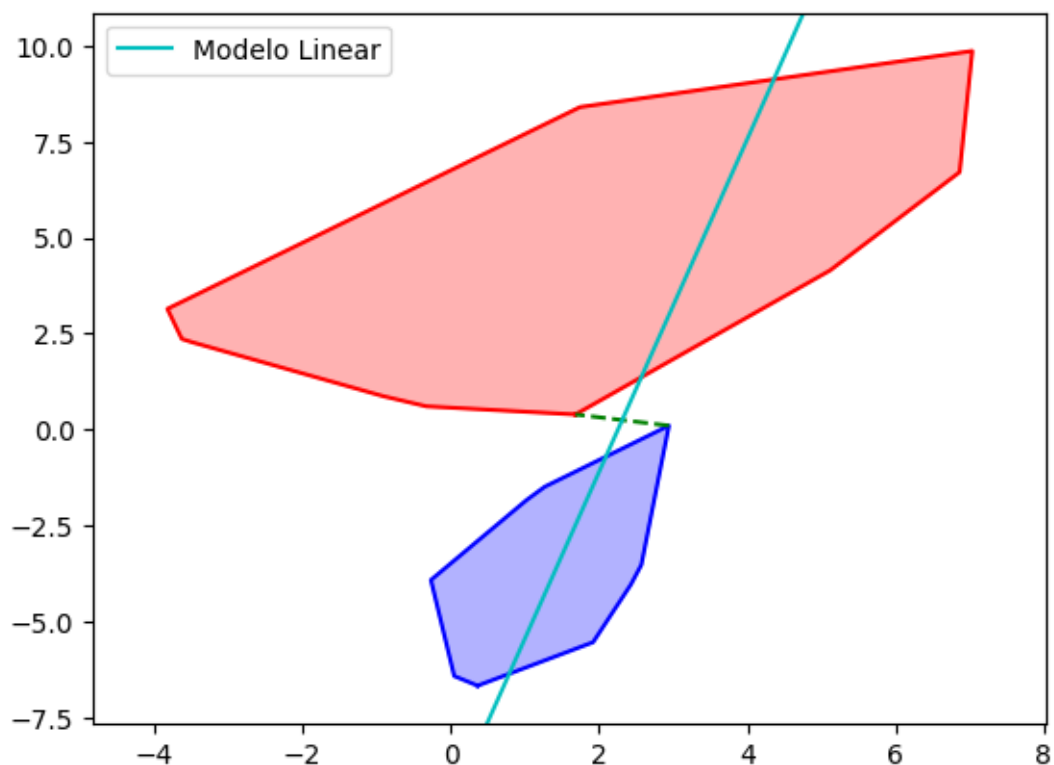
```





Dados são linearmente separáveis!





Precisão: 0.39
 Revocação: 0.59
 F1-score: 0.47

3.3 Sobre o Dataset “Olivetti Faces”

O dataset “Olivetti Faces” é um conjunto de dados amplamente reconhecido e utilizado na área de Visão Computacional e Aprendizado de Máquina. Esse dataset é notável por sua ênfase em reconhecimento facial e consiste em uma coleção de imagens de faces de 40 indivíduos diferentes. Cada pessoa é representada em 10 imagens distintas, totalizando 400 imagens no conjunto de dados. Sua variedade de faces, resolução das imagens e disponibilidade ampla o tornam uma escolha comum para avaliação de algoritmos de reconhecimento facial e visão computacional.

```
[24]: from sklearn.datasets import fetch_olivetti_faces

faces = fetch_olivetti_faces(shuffle=True)
data = pd.DataFrame(faces.data)
data['label'] = faces.target

# Aplicando PCA
facesPCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))
facesPCA['label'] = data['label']

facesTest = facesPCA.sample(frac = 0.3)
facesTrain = facesPCA.drop(facesTest.index)
```

```

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
facesTrain0 = facesTrain[facesTrain['label'] == 0]
facesTrain1 = facesTrain[facesTrain['label'] == 1]

# Convertendo para pontos
facesTrain0Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row_
    ↪in facesTrain0.iterrows()]
facesTrain1Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row_
    ↪in facesTrain1.iterrows()]

# Plotando o casco convexo
facesTrain0Env = graham_scan(facesTrain0Pts)
plot_envoltoria(facesTrain0Pts, facesTrain0Env)

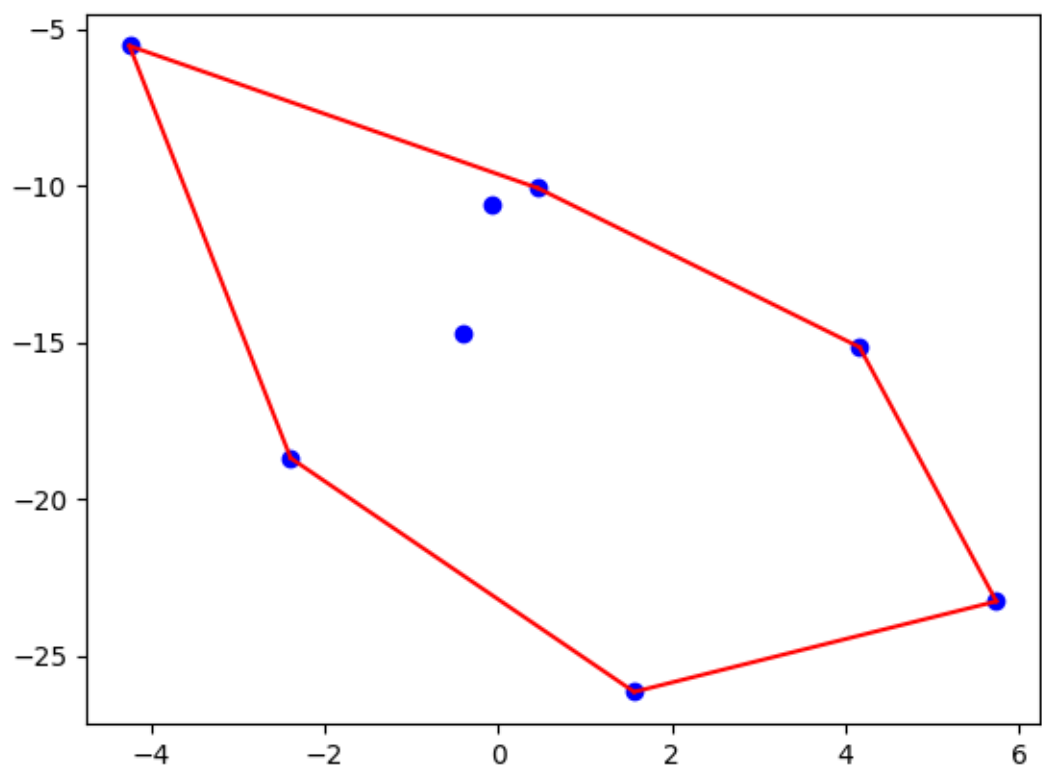
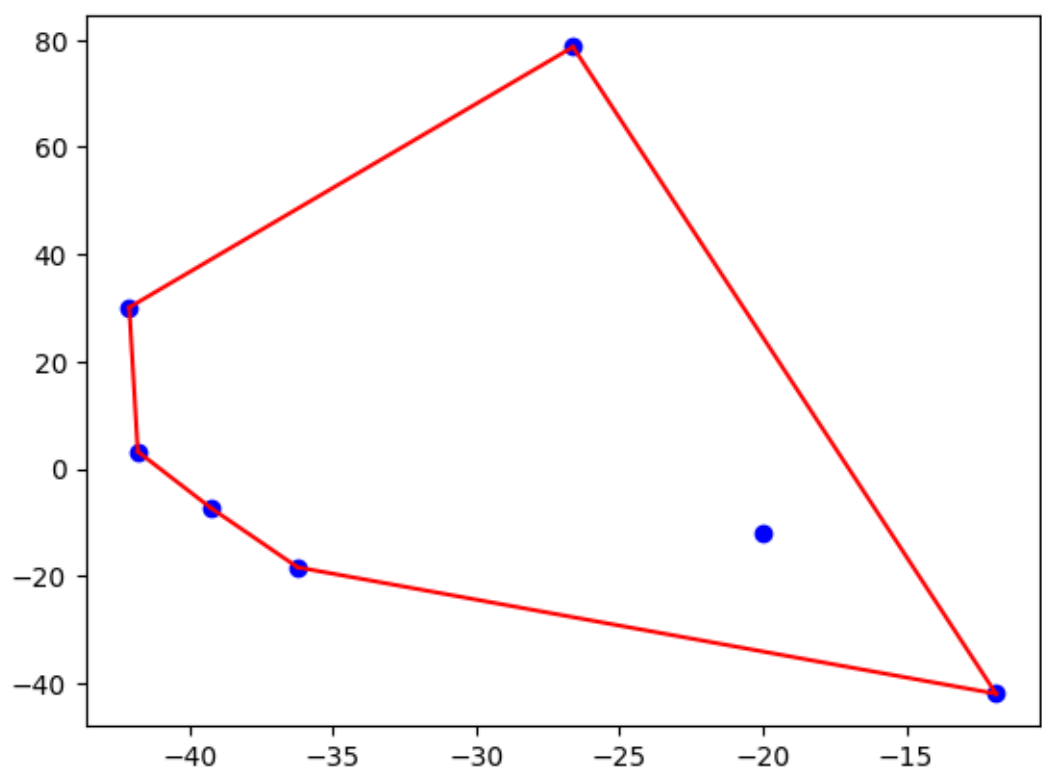
facesTrain1Env = graham_scan(facesTrain1Pts)
plot_envoltoria(facesTrain1Pts, facesTrain1Env)

separavel = verificar_separabilidade_linear(facesTrain0Env, facesTrain1Env)
plot_separabilidade(facesTrain0Pts, facesTrain1Pts)

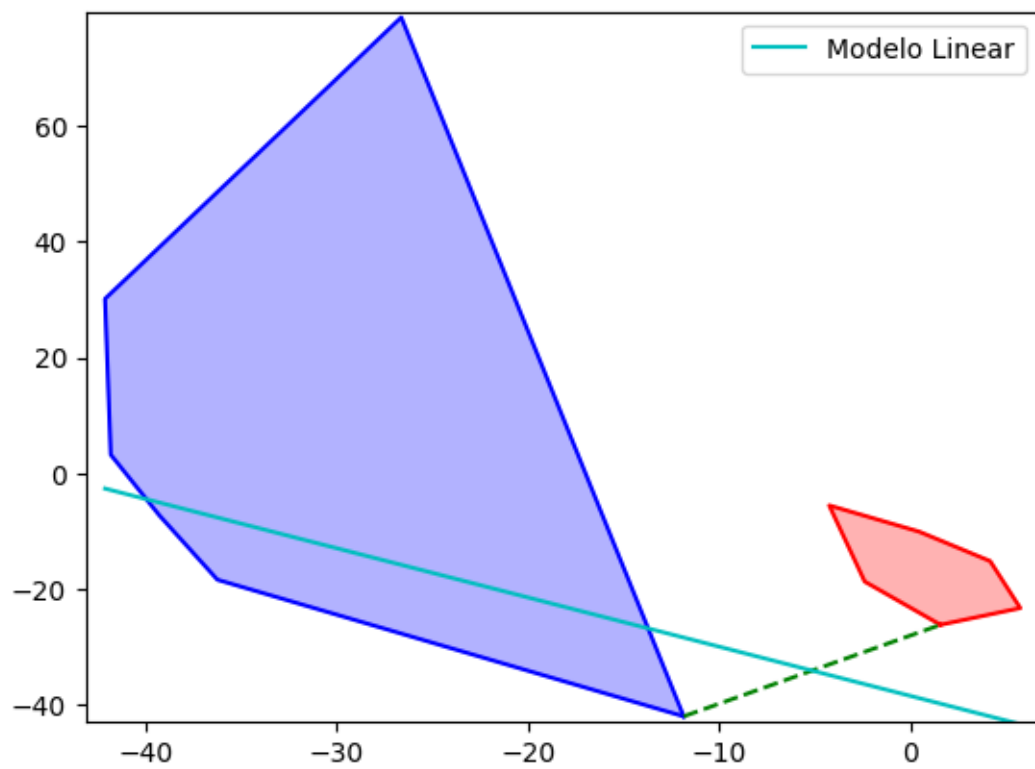
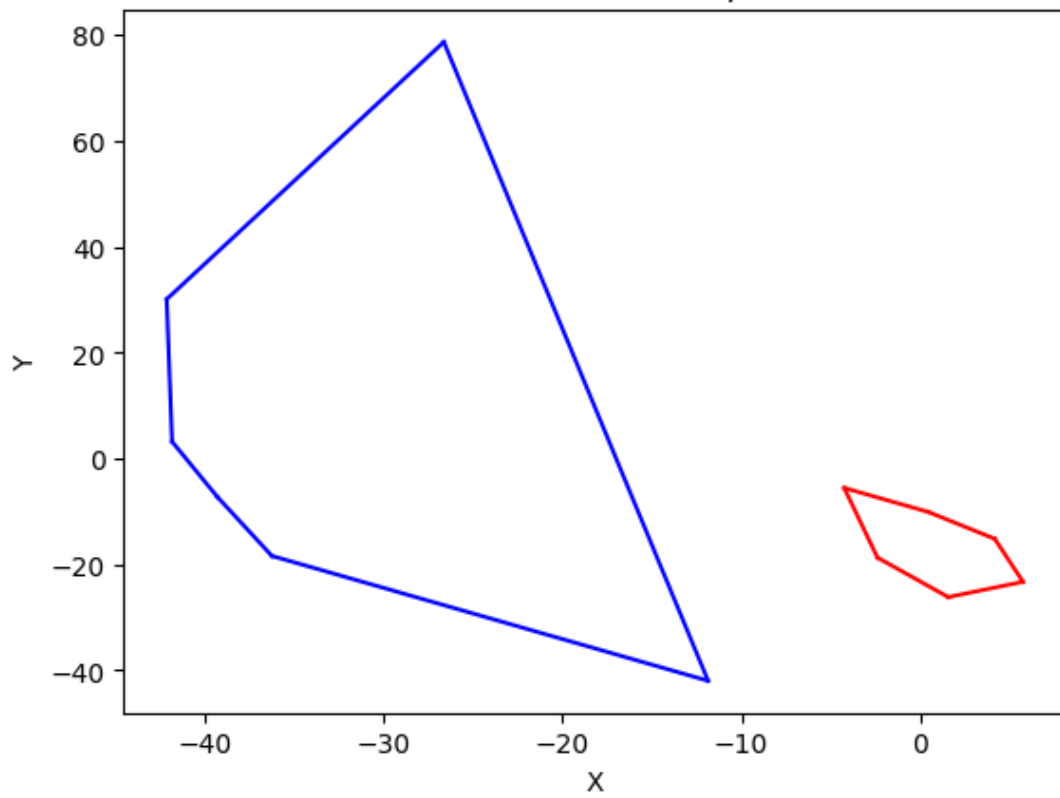
if separavel:
    modelo = construir_modelo_linear(facesTrain0Pts, facesTrain1Pts)
    plot_modelo(facesTrain0Pts, facesTrain1Pts)

    label_faces = 'label'
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas(label_faces, facesTest,
    ↪modelo, positive_label=0, negative_label=1)
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```



Dados são linearmente separáveis!



Precisão: 0.50
Revocação: 0.67
F1-score: 0.57

3.4 Sobre o Dataset “Breast Cancer” (Câncer de Mama)

O dataset “Breast Cancer” (Câncer de Mama) é uma referência na área de Aprendizado de Máquina e Medicina, sendo utilizado para tarefas de diagnóstico de câncer de mama. Ele contém informações detalhadas sobre características de tumores de mama, permitindo a construção de modelos de classificação para determinar se um tumor é benigno ou maligno. Este dataset uma ferramenta crucial no campo da medicina e Aprendizado de Máquina, permitindo o desenvolvimento de modelos de classificação para auxiliar no diagnóstico de câncer de mama e, assim, contribuir para a saúde e bem-estar das pacientes.

```
[25]: from sklearn.datasets import load_breast_cancer

# Carregando os dados
cancer = load_breast_cancer()
data = pd.DataFrame(cancer.data)

# Adicionando uma coluna com os rótulos
data['label'] = cancer.target

cancerPCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))
cancerPCA['label'] = data['label'] # Adicionando o rótulo de volta após o PCA

cancerTest = cancerPCA.sample(frac = 0.3)
cancerTrain = cancerPCA.drop(cancerTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
cancerPCA0 = cancerTrain[cancerTrain['label'] == 0]
cancerPCA1 = cancerTrain[cancerTrain['label'] == 1]

# Convertendo para pontos
cancerPCA0Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
                 ↪cancerPCA0.iterrows()]
cancerPCA1Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
                 ↪cancerPCA1.iterrows()]

# Calculando e Plotando a envoltória convexa
cancerPCA0Env = graham_scan(cancerPCA0Pts)
plot_envoltoria(cancerPCA0Pts, cancerPCA0Env)

cancerPCA1Env = graham_scan(cancerPCA1Pts)
plot_envoltoria(cancerPCA1Pts, cancerPCA1Env)

separavel = verificar_separabilidade_linear(cancerPCA0Env, cancerPCA1Env)
plot_separabilidade(cancerPCA0Pts, cancerPCA1Pts)

if separavel:
    modelo = construir_modelo_linear(cancerPCA0Pts, cancerPCA1Pts)
```

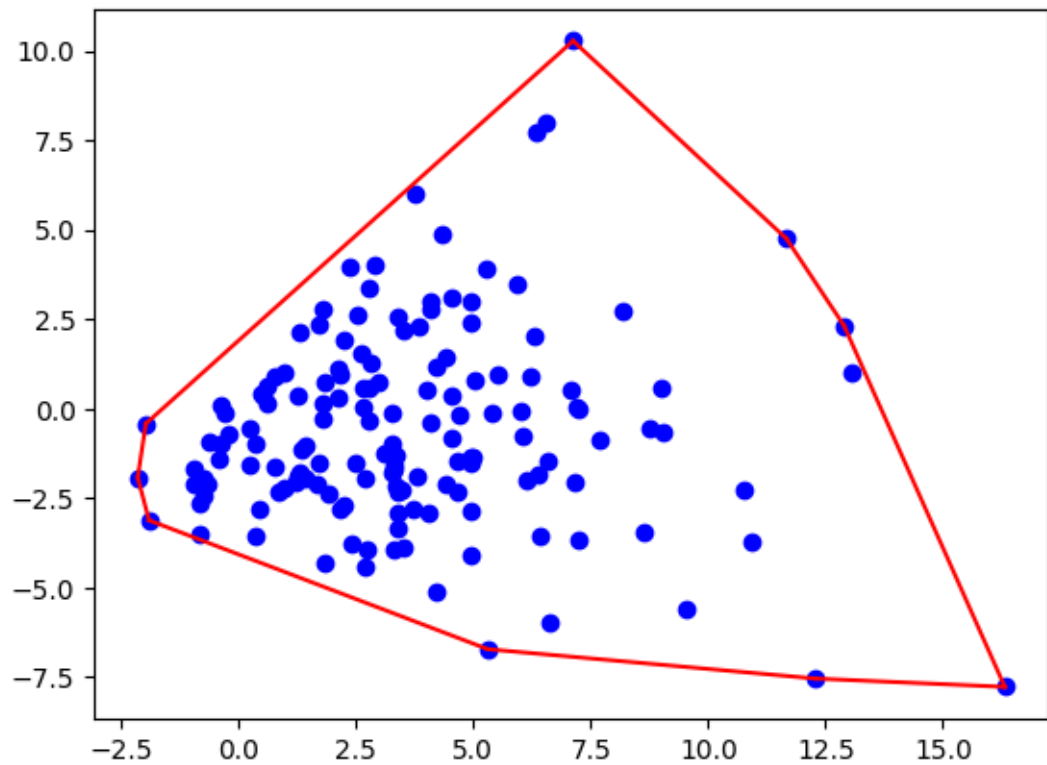


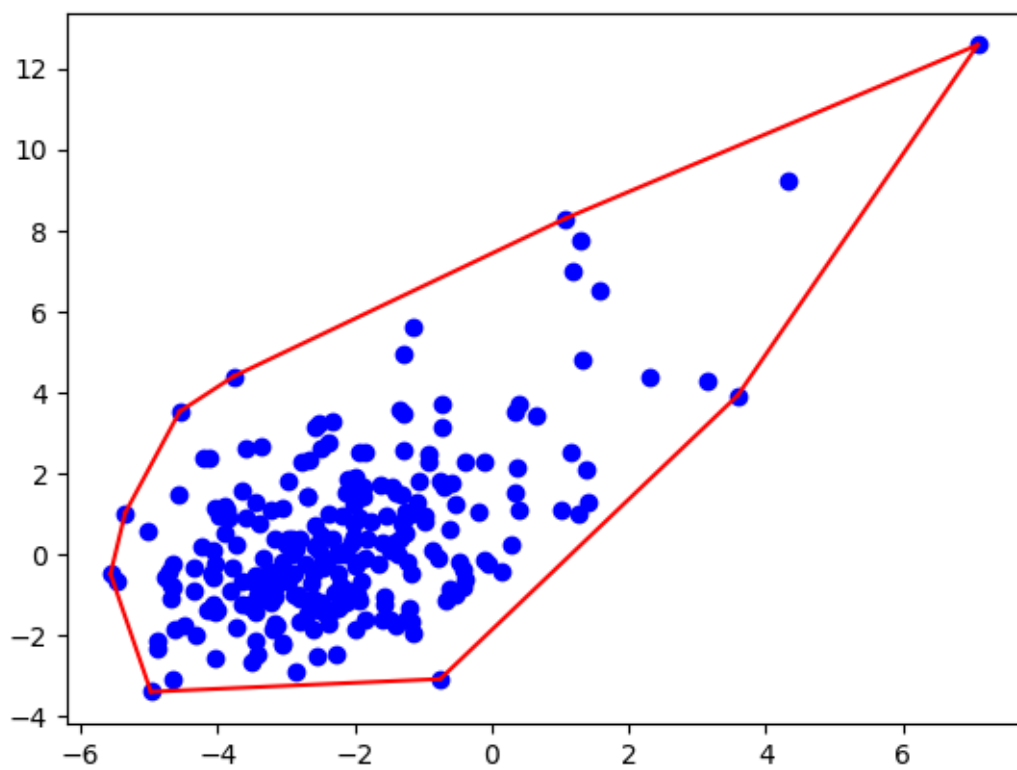
```

plot_modelo(cancerPCAOpts, cancerPCA1Pts)

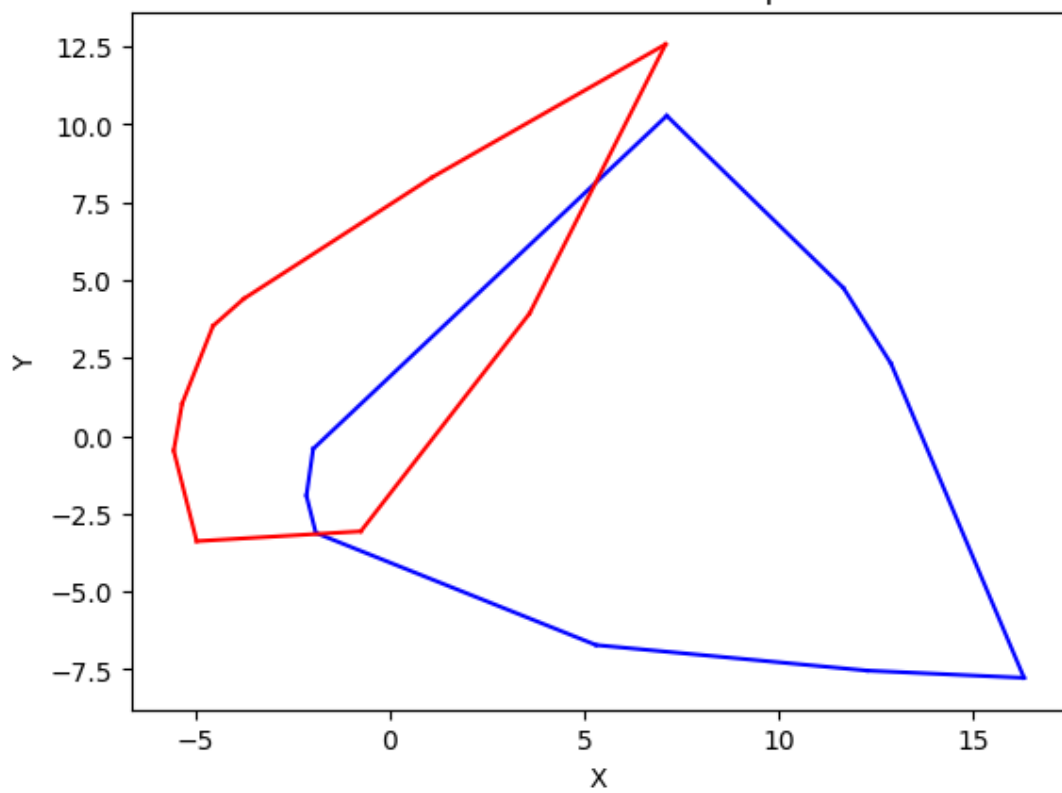
label_cancer = 'label'
precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas(label_cancer, cancerTest,
→modelo, positive_label=0, negative_label=1)
print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```





Dados não são linearmente separáveis!



3.5 Sobre o Dataset “Load Wine” (Conjunto de Dados do Vinho)

O dataset “Load Wine,” também conhecido como “Conjunto de Dados do Vinho,” é um conjunto de dados amplamente utilizado no campo de Análise de Vinhos e Aprendizado de Máquina. Ele contém informações sobre diversas características químicas de vinhos produzidos a partir de três diferentes cultivares de uvas na região da Itália. Este conjunto de dados é frequentemente usado para tarefas de classificação e análise de vinhos. Sua representação das características químicas dos vinhos italianos contribui para o desenvolvimento de modelos de classificação precisos e aprimora a compreensão das variações nos vinhos produzidos na região.

```
[26]: from sklearn.datasets import load_wine

# Carregando os dados
wine = load_wine()
dataWine = pd.DataFrame(wine.data)

dataWine['label'] = wine.target

winePCA = apply_pca(dataWine.drop(labels=['label'], axis=1))
winePCA['label'] = dataWine['label']

# Dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste
wineTest = winePCA.sample(frac=0.3)
wineTrain = winePCA.drop(wineTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
winePCAO = wineTrain[wineTrain['label'] == 0]
winePCA1 = wineTrain[wineTrain['label'] == 2]

# Convertendo para pontos
winePCAOpts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in winePCAO.iterrows()]
winePCA1Pts = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in winePCA1.iterrows()]

# Calculando e Plotando a envoltória convexa
winePCAOEnv = graham_scan(winePCAOpts)
plot_envoltoria(winePCAOpts, winePCAOEnv)

winePCA1Env = graham_scan(winePCA1Pts)
plot_envoltoria(winePCA1Pts, winePCA1Env)

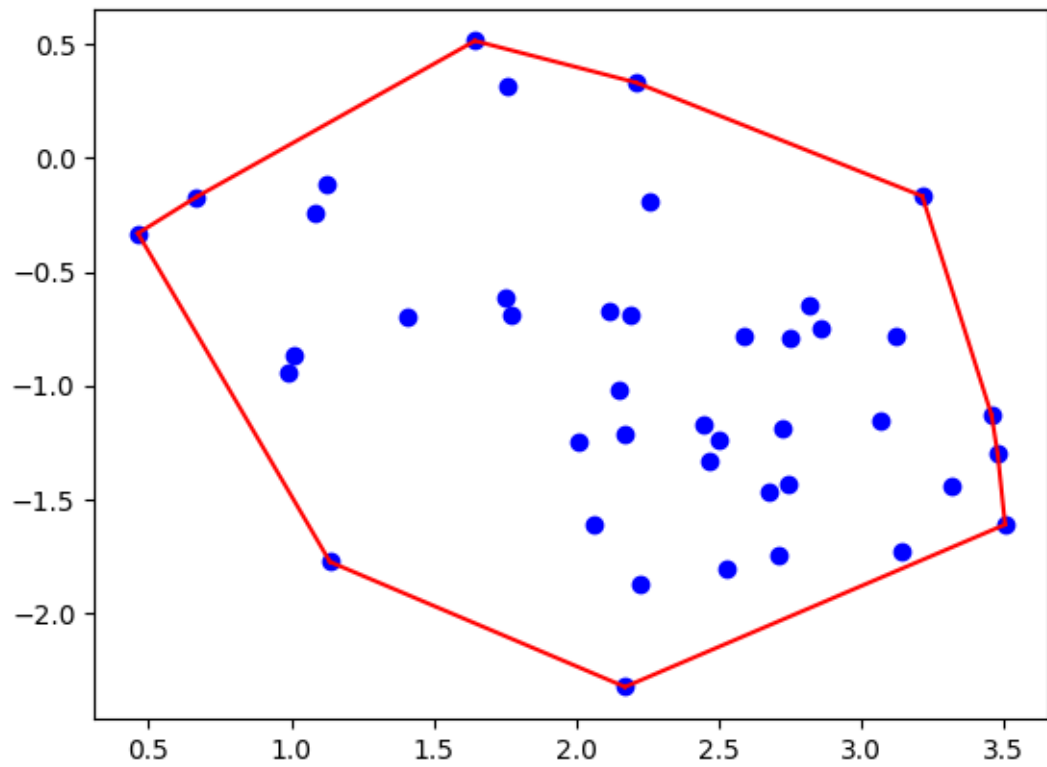
separavel = verificar_separabilidade_linear(winePCAOEnv, winePCA1Env)
plot_separabilidade(winePCAOpts, winePCA1Pts)

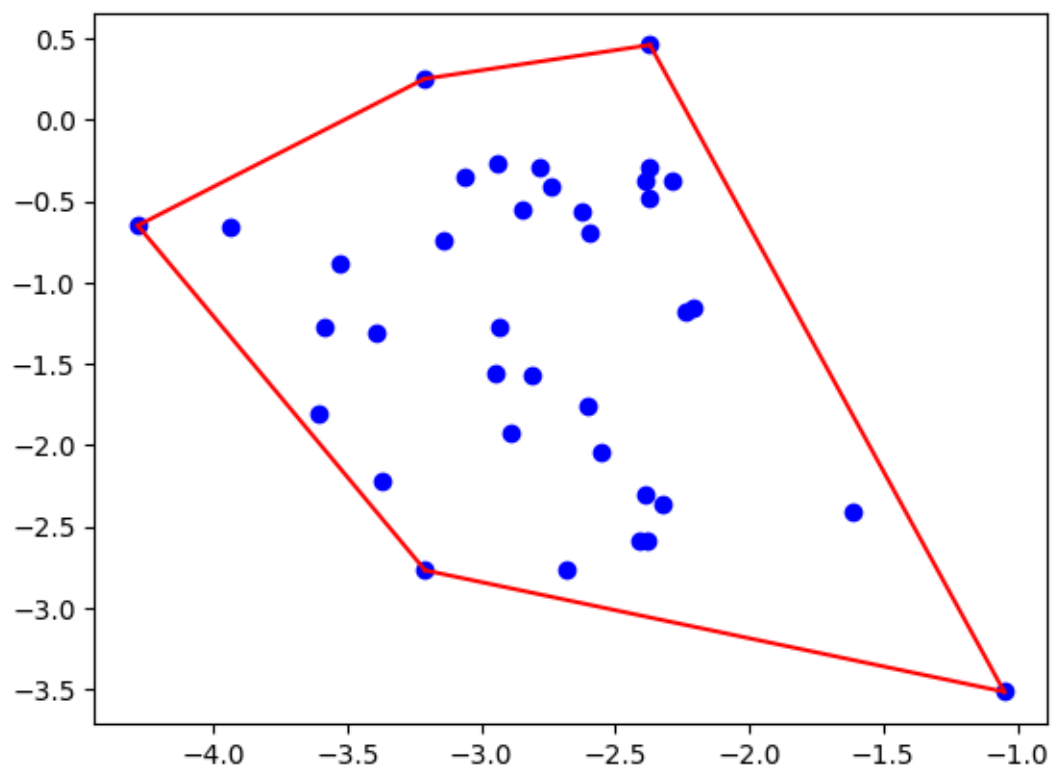
if separavel:
    modelo = construir_modelo_linear(winePCAOpts, winePCA1Pts)
    plot_modelo(winePCAOpts, winePCA1Pts)
    label_wine = 'label'
```

```

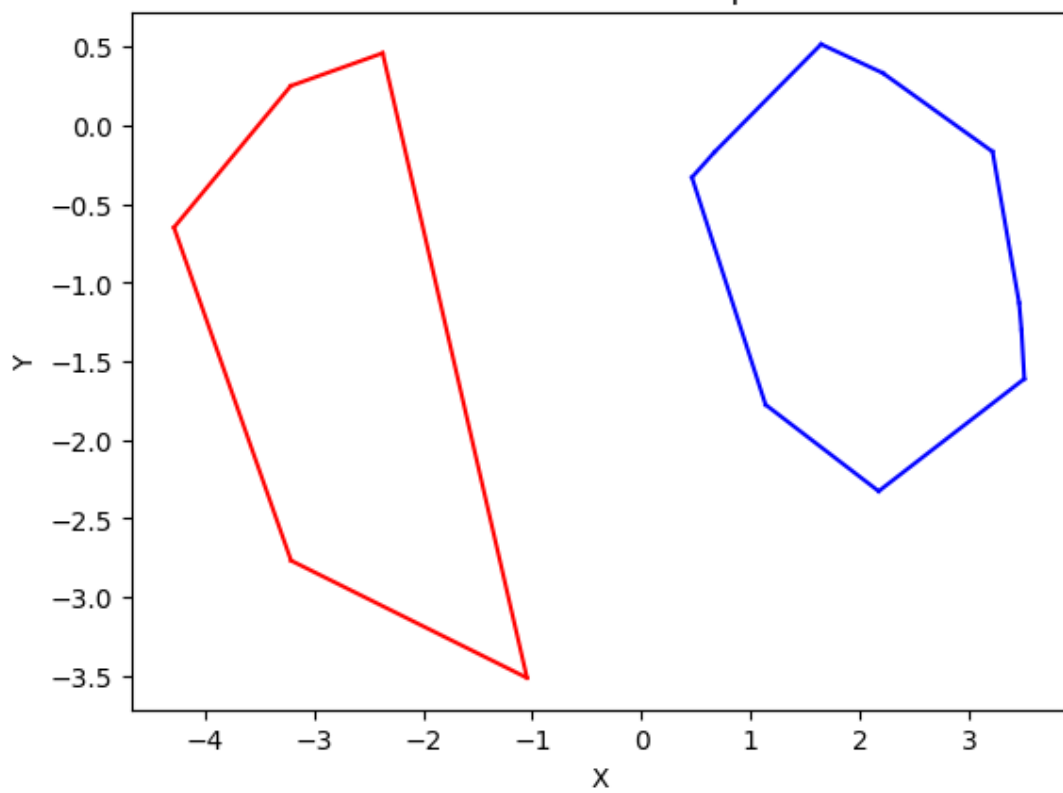
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas(label_wine, wineTest, modelo,
    ↪positive_label=0, negative_label=2)
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")
else:
    print('Os dados não são linearmente separáveis.')

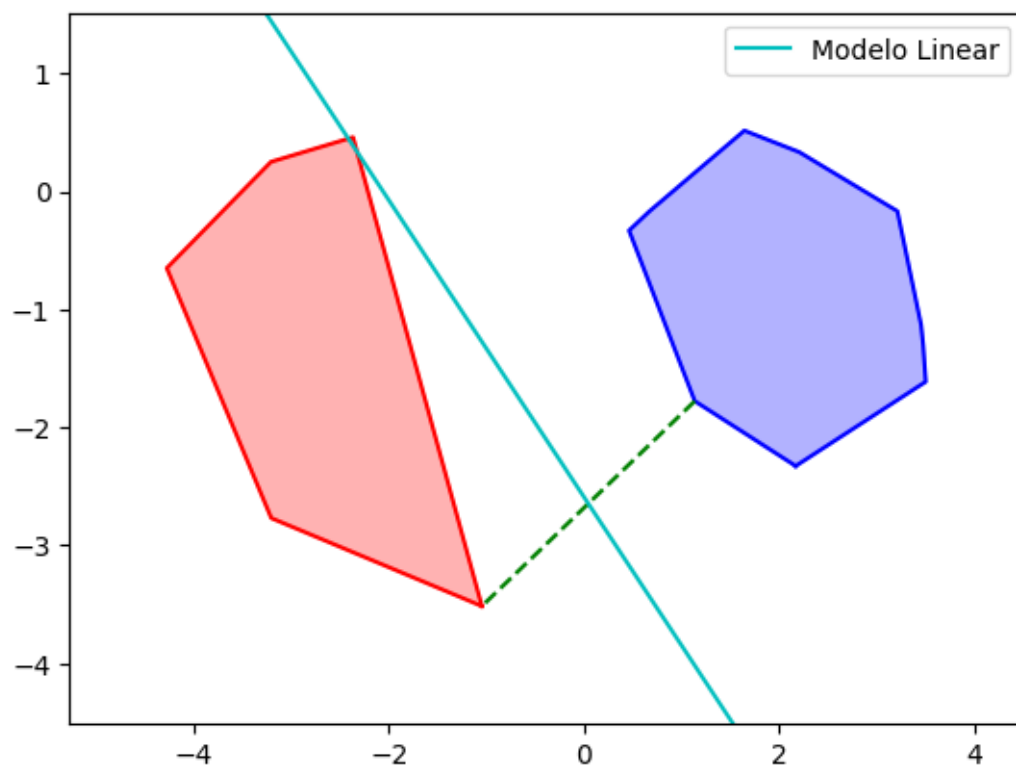
```





Dados são linearmente separáveis!





Precisão: 0.94
 Revocação: 1.00
 F1-score: 0.97

3.6 Sobre o Dataset “Load Diabetes” (Conjunto de Dados Diabetes)

O dataset “Load Diabetes,” também conhecido como “Conjunto de Dados Diabetes,” é uma ferramenta essencial no campo da Aprendizagem de Máquina e Pesquisa Médica. Este conjunto de dados contém informações relacionadas a pacientes com diabetes e é frequentemente utilizado para tarefas de regressão e previsão de progressão da doença. Suas características médicas e disponibilidade pública o tornam uma escolha comum para a construção de modelos de regressão e estudos clínicos relacionados ao diabetes.

```
[27]: from sklearn.datasets import load_diabetes

diabetes = load_diabetes()
data = pd.DataFrame(diabetes.data)

# Adicione uma coluna com os rótulos
data['label'] = diabetes.target

# Applying PCA for dimensionality reduction
diabetesPCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))

diabetesPCA['label'] = data['label']
```

```

# Dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste
diabetesTest = diabetesPCA.sample(frac=0.3)
diabetesTrain = diabetesPCA.drop(diabetesTest.index)

# Accessing the classes separately based on the 'label' column
diabetesPCA0 = diabetesPCA[data['label'] == 90.0].reset_index(drop=True)
diabetesPCA1 = diabetesPCA[data['label'] == 72.0].reset_index(drop=True)

# Convertendo em pontos
diabetesPCA0 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
↳diabetesPCA0.iterrows()]
diabetesPCA1 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
↳diabetesPCA1.iterrows()]

# Plotando a envoltória convexa
diabetesPCA0Env = graham_scan(diabetesPCA0)
plot_envoltoria(diabetesPCA0, diabetesPCA0Env)

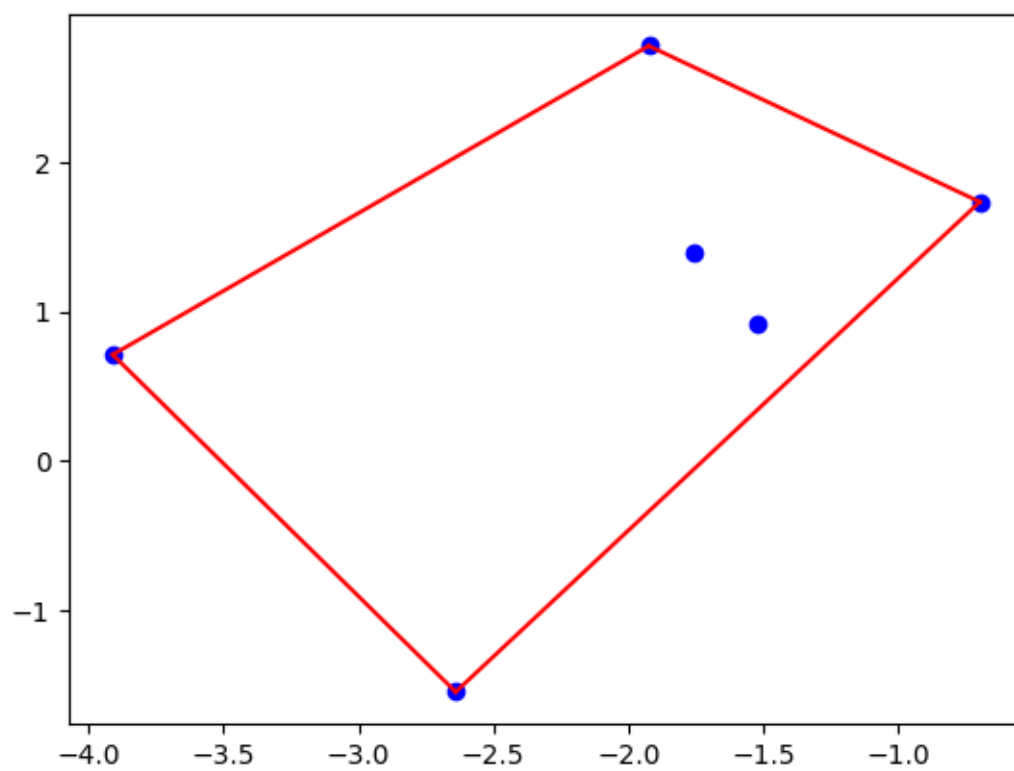
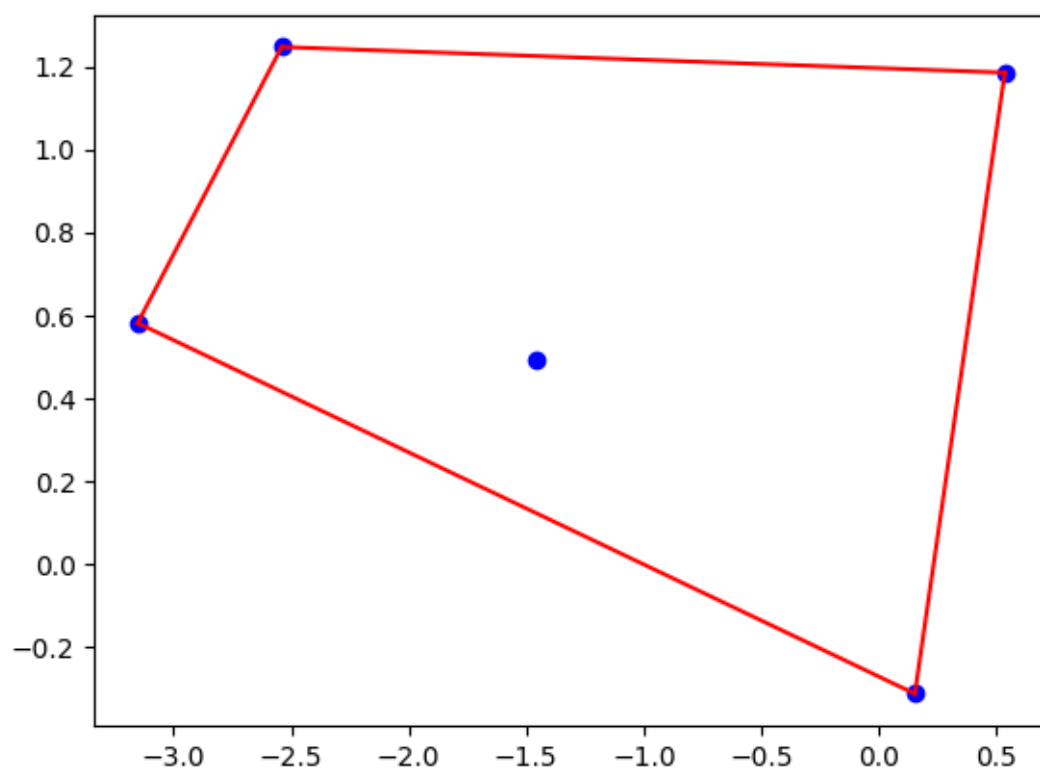
diabetesPCA1Env = graham_scan(diabetesPCA1)
plot_envoltoria(diabetesPCA1, diabetesPCA1Env)

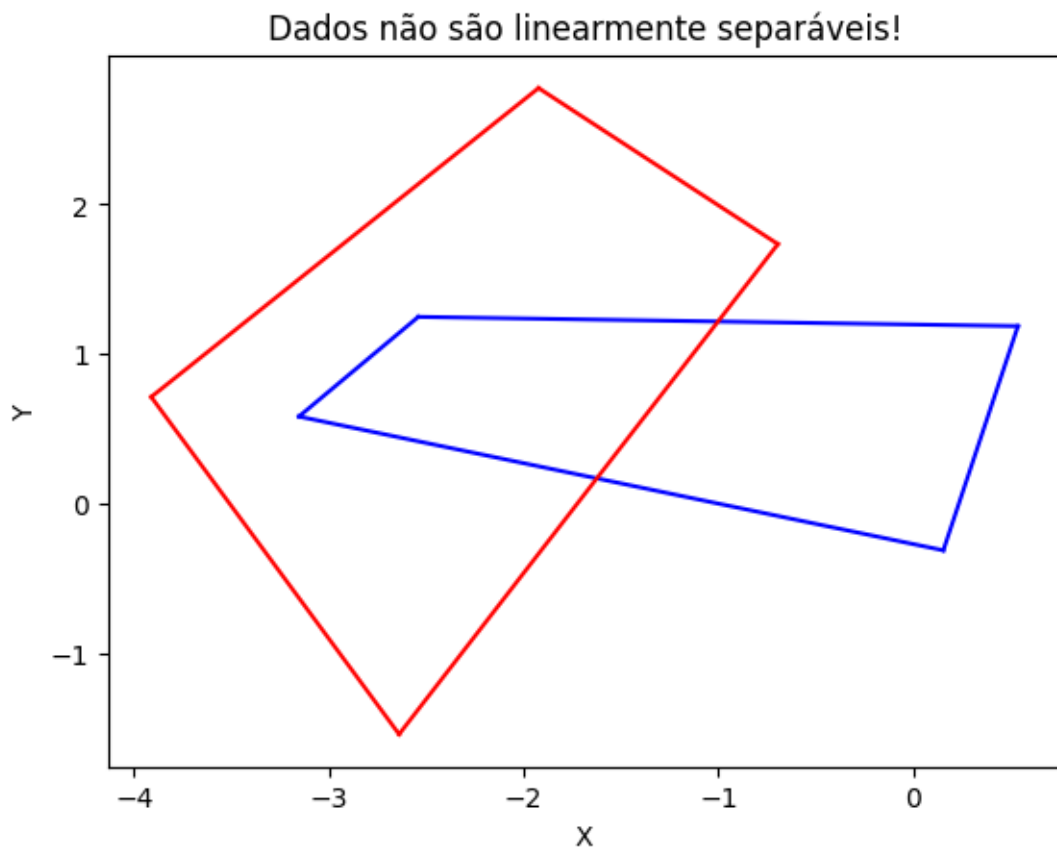
verificar_separabilidade_linear(diabetesPCA0Env, diabetesPCA1Env)
plot_separabilidade(diabetesPCA0, diabetesPCA1)

modelo = construir_modelo_linear(diabetesPCA0, diabetesPCA1)

if modelo:
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas(diabetesTrain, diabetesTest,
↳modelo, 90, 72)
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```





Os dados não são linearmente separáveis.

3.7 Sobre o Dataset “KDD Cup 1999” (KDD Cup 99)

O dataset “KDD Cup 1999,” também conhecido como “KDD Cup 99 Dataset,” é uma referência na área de Segurança de Redes e Detecção de Anomalias. Este conjunto de dados foi criado para a competição KDD Cup 1999, que desafiou os participantes a desenvolver modelos de detecção de intrusões em redes de computadores. Em resumo, o dataset “KDD Cup 1999” é uma ferramenta crítica na área de Segurança de Redes e cibersegurança. Sua capacidade de representar e identificar ameaças à segurança de redes torna-o uma escolha comum para o desenvolvimento e avaliação de sistemas de detecção de intrusões.

```
[28]: from sklearn.datasets import fetch_kddcup99
      from sklearn.preprocessing import LabelEncoder
      import pandas as pd

      kddcup99 = fetch_kddcup99()
      data = pd.DataFrame(kddcup99.data)

      # Adicione uma coluna com os rótulos
      data['label'] = kddcup99.target

      # Crie uma instância do LabelEncoder
      label_encoder = LabelEncoder()
```

```

# Ajuste e transforme os rótulos
data['label'] = label_encoder.fit_transform(data['label'])

# Remova as colunas não numéricas
colunas_a_remover = [0, 1, 2, 3] # Índices das colunas a serem removidas
data = data.drop(data.columns[colunas_a_remover], axis=1)

# Use PCA for dimensionality reduction
kddcup99PCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))

kddcup99PCA['label'] = data['label']

# Dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste
kddcup99Test = kddcup99PCA.sample(frac=0.3)
kddcup99Train = kddcup99PCA.drop(kddcup99Test.index)

# Acesse as classes separadamente com base na coluna 'label'
kddcup99PCA0 = kddcup99PCA[data['label'] == 7].reset_index(drop=True)
kddcup99PCA1 = kddcup99PCA[data['label'] == 2].reset_index(drop=True)

# Convertendo em pontos
kddcup99PCA0 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for index, row_
    ↪in kddcup99PCA0.iterrows()]
kddcup99PCA1 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for index, row_
    ↪in kddcup99PCA1.iterrows()]

# Plotando a envoltória convexa
kddcup99PCA0Env = graham_scan(kddcup99PCA0)
plot_envoltoria(kddcup99PCA0, kddcup99PCA0Env)

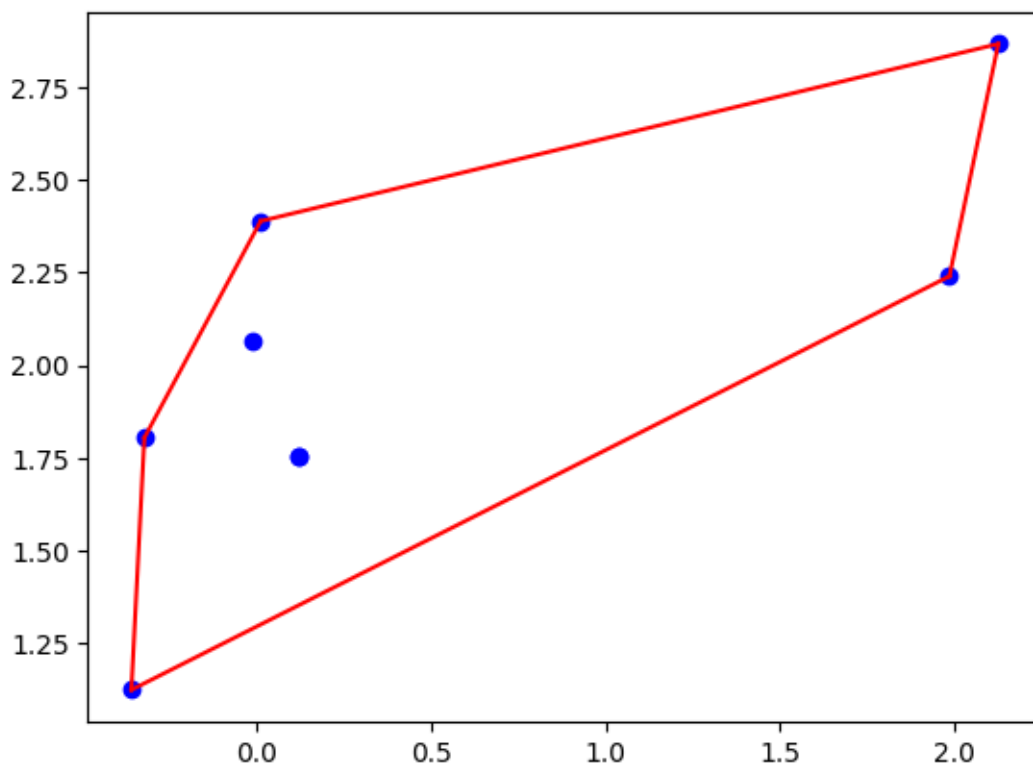
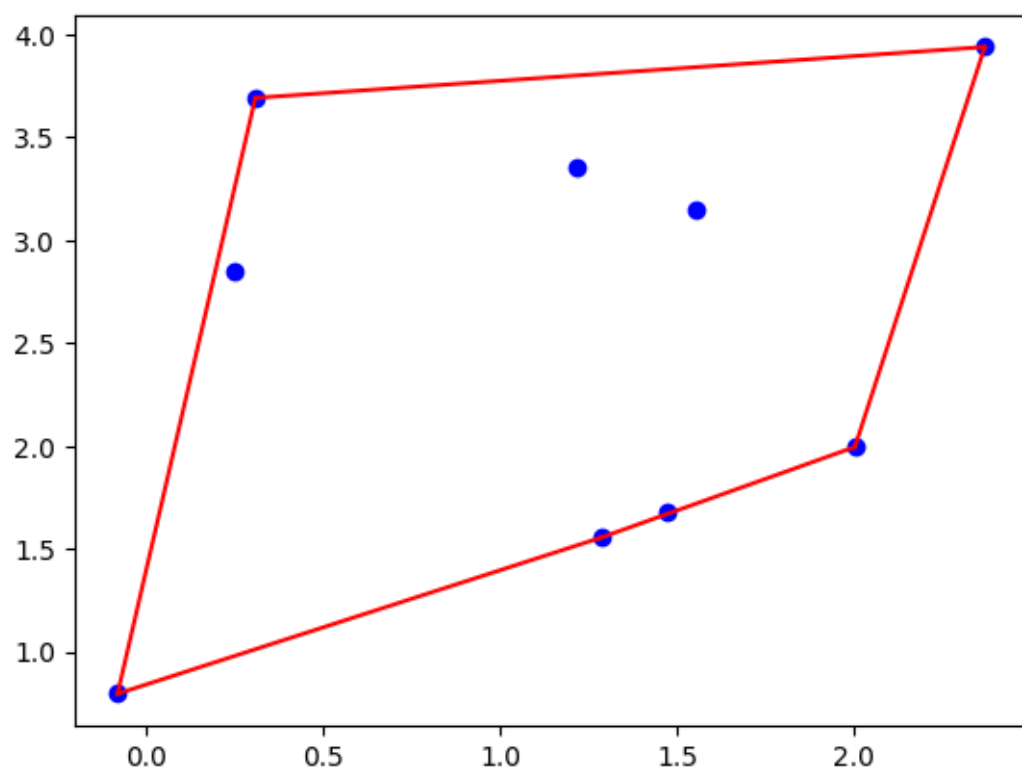
kddcup99PCA1Env = graham_scan(kddcup99PCA1)
plot_envoltoria(kddcup99PCA1, kddcup99PCA1Env)

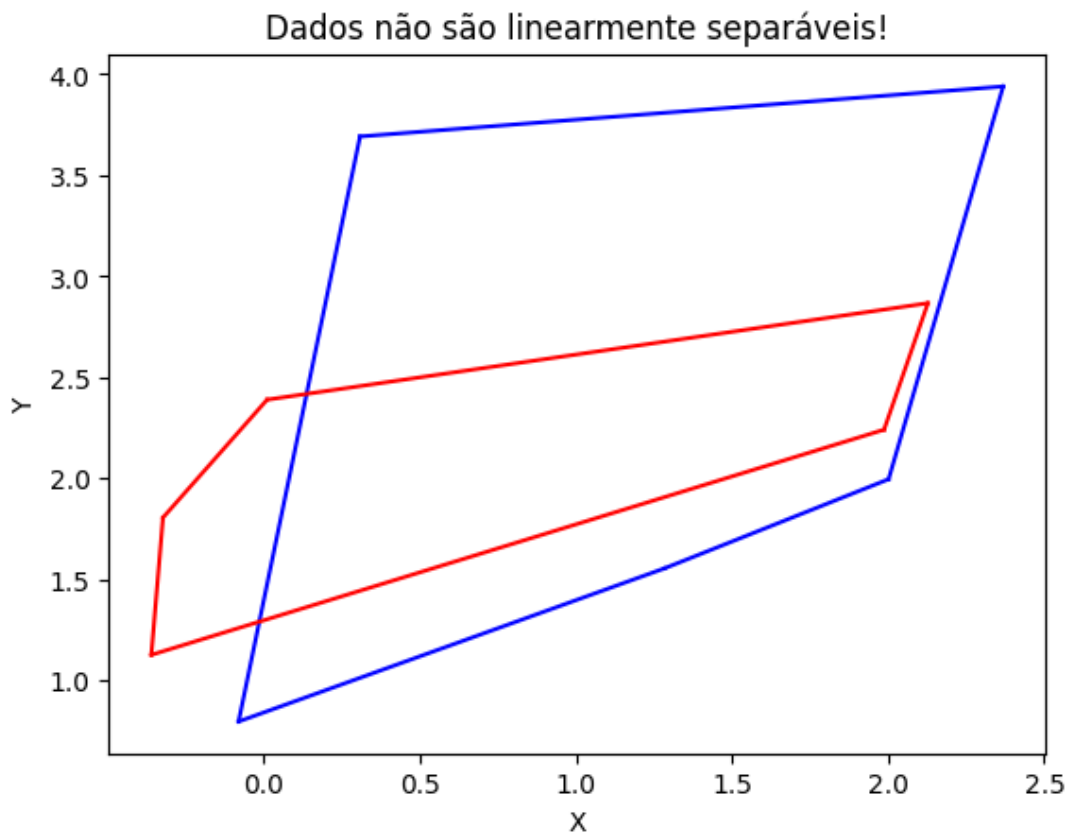
verificar_separabilidade_linear(kddcup99PCA0Env, kddcup99PCA1Env)
plot_separabilidade(kddcup99PCA0, kddcup99PCA1)

modelo = construir_modelo_linear(kddcup99PCA0, kddcup99PCA1)

if modelo:
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas('label', kddcup99Test, modelo,
    ↪positive_label=7, negative_label=2)
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```





Os dados não são linearmente separáveis.

3.8 Sobre o Dataset “Fetch Covtype” (Cobertura Florestal)

O dataset “Fetch Covtype,” também conhecido como “Cobertura Florestal,” é uma referência na área de Sensoriamento Remoto e Classificação de Cobertura do Solo. Este conjunto de dados contém informações sobre a cobertura florestal de diferentes áreas geográficas nos Estados Unidos e é amplamente utilizado em aplicações de Aprendizado de Máquina e Sensoriamento Remoto. Por fim, o dataset desempenha um papel significativo na área de Sensoriamento Remoto, geoespacial e Aprendizado de Máquina. Sua capacidade de classificar a cobertura do solo em áreas geográficas auxilia em uma variedade de aplicações, incluindo monitoramento ambiental e análise geoespacial.

```
[29]: from sklearn.datasets import fetch_covtype

covtype = fetch_covtype()

data = pd.DataFrame(covtype.data)
data['label'] = covtype.target

# Aplicando PCA
covtypePCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))
covtypePCA['label'] = data['label']

# Dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste
```

```

covtypeTest = covtypePCA.sample(frac=0.3)
covtypeTrain = covtypePCA.drop(covtypeTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
covtypePCA0 = covtypePCA[data['label'] == 1].reset_index(drop=True)
covtypePCA1 = covtypePCA[data['label'] == 2].reset_index(drop=True)

# Convertendo em pontos
covtypePCA0 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for index, row
    ↪ in covtypePCA0.iterrows()]
covtypePCA1 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for index, row
    ↪ in covtypePCA1.iterrows()]

# Plotando a envoltória convexa
covtypePCA0Env = graham_scan(covtypePCA0)
plot_envoltoria(covtypePCA0, covtypePCA0Env)

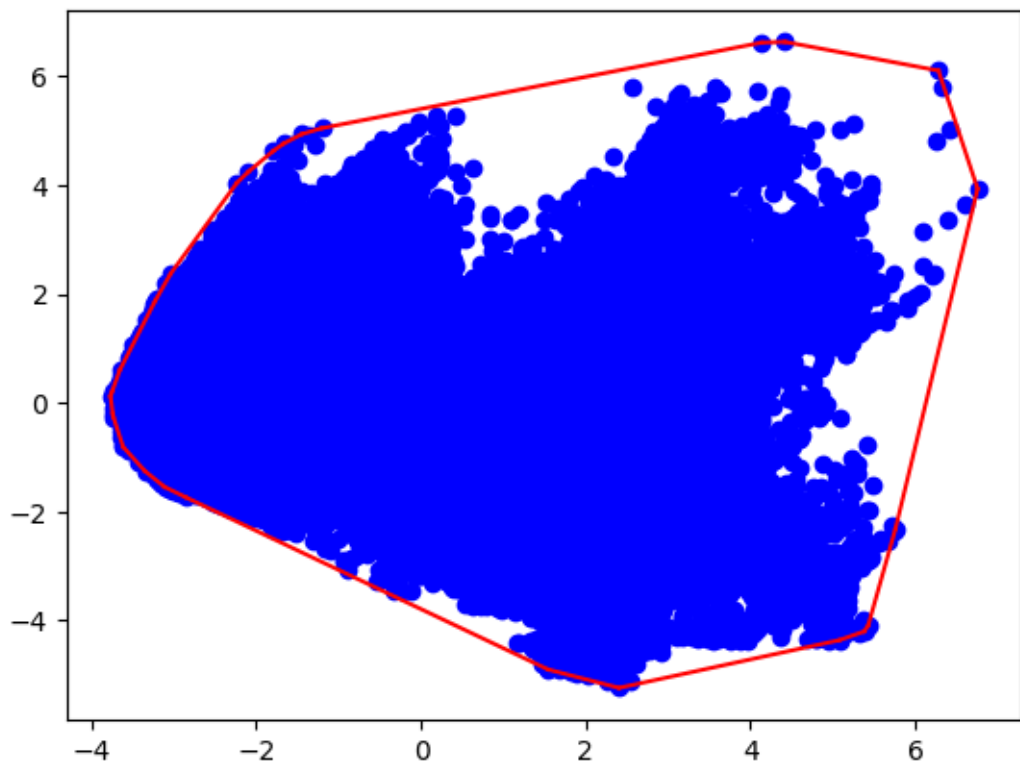
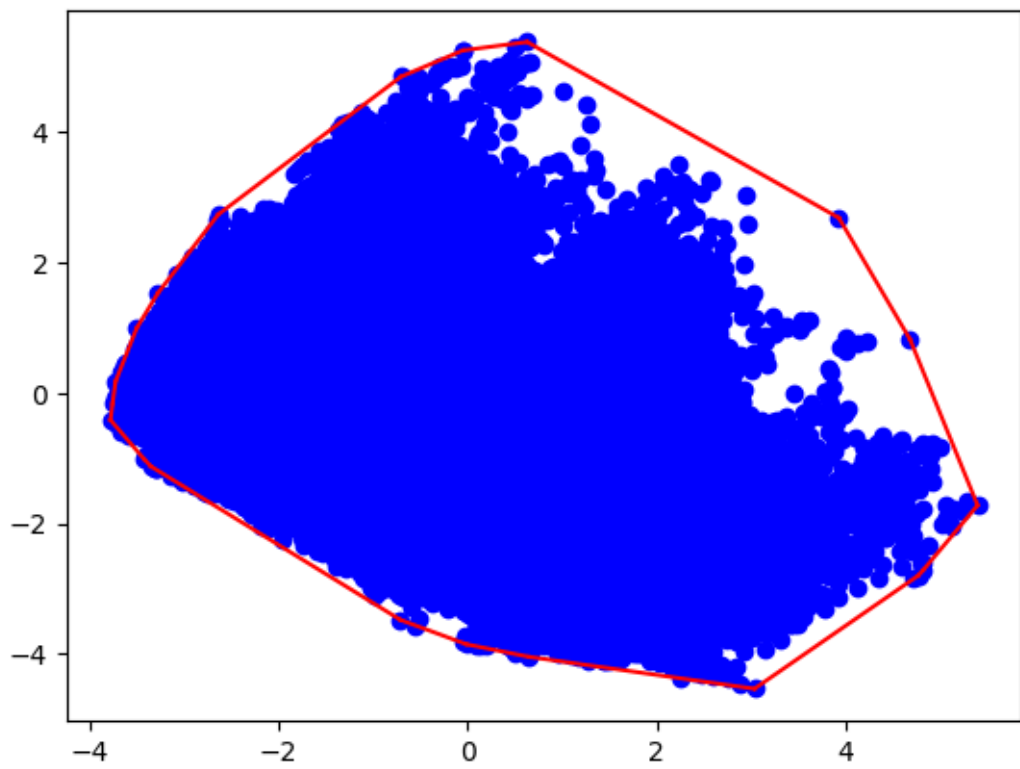
covtypePCA1Env = graham_scan(covtypePCA1)
plot_envoltoria(covtypePCA1, covtypePCA1Env)

verificar_separabilidade_linear(covtypePCA0Env, covtypePCA1Env)
plot_separabilidade(covtypePCA0, covtypePCA1)

modelo = construir_modelo_linear(covtypePCA0, covtypePCA1)

if modelo:
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas('label', covtypeTest, modelo,
    ↪ positive_label=1, negative_label=2)
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```





Os dados não são linearmente separáveis.

3.9 Sobre o Dataset “Fetch LFW People” (Labeled Faces in the Wild - Pessoas Rotuladas na Natureza)

O dataset “Fetch LFW People,” também conhecido como “Labeled Faces in the Wild,” é uma coleção amplamente reconhecida de imagens de rostos de pessoas coletadas de várias fontes da web. Este conjunto de dados é frequentemente utilizado na área de Reconhecimento Facial e Aprendizado de Máquina para tarefas de identificação e verificação de rostos. Ele é uma valiosa coleção de imagens de rostos humanos amplamente utilizada na área de Reconhecimento Facial e Aprendizado de Máquina. Sua diversidade de indivíduos e disponibilidade pública o tornam uma escolha comum para o desenvolvimento e avaliação de sistemas de reconhecimento facial.

```
[30]: from sklearn.datasets import fetch_lfw_people

# Carregando os dados e reduzindo o dataset com intenção de melhorar o
# desempenho
lfw_people = fetch_lfw_people(min_faces_per_person=70, resize=0.4)

data = pd.DataFrame(lfw_people.data)

# Adicione uma coluna com os rótulos
data['label'] = lfw_people.target
```

```

# Aplicando PCA
lfw_peoplePCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))
lfw_peoplePCA['label'] = data['label']

# Dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste
lfw_peopleTest = lfw_peoplePCA.sample(frac=0.3)
lfw_peopleTrain = lfw_peoplePCA.drop(lfw_peopleTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
lfw_peoplePCA0 = lfw_peoplePCA[data['label'] == 0].reset_index(drop=True)
lfw_peoplePCA1 = lfw_peoplePCA[data['label'] == 1].reset_index(drop=True)

# Convertendo em pontos
lfw_peoplePCA0 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for index, row in lfw_peoplePCA0.iterrows()]
lfw_peoplePCA1 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for index, row in lfw_peoplePCA1.iterrows()]

# Plotando a envoltória convexa
lfw_peoplePCA0Env = graham_scan(lfw_peoplePCA0)
plot_envoltoria(lfw_peoplePCA0, lfw_peoplePCA0Env)

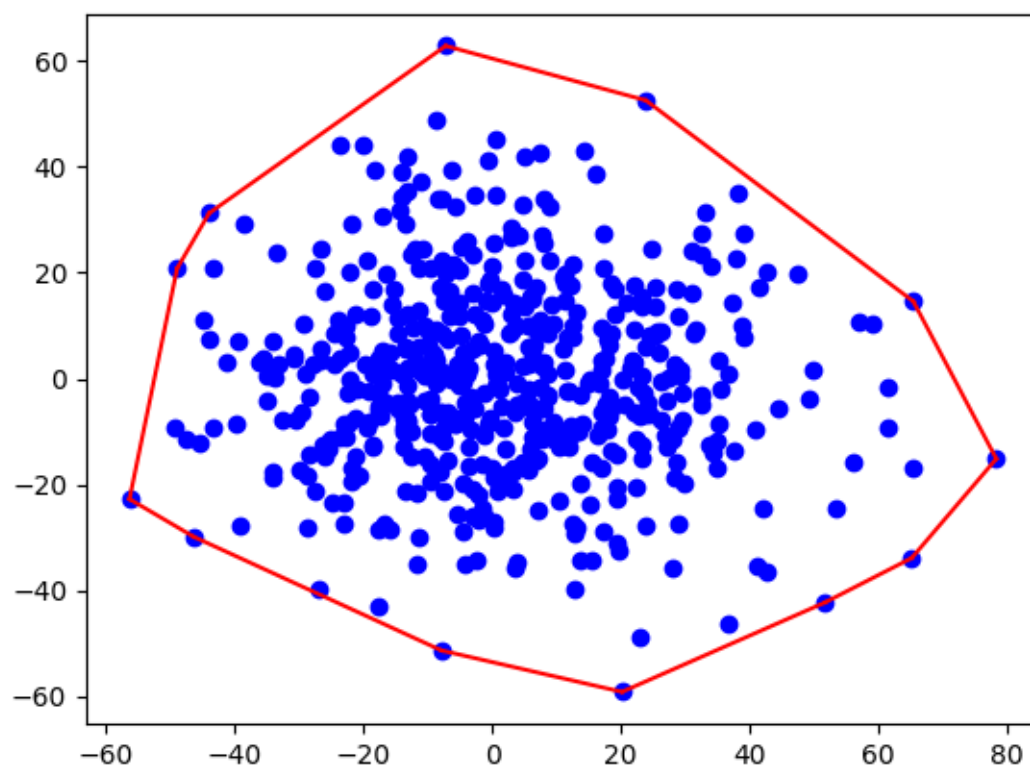
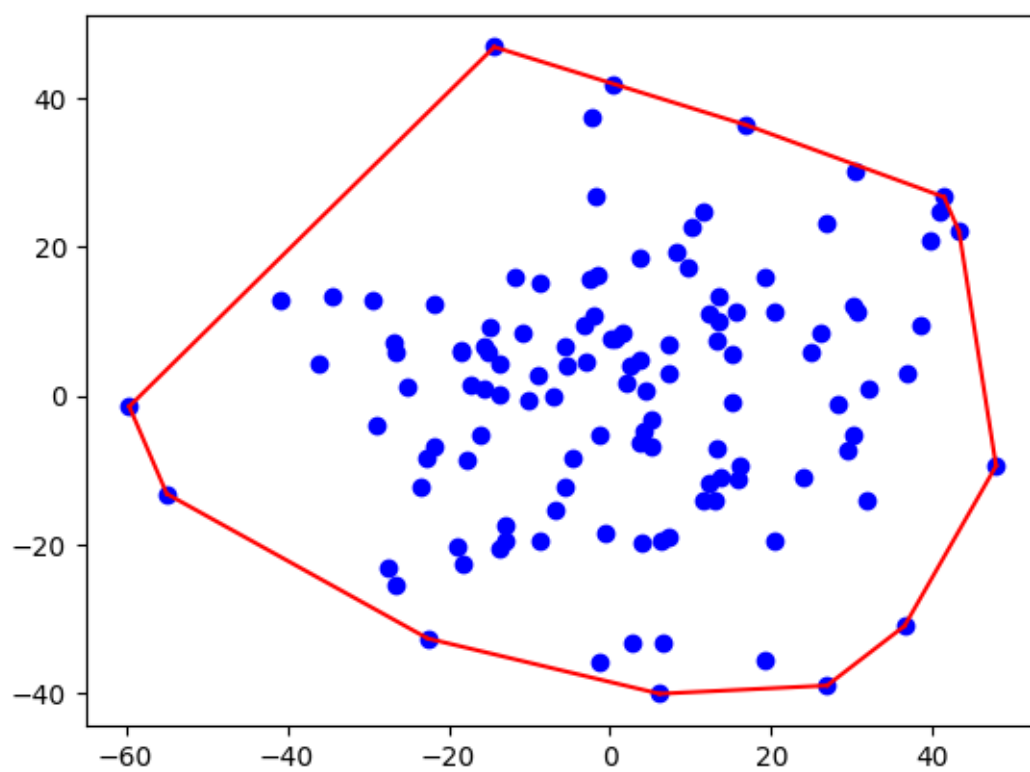
lfw_peoplePCA1Env = graham_scan(lfw_peoplePCA1)
plot_envoltoria(lfw_peoplePCA1, lfw_peoplePCA1Env)

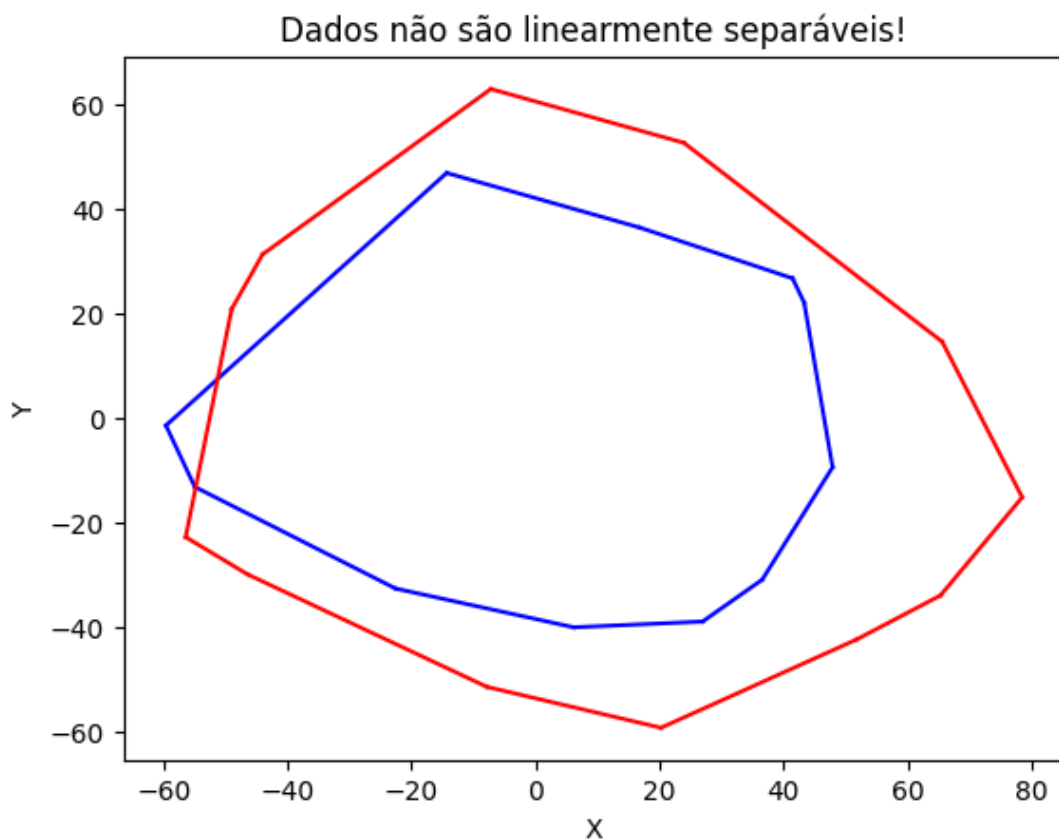
verificar_separabilidade_linear(lfw_peoplePCA0Env, lfw_peoplePCA1Env)
plot_separabilidade(lfw_peoplePCA0, lfw_peoplePCA1)

modelo = construir_modelo_linear(lfw_peoplePCA0, lfw_peoplePCA1)

if modelo:
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas('label', lfw_peopleTest, modelo, positive_label=0, negative_label=1)
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```



Os dados não são linearmente separáveis.

3.10 Sobre o Dataset MNIST

O dataset MNIST é um dos conjuntos de dados mais icônicos na área de Visão Computacional e Aprendizado de Máquina. Ele consiste em uma coleção de imagens de dígitos manuscritos, escritos à mão por pessoas de diferentes origens. O MNIST é frequentemente utilizado como um benchmark para algoritmos de classificação e reconhecimento de dígitos. Em resumo, o dataset MNIST é uma coleção de imagens de dígitos escritos à mão amplamente utilizada para o treinamento e avaliação de algoritmos de classificação e reconhecimento de dígitos. Sua simplicidade e disponibilidade o tornam uma escolha popular para iniciantes e profissionais no campo de Aprendizado de Máquina.

```
[31]: from sklearn.datasets import fetch_openml

mnist = fetch_openml('mnist_784', version=1, parser='auto')

data = pd.DataFrame(mnist.data)
data['label'] = mnist.target

# Aplicando PCA
mnistPCA = apply_pca(data.drop(labels=['label'], axis=1))
mnistPCA['label'] = data['label']

# Dividindo os dados em conjuntos de treinamento e teste
```

```

mnistTest = mnistPCA.sample(frac=0.3)
mnistTrain = mnistPCA.drop(mnistTest.index)

# Acessando as classes separadamente com base na coluna 'label'
mnistPCAO = mnistPCA[data['label'] == '0'].reset_index(drop=True)
mnistPCA1 = mnistPCA[data['label'] == '1'].reset_index(drop=True)

# Convertendo em pontos
mnistPCAO = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
             ↪mnistPCAO.iterrows()]
mnistPCA1 = [Ponto(row['Componente 1'], row['Componente 2']) for _, row in
             ↪mnistPCA1.iterrows()]

# Plotando a envoltória convexa
mnistPCAOEnv = graham_scan(mnistPCAO)
plot_envoltoria(mnistPCAO, mnistPCAOEnv)

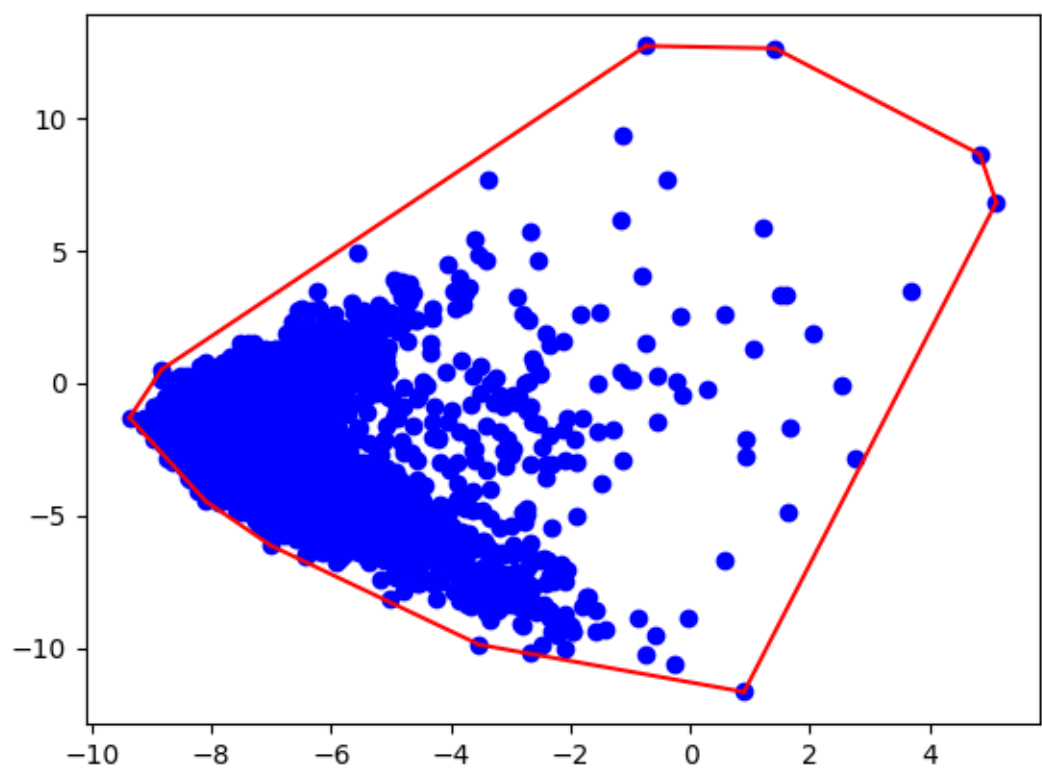
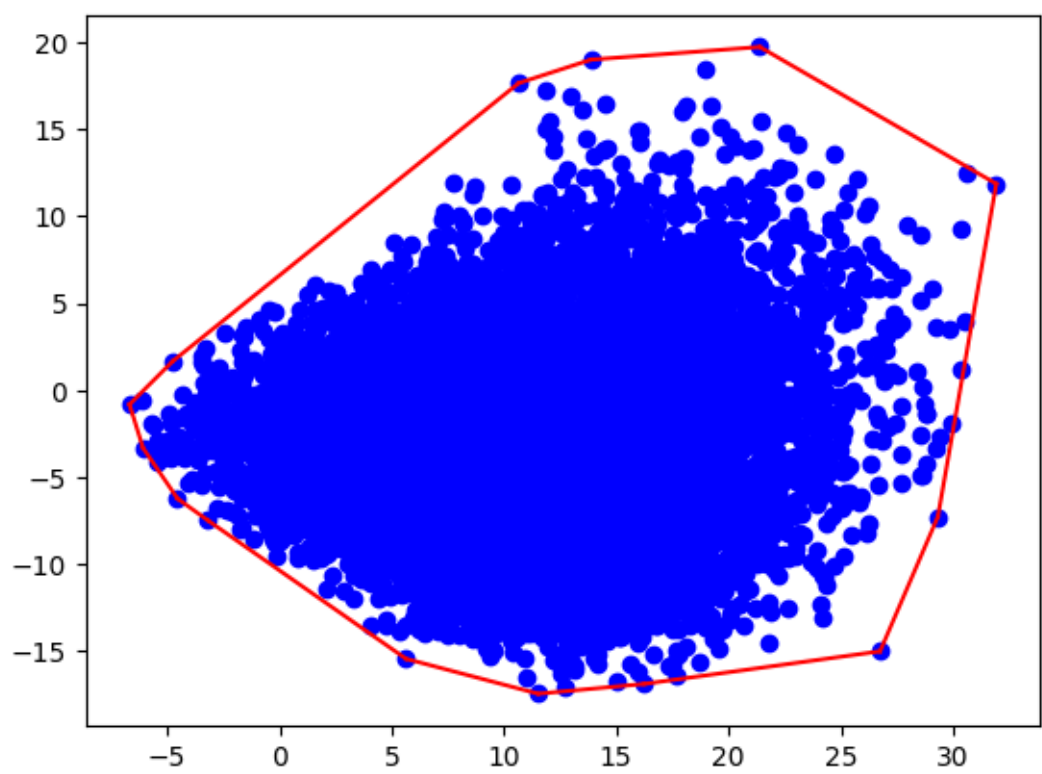
mnistPCA1Env = graham_scan(mnistPCA1)
plot_envoltoria(mnistPCA1, mnistPCA1Env)

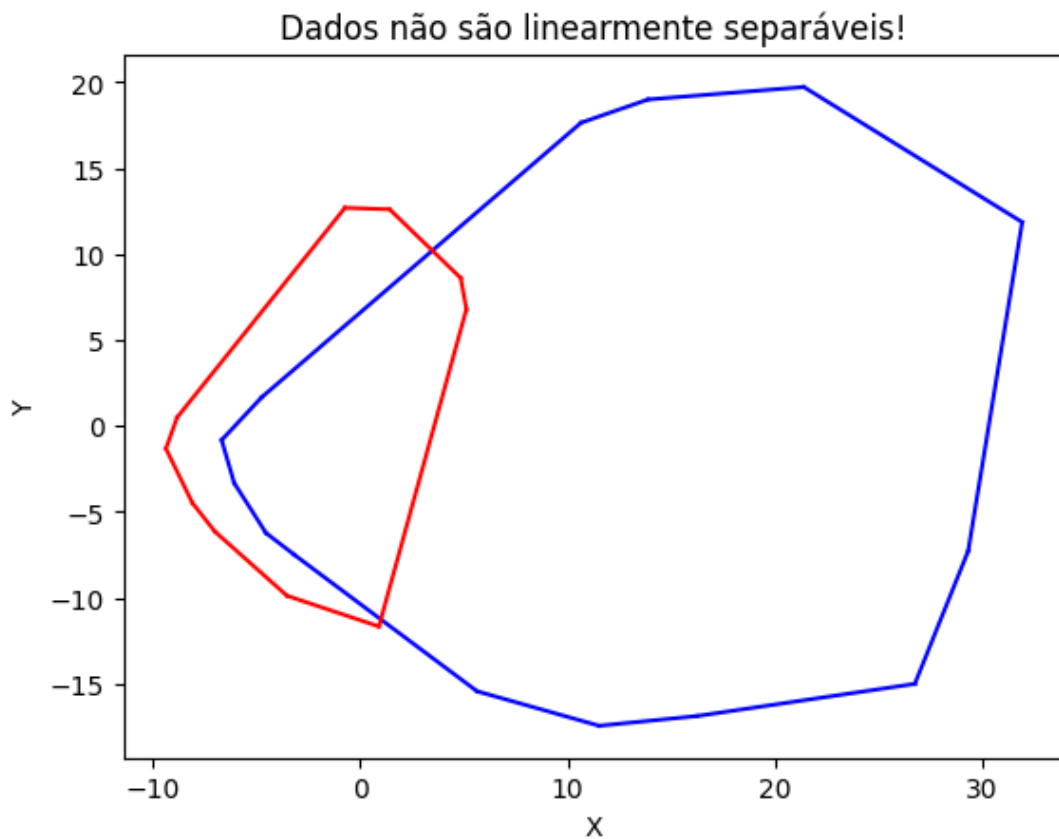
verificar_separabilidade_linear(mnistPCAOEnv, mnistPCA1Env)
plot_separabilidade(mnistPCAO, mnistPCA1)

modelo = construir_modelo_linear(mnistPCAO, mnistPCA1)

if modelo:
    precisao, revocacao, f1 = calcular_metricas('label', mnistTest, modelo,
    ↪positive_label='0', negative_label='1')
    print(f"Precisão: {precisao:.2f}")
    print(f"Revocação: {revocacao:.2f}")
    print(f"F1-score: {f1:.2f}")

```





Os dados não são linearmente separáveis.

4 Conclusão

Após a análise e implementação dos algoritmos de geometria computacional, fica evidente a importância de tais técnicas no campo do aprendizado de máquina supervisionado. A capacidade de determinar a separabilidade linear dos dados e ajustar modelos lineares é fundamental para a construção de classificadores eficazes. Através dos experimentos realizados, foi possível observar o desempenho do classificador em diferentes conjuntos de dados, destacando a robustez e precisão do algoritmo implementado. O trabalho também enfatiza a importância da avaliação contínua e da validação cruzada para garantir a generalização do modelo em dados desconhecidos. Em suma, este trabalho prático proporcionou uma compreensão profunda dos conceitos teóricos discutidos em sala de aula, reforçando a relevância da geometria computacional no campo da ciência da computação e aprendizado de máquina.