

1 Descrição do projeto

Esse terceiro projeto consiste da implementação dos algoritmos de otimização restrita. A data final de entrega desse terceiro projeto está marcado para o **dia 16 de janeiro de 2026**.

O projeto consiste de:

1. Resumo dos fundamentos teóricos de cada um dos dois métodos de otimização restrita selecionados para cada grupo. Lembrando que os métodos são: Método de Barreira, Método de Penalidade e Método da Lagrangeana Aumentada.
2. Relatório de experimentos com os dados fornecido. Esses dados estão descritos no final deste documento.
3. Manual de uso do programa computacional implementado. Esse manual deve informar principalmente como entrar com os dados no programa e como ler os dados de saída.
4. Listagem do código fonte. Os programas podem ser implementados em qualquer linguagem que estejam familiarizados. O importante que me enviem o código fonte e informem qual linguagem usaram para implementá-lo.
5. Introduzir os métodos implementados e os resultados obtidos nas apresentações dos primeiro e segundo projetos.
6. Data final para entrega dos itens acima está marcada para o **dia 16 de janeiro de 2026**.

2 Métodos de Otimização Restrita

Sugestão: Criar uma função que receba como parâmetros as observações acima e como dados de saída o valor da função objetivo e o comprimento do passo ótimo naquela direção. Por exemplo:

$$[FunOpt, PointOpt] = metodo_restrito(funcao, ponto_inicial, rest_igual, rest_desigual)$$

- Dados de saída:
 - *FunOpt* é o valor da função objetivo no ponto ótimo;
 - *PontoOpt* é o ponto ótimo ou solução ótima;
- Dados de entrada:

- *funcao* é a função objetivo que se deve otimizar;
- *ponto_inicial* é o ponto de partida para encontrar a solução ótima do problema;
- *rest_igual* é o conjunto de funções do tipo igualdade;
- *rest_desigual* é o conjunto de funções do tipo desigualdade;

Antes do recesso de final do ano, o sorteio do conjunto de dois dos três métodos de otimização restrita para cada grupo. O sorteio teve o seguinte resultado:

- Grupo 1: Métodos de Barreira e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 2: Métodos de Barreira e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 3: Métodos de Penalidade e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 4: Métodos de Penalidade e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 5: Métodos de Penalidade e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 6: Métodos de Barreira e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 7: Métodos de Penalidade e Lagrangeana Aumentada;
- Grupo 8: Métodos de Barreira e Lagrangeana Aumentada.

Dados que serão usados para testes:

- Primeiro problema teste

$$\begin{aligned}
\min \quad & f_1(\mathbf{x}) = 0,01(x_1 - 1)^2 + (x_2 - x_1^2)^2 \\
\text{s.a} \quad & h(x) = x_1 + x_3^2 - 1 = 0 \\
& \mathbf{x}^0 = [-2 \ 2 \ 0]^t, \quad [5 \ 0 \ 1]^t, \quad [-1,01 \ 0 \ 0,01]^t.
\end{aligned}$$

- Segundo problema teste

$$\begin{aligned}
\min \quad & f_2(\mathbf{x}) = x_1 x_4 (x_1 + x_2 + x_3) + x_3 \\
\text{s.a} \quad & g_1(x) = 25 - x_1 x_2 x_3 x_4 \geq 0 \\
& g_2 = 40 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) \geq 0 \\
& 1 \leq x_i \leq 5 \ (\forall i = 1, 2, 3, 4) \\
& \mathbf{x}^0 = [4 \ 4 \ 4 \ 4]^t, \quad [5 \ 5 \ 5 \ 5]^t, \quad [2 \ 3 \ 4 \ 5]^t.
\end{aligned}$$

- Terceiro problema teste

$$\begin{aligned}
\min \quad & f_3(\mathbf{x}) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2 \\
\text{s.a} \quad & g(x) = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 - 25 \leq 0 \\
& \mathbf{x}^0 = [3 \ 2]^t, \quad [0 \ 0]^t, \quad [6 \ 5]^t.
\end{aligned}$$

- Quarto problema teste

$$\begin{aligned}
&\min && f_4(\mathbf{x}) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \\
&\text{s.a} && g(x) = 0,25x_1^2 + x_2^2 - 1 \leq 0 \\
&&& h(x) = x_1 - 2x_2 + 1 = 0 \\
&&& \mathbf{x}^0 = [-1 \ 0,5]^t, \quad [-0,6 \ 0,25]^t, \quad [-0,4 \ 0,4]^t.
\end{aligned}$$

Observação: Resolvam os problemas acima para cada um dos pontos iniciais propostos. Caso queiram, podem testar outros pontos para verificar se seus métodos são robustos o suficiente para encontrar a solução ótima independente do ponto inicial escolhido. Os grupos com Método de Penalidade, executem testes com diferentes taxas de crescimento do parâmetro ($\beta=2, 10, 100$) e analisando graficamente o impacto no condicionamento e na convergência. Já os grupos com o Método de Barreira, transforme as restrições de igualdade em desigualdades, devendo identificar e justificar teoricamente qual sentido (\leq ou \geq) bloqueia corretamente a direção de descida da função objetivo.