

Lab 6: Interpolação de Polinômios

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Implemente as seguintes funções de interpolação de polinômios:

1. Considere o tipo `Sample` que representa amostras de uma função dado por:

```
typedef struct sample Sample;
struct sample {
    int n;          /* número de amostras */
    double* x;      /* valores x das amostras */
    double* y;      /* valores y das amostras */
};
```

Determine as n amostras de Chebyshev para a aproximação de uma função dada f , dentro do intervalo $[a, b]$. Os valores de y_i são encontrados usando a função f passada como parâmetro. A função deve retornar o tipo `Sample` dinamicamente alocado e preenchido, seguindo o protótipo:

```
Sample* Chebyshev (int n, double a, double b, double (*f) (double x));
```

2. O polinômio interpolante por diferenças divididas de Newton pode ser expresso por:

$$P_{n-1}(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \cdots + b_{n-1}(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-2})$$

onde:

$$\begin{aligned} b_0 &= f[x_0 \cdots x_0] \\ b_1 &= f[x_0 \cdots x_1] \\ &\dots \\ b_{n-1} &= f[x_0 \cdots x_{n-1}] \end{aligned}$$

A expressão $f[x_i \cdots x_j]$ representa a diferença de Newton e é dada por:

$$f[x_i \cdots x_j] = \begin{cases} f(x_i) & \text{se } i = j \\ \frac{f[x_{i+1} \cdots x_j] - f[x_i \cdots x_{j-1}]}{x_j - x_i} & \text{se } i < j \end{cases}$$

Escreva uma função para calcular os n coeficientes b_i . Num primeiro momento, pode-se usar uma implementação recursiva para teste. Em seguida, tente fazer uma implementação com melhor desempenho, sem usar recursão.

A função deve receber as amostras e retornar o vetor dos coeficientes alocado dinamicamente:

```
double* NewtonCompute (Sample* s);
```

3. Escreva uma função para avaliar o polinômio interpolante de Newton em um ponto x dado. A função deve ter o protótipo:

```
double NewtonEval (Sample* s, double* b, double x);
```

4. Usando as funções implementadas acima, ache o polinômio interpolante da função cosseno no intervalo $[0, \pi/2]$. Seu programa deve:

- (a) Calcular as amostras considerando $n = 6$, usando a função `Chebyshev`. Avalie o valor “real” da função $\cos x$ usando a biblioteca padrão de C.
- (b) Calcular o polinômio interpolante de Newton, usando a função `NewtonCompute`.
- (c) Avaliar diferentes pontos $x \in [-2\pi, 2\pi]$, fazendo a avaliação equivalente no intervalo $[0, \pi/2]$. Compare o valor da avaliação por interpolação de polinômio, função `NewtonEval`, com os valores “reais” de $\cos x$ usando a biblioteca padrão, e verifique se a precisão requisitada foi atendida. Sabe-se que o erro da avaliação usando as amostras de Chebyshev deve estar limitado a:

$$\frac{\left(\frac{b-a}{2}\right)^n}{2^{n-1}} \frac{f^{(n)}(c)}{n!}$$

Organize seu código da seguinte forma. O arquivo “poly.c” deve conter a implementação das funções `Chebyshev`, `NewtonCompute` e `NewtonEval`, com seus respectivos protótipos no arquivo “poly.h”. O arquivo “teste_poly.c” deve conter os testes realizados (função *main*).

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “poly.c”, “poly.h” e “teste_poly.c”) deve ser enviado para inf1608@tecgraf.puc-rio.br (não envie os arquivos comprimidos). A implementação completa deve ser enviada até **quarta-feira, dia 19 de outubro (prazo final)**. O assunto da mensagem para envio da implementação completa deve ser: **Lab6: XXXXXXXX**, onde **XXXXXXX** representa o número de matrícula do aluno sem o dígito de controle.