

Lab 10: Equação Diferencial Ordinária

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Equações diferenciais ordinárias (EDOs) expressas por:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t))$$

podem ser numericamente resolvidas para problemas de valor inicial pelo método iterativo de Runge-Kutta de ordem 4, considerando passos h constantes.

$$\begin{aligned} s_1 &= hf(t, x(t)) \\ s_2 &= hf\left(t + \frac{h}{2}, x(t) + \frac{s_1}{2}\right) \\ s_3 &= hf\left(t + \frac{h}{2}, x(t) + \frac{s_2}{2}\right) \\ s_4 &= hf(t + h, x(t) + s_3) \\ x(t + h) &= x(t) + \frac{1}{6}(s_1 + 2s_2 + 2s_3 + s_4) \end{aligned}$$

Em simulação física, o movimento dos corpos é regido pela Lei de Newton:

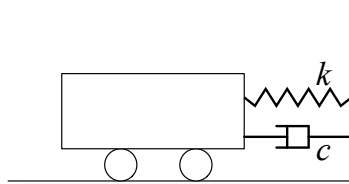
$$f = ma \quad \text{ou} \quad \ddot{x} = \frac{f}{m}$$

Para resolver esta equação diferencial de segunda ordem, transformamos o problema em duas EDOs acopladas:

$$\begin{cases} \dot{x} &= v \\ \dot{v} &= \frac{f}{m} \end{cases}$$

onde v representa a velocidade do corpo.

Considere o sistema massa-mola ilustrado na figura.



O movimento deste sistema pode ser regido pela seguinte equação de movimento:

$$m\ddot{x} + kx + cv = 0$$

onde k é o coeficiente de rigidez da mola, c é o coeficiente de amortecimento e m , a massa do corpo.

Considerando $m = 20\text{kg}$, $k = 20\text{N/m}$ e as condições iniciais $x(0) = 1\text{m}$ e $v(0) = 0$, faça a simulação física deste sistema usando o método de Runge-Kutta de ordem 4. Faça diferentes simulações considerando os seguintes valores de amortecimento: $c = 5$ (subamortecido), $c = 40$ (criticamente amortecido) e $c = 200$ (superamortecido).

Para cada simulação, exiba na tela e trace o gráfico com (usando um software externo qualquer) a variação de x em função do tempo t no intervalo $0 \leq t \leq 15\text{s}$. Por experimentação, escolha um valor de h que produza resultados satisfatórios. Exiba na tela também o valor de h usado.

Organize seu código em um único arquivo “simulacao.c”, com a implementação completa do código.

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, o arquivo “simulacao.c”) deve ser enviado para inf1608@tecgraf.puc-rio.br (não envie o arquivo comprimido). A implementação completa deve ser enviada até **quarta-feira, dia 23 de novembro (prazo final)**. O assunto da mensagem para envio da implementação completa deve ser: **Lab10: XXXXXXXX**, onde **XXXXXXX** representa o número de matrícula do aluno sem o dígito de controle.