

## Lab 8: Derivação e Integração Numéricas

Prof. Waldemar Celes  
Departamento de Informática, PUC-Rio

1. A fórmula do método de segunda ordem para avaliação numérica da derivada de uma função  $f(x)$  é dada por:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

O erro numérico acrescido do erro de arredondamento deste método pode ser expresso por:

$$E(h) = \frac{h^2}{6} f'''(c) + \frac{\epsilon_{maq}}{h}$$

Implemente uma função que retorne o valor da derivada numérica de segunda ordem de uma função no ponto  $x$ . O protótipo deve ser:

```
double derivada (double (*f) (double x), double h, double x);
```

2. Considerando  $f(x) = \cos x - 2 \sin x$ , escreva um teste que exiba uma tabela de erro para  $h$  assumindo os valores  $10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-12}$ . Escreva um programa que, para cada valor de  $h$ , registre na tabela o valor da derivada aproximada  $f'(0)$  e seu erro (diferença entre o valor calculado e o valor da derivada analítica). Qual valor de  $h$  minimiza o erro na sua tabela? Qual o valor de  $h$  teórico que minimiza o erro? Os valores conferem?

$h$	$f'(0)$	Erro
$10^{-1}$	...	...
...		
$10^{-12}$	...	...

3. A integração com a regra de Simpson no intervalo  $[x_i, x_{i+1}]$  pode ser expressa por:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx \frac{h}{6} [f(x_i) + 4f(x_{i+0.5}) + f(x_{i+1})]$$

onde:

$$h = x_{i+1} - x_i$$

Implemente uma função que calcule a integral composta do intervalo de  $a$  a  $b$  considerando  $n$  passos de integração, isto é, considerando  $h = (b - a)/n$ . O protótipo da função deve ser:

```
double simpson (double (*f) (double), double a, double b, int n);
```

4. A integração com a regra do ponto médio, por sua vez, no intervalo  $[x_i, x_{i+1}]$  é dada por:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx \approx h f(w_i)$$

onde  $h$  é o passo e  $w_i$  é o ponto médio do intervalo.

Implemente uma função que calcule a integral composta do intervalo de  $a$  a  $b$  considerando  $n$  passos de integração, isto é, considerando  $h = (b - a)/n$ . O protótipo da função deve ser:

```
double pontomedio (double (*f) (double), double a, double b, int n);
```

5. Escreva um teste que use a regra de Simpson ( $S$ ) e a regra do ponto médio ( $M$ ) compostas com  $n = 16$  e  $n = 32$  para achar uma solução das integrais abaixo. Para cada integral, exiba os valores encontrados:  $S_{n=16}$ ,  $S_{n=32}$ ,  $M_{n=16}$  e  $M_{n=32}$ .

$$\int_0^4 \frac{x \, dx}{\sqrt{x^2 + 9}} \quad \int_1^3 x^2 \ln x \, dx \quad \int_0^\pi x^2 \sin x \, dx$$

Para verificação, os valores destas integrais são, respectivamente, 2.0, 6.9986217091241 e 5.8696044010894.

Organize seu código da seguinte forma. O arquivo “integral.c” deve conter a implementação das funções `derivada`, `simpson` e `pontomedio`, com seus respectivos protótipos no arquivo “integral.h”. O arquivo “teste\_integral.c” deve conter o código (função `main`) dos testes.

**Entrega:** O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos “integral.c”, “integral.h”, “teste\_integral.c”) deve ser enviado para [inf1608@tecgraf.puc-rio.br](mailto:inf1608@tecgraf.puc-rio.br) (não envie os arquivos comprimidos). A implementação completa deve ser enviada até **terça-feira, dia 1 de novembro (prazo final)**. O assunto da mensagem para envio da implementação completa deve ser: **Lab8: XXXXXXXX**, onde **XXXXXXX** representa o número de matrícula do aluno sem o dígito de controle.