

Marcelo Veloso Maciel

**Emergência de Distribuições de Preferências no  
caso Unidimensional: Uma abordagem  
computacional**

Brasil

2017

Marcelo Veloso Maciel

# **Emergência de Distribuições de Preferências no caso Unidimensional: Uma abordagem computacional**

Informações sobre a qualificação

Universidade de São Paulo - USP

Escola de Artes, Ciências e Humanidades - EACH

Mestrado em Modelagem de Sistemas Complexos

Orientador: André Cavalcanti Rocha Martins

Brasil

2017

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Funções de Utilidade comuns em Política . . . . .	11
Figura 2 – Evidência de estabilidade ideológica . . . . .	14
Figura 3 – Distribuição de Posicionamento Ideológico de respondentes em 20 países	16
Figura 4 – Espectro de abordagens no tocante à cognição dos agentes . . . . .	22
Figura 5 – Confiança dos cidadãos em relação às suas crenças . . . . .	25

# Lista de abreviaturas e siglas

ABM	<i>Agent-based model(s) or modeling</i>
OD	<i>Opinion Dynamics</i>

# Sumário

	<b>Introdução</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>TEORIA POLÍTICA FORMAL E DISTRIBUIÇÃO DE PREFERÊNCIAS</b>	<b>7</b>
1.1	Fundamentos da Teoria Política Formal	7
1.2	Teoria Política Espacial	10
1.3	Teoria Espacial e Eleições	11
<b>2</b>	<b>DINÂMICAS DE OPINIÃO</b>	<b>17</b>
2.1	Definição da Área	17
2.2	Modelagem Baseada em Agentes e Dinâmicas de Opinião	17
2.3	Modelos Canônicos	19
2.4	Regra de Atualização e Processamento de Informação	21
<b>3</b>	<b>PROPOSTA DE MODELO</b>	<b>26</b>
3.1	Entidades e Processos	26
3.2	Parâmetros-Chave	27
3.3	Cronograma de Atividades	28
	<b>Considerações Finais</b>	<b>29</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>30</b>
	<b>APÊNDICE A – DEFINIÇÕES FORMAIS COMPLEMENTARES</b>	<b>31</b>
A.1	Propriedades Lógicas da Preferência e Otimização de Utilidade	31
A.2	Regra de Bayes e Utilidade Esperada	31
	<b>APÊNDICE B – DOS DADOS</b>	<b>33</b>
	<b>APÊNDICE C – DA IMPLEMENTAÇÃO</b>	<b>34</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>39</b>

# Introdução

Uma característica chave da Democracia é a responsividade do governo às preferências, crenças e atitudes dos cidadãos (DAHL, 1973; BARTELS, 2003). Nas democracias modernas (Poliarquias) isso ocorre por meio de vários mecanismos de conexão entre os cidadãos e seus representantes (DAHL, 1989; SCHUMPETER, 2013).

As Poliarquias estão, desta forma, fundamentadas no nexo entre Opinião Pública e Governo Representativo. A natureza e origem da Opinião Pública é então central para a compreensão dos nossos sistemas políticos (BERELSON, 1952).

Como canonicamente argumentado por Downs (1999) a distribuição da Opinião Pública é de alta relevância para a compreensão do nexo democrático. Seguindo Downs, o pressuposto central do trabalho é que não só a Opinião Pública importa, mas, mais especificamente, o seu formato também. Temos, portanto, por propósito contribuir para a compreensão da emergência da Opinião Pública.

Todas as interações sociais são ao menos em parte condicionadas pelas crenças e opiniões dos agentes. É plausível que haja tanto um fundamento genético-evolucionário para nossas crenças e orientações, quanto uma fundamentação em mecanismos relacionados a sistemas de herança e aprendizados sociais (JABLONKA; LAMB, 2014; FOWLER; SCHREIBER, 2008; FOWLER; DAWES, 2013).

Um indivíduo ao tomar uma decisão não baseia-se unicamente na informação e crença averiguadas individualmente, mas também considera as crenças de outros agentes conectados a ele socialmente e informacionalmente (GINTIS, 2016). Em política isso significa que as crenças dos agentes são uma combinação de sua crença “idiossincrática” e da combinação de mensagens/sinais que recebem dos seus pares e da mídia (BARABAS, 2004; RYAN, 2011).

A “cognição em rede” (GINTIS, 2016) dos agentes e essas duas fontes de informação, pares e mídia <sup>1</sup>, fornecem assim os dois mecanismos mínimos para micro-fundamentar abordagens generativas para a Opinião Pública. Por abordagem generativa entendemos trabalhos guiados pela seguinte pergunta: “Como pode a interação local entre agentes autônomos heterogêneos gerar a seguinte regularidade?” (EPSTEIN, 2006).

O trabalho, desta forma, tem por **objetivo geral** explorar, por meio de um modelo baseado em agentes de influência social, a geração de distribuições de preferências <sup>2</sup> análogas a distribuições empíricas.

---

<sup>1</sup> O trabalho trata unicamente dos pares como fonte de informação. Modelar a influência da mídia é tema para trabalhos futuros.

<sup>2</sup> A diferença entre crenças e preferências vai ser discutida no Capítulo 1.

Esse objetivo geral suscita os seguintes **objetivos específicos**:

- Simular a emergência de uma distribuição de pontos ideais por meio de um modelo baseado em agentes;
- Validar os resultados do modelo com os dados de um *survey*<sup>3</sup>.

Além desta Introdução, o trabalho é estruturado da seguinte forma: No Capítulo 1 caracterizamos e justificamos o problema do trabalho. Para tal fazemos uma apresentação do modelo do ator racional e sua aplicação para modelar opinião pública; no Capítulo 2 fazemos uma revisão de literatura dos modelos canônicos da área de dinâmicas de opinião e fazemos uma discussão sobre nossa abordagem; no Capítulo 3 apresentamos o modelo e cronograma; por fim nas Considerações Finais apresentamos limitações do trabalho.

---

<sup>3</sup> O *survey* utilizado no trabalho é *European Social Survey*. (<<http://www.europeansocialsurvey.org/>>).

# 1 Teoria Política Formal e Distribuição de Preferências

Como discutido na introdução, o nexos entre cidadãos e governo é a base dos sistemas democráticos. Dada a importância desse nexos não é surpresa que na Ciência Política exista uma grande gama de trabalhos e abordagens que buscam descrever, explicar e prevê-lo. A caracterização e justificativa para nosso problema de pesquisa parte de um diálogo com a Teoria Política Formal, a ser definida e discutida em seguida.

## 1.1 Fundamentos da Teoria Política Formal

Vamos definir Teoria Política Formal como: conjunto de modelos e hipóteses teóricas explicitamente definidos que buscam representar atividades e comportamentos relacionados à ação e escolha coletiva.

Com essa definição estamos conjugando três definições: a de Teoria, a de Política e a de Formal. O conceito de política, e em certa medida o de teoria, pode ser considerado como “essencialmente contestado”, isto é, é um conceito cuja grande importância normativa faz com que haja uma disputa em relação à sua definição e uso (COLLIER; HIDALGO; MACIUCEANU, 2006). Há assim um grande debate sobre a melhor definição de política. Vamos usar a definição dada por Joe Oppenheimer, para o qual a “política consiste no comportamento realizado com o objetivo de tomar decisões centralizadas para um grupo, ou para assegurar o interesse de membros desse grupo” (OPPENHEIMER, 2012, p. I)<sup>1</sup>.

Quanto a definição de teorias estamos seguindo perspectivas pós-positivistas de ciência, particularmente a Visão Semântico-Pragmática de Clarke e Primo (2012) em que teorias são conjuntos de modelos, sistemas caracterizados por uma definição, e hipóteses teóricas - a delimitação da similaridade dos modelos com determinados sistemas alvo<sup>2</sup>.

Por fim, entendemos que os modelos são formais na medida em que construídos por meio de algum sistema formal (WONG, 2015). Em Teoria Política Formal isso significa que tendem a ser construídos usando o intermédio da lógica formal, matemática ou computação (MORTON, 1999). Nosso foco na literatura em teoria política formal é justificado pelo fato dela ser um corpo teórico construído por meio de modelos *explícitos* (EPSTEIN, 2008). Embora não seja a única forma de construir modelos explícitos, o uso de um sistema formal é uma forma de forçar o pesquisador a delimitar claramente qual o modelo está

<sup>1</sup> Essa definição é equivalente a dada por Barber (2003). Para uma discussão mais aprofundada sobre o tema ver: Warren (1999).

<sup>2</sup> Para uma discussão sobre as diferentes visões sobre o que são teorias e modelos ver Winther (2016).



sendo utilizado para representar um determinado sistema ou processo gerador de dados (MORTON, 1999; SMALDINO, 2017).

O estudo formal da ação e escolha coletiva teve como período de fundação moderno o período entre Black (1948) (marco no estudo da escolha coletiva) e Olson (1965) (marco para os estudos da ação coletiva), embora *insights* típicos da literatura, como paradoxos da agregação ou o problema do caroneiro, tenham sido discutidos anteriormente por pensadores como Plínio, o Jovem (64-114 d.C.); Ramon Lull (1232-1315); David Hume; e John Stuart Mill (MCLEAN, 2015; HARDIN, 2013; ORDESHOOK, 1990).

Embora não seja a única forma de se modelar formalmente fenômenos políticos, modelos de escolha racional são em larga medida os mais comuns (AUSTEN-SMITH; BANKS, 1998). De uma forma geral, os modelos da Teoria da Escolha Racional, em política, buscam representar fenômenos segundo alguma variante da seguinte equação, a Equação de Plott (MUNGER, 2015; OSTROM, 1986)<sup>3</sup>:

$$\text{Preferences} \oplus \text{Beliefs} \oplus \text{Physical Possibilities} \oplus \text{Institutions} = \text{Outcomes}$$

Esses modelos podem ser divididos em duas variantes: *thin* ou *thick* (HECHTER; KANAZAWA, 1997; GREEN; SHAPIRO, 1996). Ambos os tipos de modelos são construídos com base nos pressupostos mínimos de um modelo de ator racional: preferências racionais e racionalidade bayesiana (GINTIS, 2016). A diferença entre eles é que os modelos *thin* não fazem pressupostos substantivos sobre os valores e objetivos dos agentes. Neles os teóricos buscam modelar a combinação entre agentes e instituições da maneira mais geral possível. Já modelos *thick* adicionam um conjunto de pressupostos extras sobre objetivos, valores, incerteza, com o objetivo de representar fenômenos particulares como o comparecimento às urnas, a competição partidária, a escolha de candidatos pelo eleitorado, independência burocrática, o efeito fiscal de constituições, dentre outros (BENDOR et al., 2011).

Todo modelo formal da escolha racional em política envolve os seguintes elementos primitivos: o conjunto  $N$  de agentes, o conjunto  $X$  de alternativas possíveis, e para cada agente em  $N$  uma descrição de suas preferências em relação às alternativas em  $X$  (AUSTEN-SMITH; BANKS, 1998, p. 263).

A preferência é uma relação de comparação de valor, onde dois conceitos são fundamentais: o de melhor (preferência estrita), denotado por  $\succ$ , e o de igual em valor (indiferença), denotado por  $\sim$ .

A relação de preferência fraca  $\succeq$  pode ser definida da seguinte forma:

<sup>3</sup> Essa “equação” é conceitual.  $\oplus$  é usado como um operador abstrato não especificado (OSTROM, 1986).

$$x \succeq y \leftrightarrow x \succ y \vee x \sim y$$

A aplicação dessa definição de preferência no modelo do ator racional pressupõe que ela seja uma relação binária no conjunto de alternativas  $X$ , com as seguintes propriedades, para todo  $x, y, z \in X$ , e para todo conjunto  $Z \subset X$  (GINTIS, 2016; BINMORE, 2008):

1. *Completeness*:  $\{x \succeq y|X\}$  ou  $\{y \succeq x|X\}$ ;
2. *Transitividade*:  $\{x \succeq y|X\}$  e  $\{y \succeq z|X\}$  tem por implicação  $\{x \succeq z|X\}$ ;
3. *Independência das alternativas irrelevantes*: para  $x, y, z \in Z$ ,  $\{x \succeq y|Z\}$  se e somente se  $\{x \succeq y|X\}$ .

Um pressuposto adicional é que existe um  $x \in X$  tal que para todo  $y \in X$ ,  $x \succeq y$ , e que num ambiente sem restrição os atores escolhem essa alternativa (GINTIS, 2016). Esses pressupostos constituem o primeiro princípio do modelo do ator racional: os agentes possuem *preferências consistentes ou racionais*.

Uma conveniência analítica é representar relações de preferência por meio de funções de utilidade, que são funções que atribuem um número real para cada elemento do conjunto de alternativas (HANSSON; GRÜNE-YANOFF, 2012). A relação  $\succeq$  é representada pela função  $u: X \rightarrow \mathbb{R}$  se e somente se:

$$u(x) \geq u(y) \text{ se e somente se } x \succeq y$$

Por meio dessa representação podemos dizer que os atores agem *como se* estivessem maximizando sua função de utilidade. Importante notar que funções de utilidade são um dispositivo matemático. Modelar agentes por meio de funções de utilidade não implica que eles sejam egoístas, instrumentais, utilitários, hedonistas, ou que estejam “tentando maximizar sua utilidade” (GAUS, 2007).

O segundo princípio dos modelos de ator racional é a *racionalidade bayesiana* (GINTIS, 2016). Quando as alternativas são probabilísticas primeiro pressupomos que os agentes têm um *modelo do mundo* (ACEMOGLU; OZDAGLAR, 2011): os agentes vão ter uma crença, representada por meio de uma função de distribuição de probabilidade, a qual vai atribuir uma probabilidade  $p$  para cada evento em  $X$ . O modelo da escolha racional então pressupõe que as crenças dos agentes são coerentes ou consistentes, o que equivale a dizer que estão em conformidade com os axiomas da probabilidade (JACKMAN, 2009). O outro elemento do princípio da racionalidade bayesiana é a *atualização bayesiana* (GINTIS, 2016, p.104): os agentes atualizam suas crenças segundo o Teorema de Bayes.

Sumarizando, os modelos de escolha racional na sua versão mais básica pressupõem agentes com preferências consistentes, o que implica que sejam transitivas, completas e independente de alternativas irrelevantes. Caso o contexto de decisão seja incerto também pressupõem que os agentes tem uma crença em conformidade com os axiomas da probabilidade, suas preferências podem ser e atualizam suas crenças de acordo com o Teorema de Bayes.

## 1.2 Teoria Política Espacial

Dentre as várias formas de modelar política por meio do modelo do ator racional a principal é o conjunto de modelos conhecido como Teoria Espacial (ou Geométrica<sup>4</sup>) de Política (HOUWELING; SNIDERMAN, 2005).

A Teoria Espacial de Política tem suas origens nos trabalhos canônicos de Duncan Black e Anthony Downs, e as bases matemáticas da teoria foram desenvolvidas por Otto Davis, Melvin Hinich e Peter Ordeshook (BLACK et al., 1958; DOWNS, 1957; POOLE, 2005; MILLER, 2015). Ela está fundamentada na idéia essencial que as alternativas, posicionamento e preferências dos agentes políticos podem ser representadas por meio de espaços geométricos. Ela captura a metáfora e noção da linguagem política diária de que as alternativas políticas tem uma relação de proximidade/distância, tal qual a noção de que partidos, pessoas, ou propostas são de “extrema-esquerda”, “centristas” ou “de direita” (MUNGER, 2015).

Seguindo Humphreys e Laver (2010), podemos dividir os modelos geométricos em dois grupos. Eles podem ser *fracamente* ou *fortemente* espaciais. Os modelos fracamente espaciais só caracterizam as alternativas e as preferências segundo uma analogia geométrica. Já modelos fortemente espaciais envolvem uma teoria comportamental sobre como as pessoas pensam sobre política (LAVER, 2014).

Nos modelos fracamente espaciais o conjunto de alternativas  $X$  é pensado como um espaço, mais comumente como o subconjunto de um espaço Euclidiano de  $n$  dimensões (AUSTEN-SMITH; BANKS, 1998). Assumem também que agentes tem preferências, consistentes, sobre esse espaço. Não assume-se, contudo, que os agentes percebem as utilidades das alternativas em termos das distâncias relativas no espaço subjacente. Os agentes têm funções de utilidade abstratas, não especificadas (HUMPHREYS; LAVER, 2010)<sup>5</sup>.

Modelos fortemente espaciais, por outro lado, pressupõem que os agentes tem uma

---

<sup>4</sup> Vamos usar o termo geométrico de maneira intercambiável com espacial, pelo fato do último gerar a confusão com trabalhos relacionados ao papel do espaço geográfico em política (WARD; O'LOUGHLIN, 2002; POOLE, 2005).

<sup>5</sup> Humphreys e Laver (2010) indica o programa de pesquisa sobre o “Caos” em decisões coletivas multidimensionais como exemplo de modelos fracamente espaciais.

cognição geométrica. Isso significa que localizam as alternativas e sua alternativa preferida  $x_i$ , seu ponto ideal, num espaço cognitivo, e ranqueiam as alternativas segundo uma medida de distância  $d_i(., .)$ . A função de utilidade dos agentes é a composição da função de distância e uma função de perda de forma que  $u_i(y) = f_i(d_i(x_i, y))$  (HUMPHREYS; LAVER, 2010; LAVER, 2014).

O pressuposto modal é que métrica é Euclidiana: os agentes medem a distância entre dois pontos no espaço de alternativas usando o Teorema de Pitágoras (MUNGER, 2015). Ademais, assume-se, por conveniência analítica, funções com um único pico (o ponto ideal do agente) e simétricas. Funções de utilidade usualmente utilizadas na ciência política são a linear, a quadrática e a gaussiana, ilustradas na Figura 1:

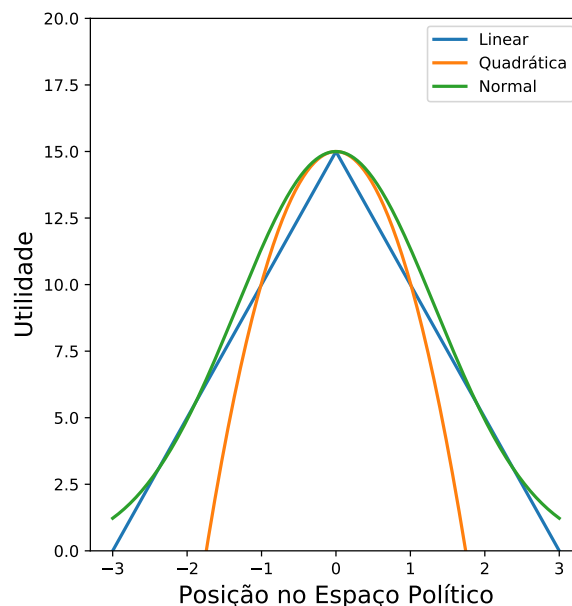


Figura 1 – Funções de Utilidade comuns em Política

Fonte: Adaptado de Armstrong et al. (2014)

Essa estrutura básica do modelo espacial é aplicada em dois tipos de fenômenos: votos em comitê e eleições de massa (MUNGER, 2015). Há, contudo, uma grande diferença entre essas duas situações de ação, e essa diferença motiva nosso problema.

### 1.3 Teoria Espacial e Eleições

A diferença entre os dois contextos de ação é reconhecida desde as contribuições seminais de Black e Downs. Em geral, em votos em comitê o número de agentes é pequeno, os agentes são bem informados e a decisão costuma ter alta implicação para eles. Já em

eleições de massa existem muitos eleitores, a informação sobre as alternativas é ambígua e os efeitos da decisão são difusos (MUNGER, 2015).

Essa distinção tem por corolário uma maior conformidade do voto em comitês com os *pressupostos de similaridade* entre um modelo de ator racional e uma situação de interesse alvo. O primeiro pressuposto de similaridade refere-se a propriedades dos agentes alvo: as crenças e preferências deles são independentes (BINMORE, 2008). Os outros três lidam com o contexto de ação alvo: a situação de ação é simples, tanto em estrutura, quanto informacionalmente; os agentes têm incentivo para agir e informar-se; e há tempo disponível para os agentes aprenderem (BINMORE, 2007; PAGE, 2008).

A aplicação do modelo racional ao contexto do comportamento eleitoral é assim não trivial, por uma razão: a escala. Como argumenta Binmore (2008) a aplicação do modelo da decisão racional em “large worlds” é problemática, pois provavelmente estaremos violando algum dos pressupostos de similaridade apresentados.

Desde seu surgimento o programa de pesquisa “Downsiano” reconhece a distância entre a aplicação ideal, do ponto de vista preditivo, e o sistema alvo, eleições. Downs (1999) dedica uma grande porção do livro à incerteza e a problemas de incentivos, e a obra inspirou uma ampla literatura sobre comparecimento às eleições, tomada de decisão do eleitor e competição partidária (BENDOR et al., 2011).

Em relação à tomada de decisão do eleitor há uma tensão entre a literatura em teoria formal e a literatura em psicologia política: a primeira costuma pressupor que agentes têm ideologias bem definidas e são bem informados, ou tem alguma noção probabilística, sobre as alternativas partidárias, algo contestado veementemente pela segunda (BENDOR et al., 2011, p.5). A falta de conhecimento sobre temas/questões e a instabilidade de resposta a *surveys* é um dos resultados recorrentes na literatura em opinião pública desde sua fundação (BERELSON, 1952; CONVERSE, 2006; ZALLER; FELDMAN, 1992; KUKLINSKI et al., 2000).

A instabilidade nas respostas e a suscetibilidade dos cidadãos a *framing effects*<sup>6</sup> levam Bartels (2003) a contestar o uso da noção de preferência como base para o estudo do nexa democrático, pois cidadãos não teriam preferências consistentes, coerentes ou estáveis. Ele argumenta, contudo, que os eleitores têm posicionamentos, os quais são melhor teorizados como *attitudes*<sup>7</sup>.

Embora possa-se contestar a validade externa dos questionários que buscam demonstrar a instabilidade de posicionamento dos cidadãos (DRUCKMAN; LEEPER, 2012), e a relevância dos *framing effects* para a aplicação modelo do ator racional (GINTIS, 2016,

<sup>6</sup> *Framing effects* são “situações nas quais formas alternativas de apresentar uma questão política levam a diferentes respostas do público” (BARTELS, 2003, p.56).

<sup>7</sup> Ele define atitude como uma tendência psicológica que é expressa pela avaliação de uma entidade particular com algum grau de aprovação ou desaprovação (BARTELS, 2003, p.52).

p. 107), Bartels levanta um ponto incontornável: o pressuposto de preferências racionais não é inócuo, em especial no contexto eleitoral.

O pressuposto de que agentes têm preferências racionais sobre todas questões políticas é exigente do ponto de vista cognitivo. Contudo, não é necessário. Para aplicar o modelo geométrico de política em um contexto macro não é necessário supor que cada questão (*issue*) vá definir uma dimensão no espaço de alternativas. O que é necessário é que os agentes tenham *algum* posicionamento nas questões, e que exista uma interrelação entre a resposta do eleitor entre posicionamentos, de forma que possamos descrever as atitudes dos agentes em todas as questões segundo a correlação com alguma dimensão latente (POOLE, 2005; LAVER, 2014). Poole e Daniels (1985) encontra que 80% dos votos no Congresso americano podem ser explicados por uma única dimensão latente (liberal-conservador). Já Benoit, Laver et al. (2006) encontra que no máximo três dimensões são necessárias para capturar a informação relevante sobre os posicionamentos dos eleitores, em um banco de dados de 47 países.

A preferência dos agentes nessas dimensões é, portanto, construída a partir do posicionamento, atitudes, considerações, opiniões e crenças, deles num agrupamento de questões. Isso significa que as preferências dos eleitores são *extrínsecas*. Preferências intrínsecas são preferências irreduzíveis. Independem de mudanças do ambiente ou de alguma razão em particular. O agente  $i$  simplesmente prefere  $x$  a  $y$ . Já preferências extrínsecas dependem de um julgamento, uma crença, de que uma alternativa, é, em algum sentido, melhor que a outra. Preferências extrínsecas têm razões subjacentes, e, portanto, possivelmente mudam quando ocorrem mudanças no ambiente (LIU, 2010; BINMORE, 2008).

Preferências extrínsecas violam o pressuposto de que as preferências e crenças dos agentes são independentes, o que complica a análise da situação de ação por meio do modelo do ator racional, dado que não podemos pressupor que elas são estáveis. No contexto da economia do bem-estar, por exemplo, Kenneth Binmore argumenta que os modelos do ator racional supõem preferências intrínsecas, na medida que “não ajudaria muito ... introduzir uma reforma que todos aprovam se ela mudar o ambiente de uma forma que reverta as preferências de todos ” (BINMORE, 2008, p.6).

Como as preferências no contexto eleitoral necessariamente são construídas a partir de posicionamentos num conjunto de questões, por definição, elas são extrínsecas. Logo, são, potencialmente, sensíveis à mudanças no ambiente. Tendo em vista tanto a complexidade informacional do contexto, quanto os baixos incentivos à busca de informação, isso vai significar que os agentes serão *incertos* quanto às suas preferências. Essa incerteza em relação às preferências, e o baixo custo, percebido, da mudança permitem que modelos de dinâmicas de opinião<sup>8</sup> possam ser usados para representar seu processo de formação e

<sup>8</sup> Área a ser discutida no Capítulo 2.

cristalização.

As preferências dos cidadãos, portanto, não vão ser estáticas. Isso não significa, contudo, que elas necessariamente serão altamente instáveis. Como as preferências são construídas a partir de um conjunto de posicionamentos e crenças em várias questões, é de se esperar que elas sejam mais estáveis do que o posicionamento dos atores em cada questão específica, o objeto dos estudos em opinião pública que têm por objetivo analisar a instabilidade de resposta dos eleitores (DRUCKMAN; LEEPER, 2012). Do ponto de vista macro, é de se esperar, desta forma, que a distribuição de preferências dos eleitores seja consistente. A Figura 2, a qual mostra o auto-posicionamento político, numa escala de 0 a 10 (esquerda-direita), de respondentes <sup>9</sup> em seis edições do *European Social Survey*, condiz <sup>10</sup> com essa expectativa:

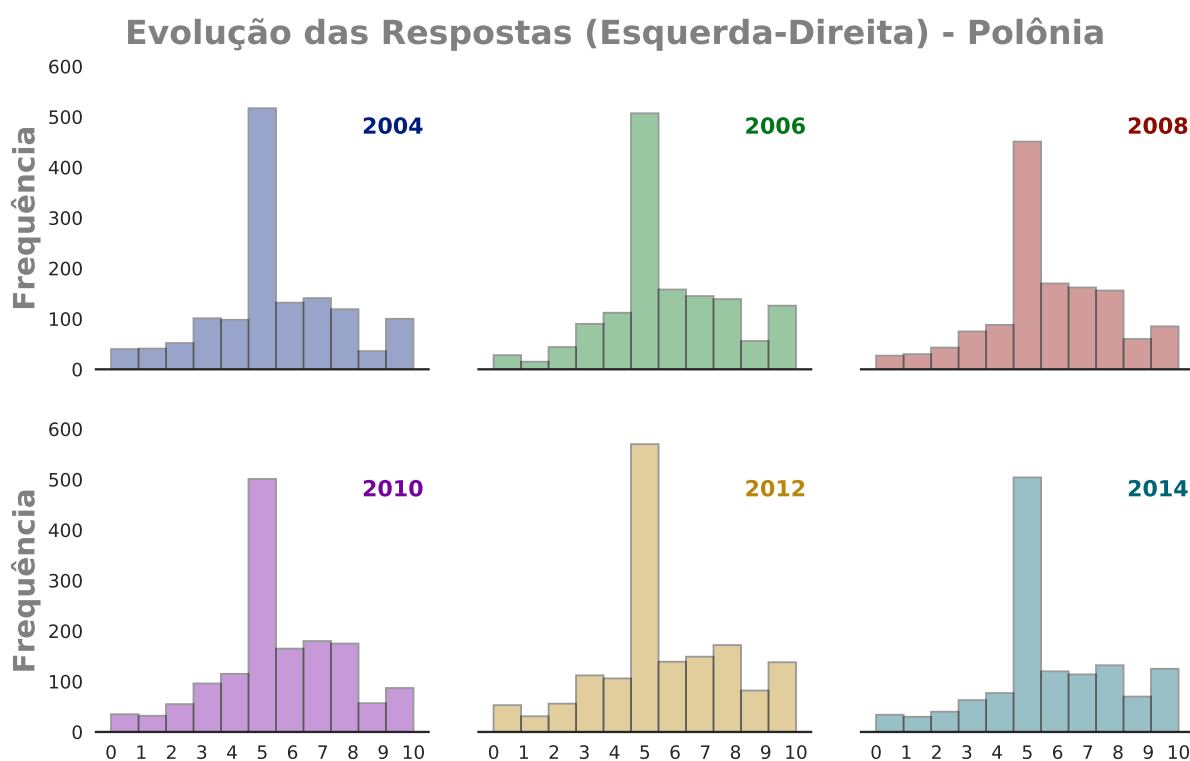


Figura 2 – Evidência de estabilidade ideológica

Fonte: Elaboração própria. Dados do *European Social Survey*.

A escala do fenômeno eleitoral também afeta uma segunda categoria de agentes: os partidos. Os partidos também estão posicionados no espaço de alternativas  $X$  e competem pelos votos dos eleitores. Para os partidos  $X$  é um espaço de plataformas. Para competirem têm de ser capazes de determinar qual o percentual de votos das posições nesse espaço. A literatura reconhece que talvez os partidos não sejam capazes de fazê-lo, adicionando

<sup>9</sup> A cada edição uma nova amostra é selecionada.

<sup>10</sup> Para questões metodológicas em relação a esses dados ver o Apêndice 1.

a possibilidade de que eles sejam incertos quanto as preferências políticas dos eleitores (GLAZER; GROFMAN; OWEN, 1989; GROFMAN, 2004).

Como argumenta Page (2008, p.144) essa é a estratégia *one-theta-fits-all*, que consiste em ignorar a dificuldade da tomada de decisão e a complexidade do ambiente em que os agentes estão situados, e modelá-los como otimizadores sob incerteza. Para a competição espacial com dimensão  $n > 1$ , demonstra Laver e Sergenti (2011, 14-27), agir de maneira ótima, é, contudo, impossível. Os partidos, desta forma, necessariamente agem segundo heurísticas e se movimentam no *electoral landspace* de forma adaptativa (KOLLMAN; MILLER; PAGE, 1998; MARCHI, 1999). Isso abre a possibilidade, teórica, de que os partidos fiquem presos em picos locais. Do ponto de vista empírico, Lorenz (2017) e Flache et al. (2017) apontam os seguintes fatos estilizados sobre as distribuições de auto-posicionamento ideológico, ilustradas na Figura 3, no *European Social Survey*: há um pico central dominante; há uma tendência para a existência de *clusters* não centrais, mas não extremos; e há uma tendência a picos nos extremos.



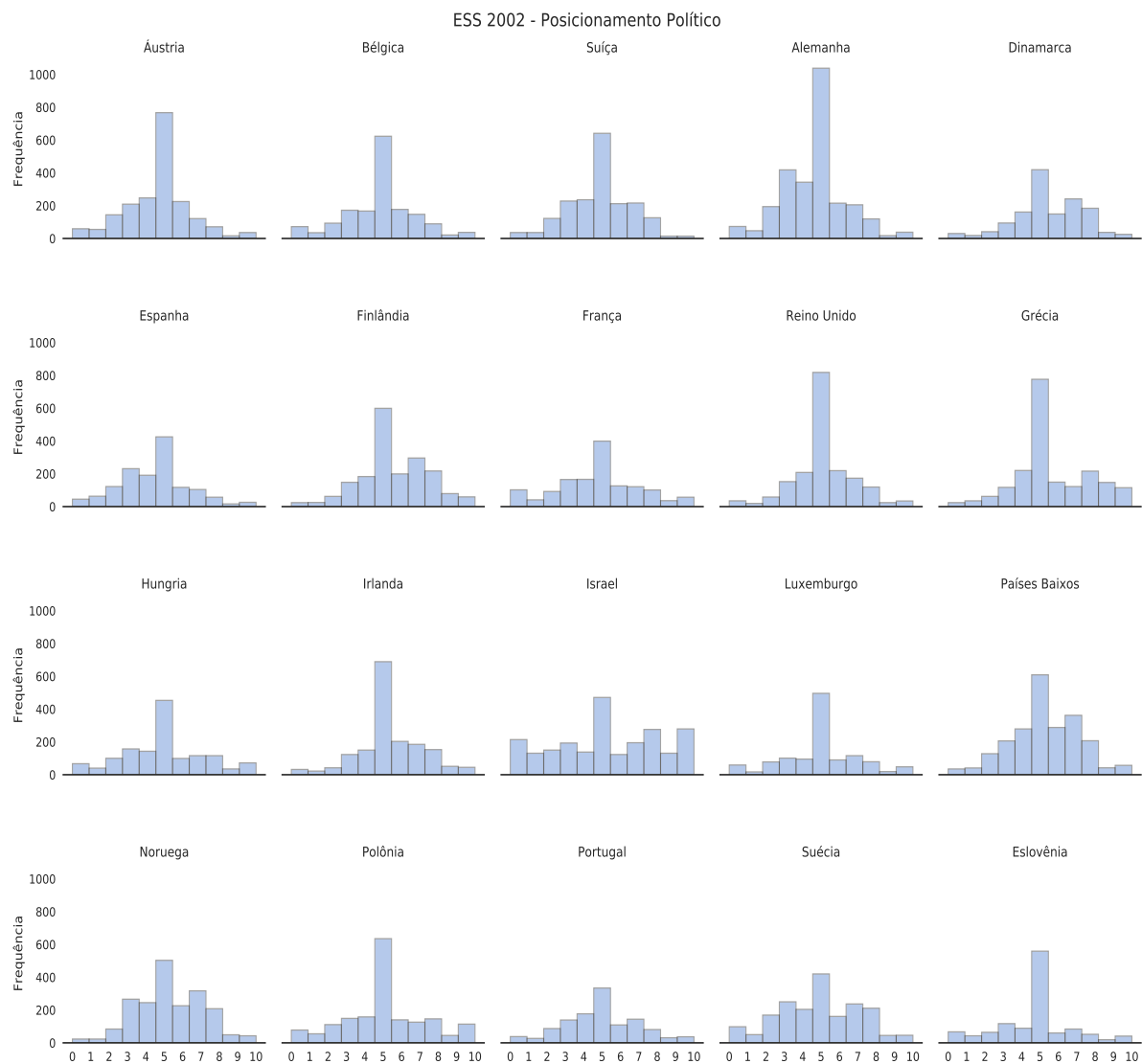


Figura 3 – Distribuição de Posicionamento Ideológico de respondentes em 20 países

Fonte: Elaboração própria. Dados do *European Social Survey*.

Dado que as eleições são o principal mecanismo de conexão entre cidadãos e governo nas poliarquias (DAHL, 1989) e dado que a sobrevivência dos partidos na competição eleitoral depende da sua capacidade de captar o voto dos eleitores, podemos concluir que o *formato* da distribuição das preferências dos eleitores é central para o estudo do nexo democrático.

Temos, desta forma, duas diretrizes para o estudo. Do ponto de vista micro, podemos modelar os pontos ideais dos agentes segundo um modelo de dinâmicas de opinião. Esse é o nosso ponto de partida. Do ponto de vista macro, aspiramos que nossos modelos consigam gerar distribuições que sejam plausíveis do ponto de vista empírico, dado que o formato delas importa. Esse é o nosso *benchmark*.

## 2 Dinâmicas de Opinião

Nesse capítulo fazemos uma revisão bibliográfica da área de Dinâmicas de Opinião<sup>1</sup>. Definimos a área, o que são modelos baseados em agente e quais os constituintes típicos de um modelo de OD. Depois apresentamos modelos que podem ser considerados canônicos, em sua versão mais simples, pelo fato de inspirarem uma gama de modificações e extensões. Na seção seguinte discutimos algumas questões teóricas referentes à atualização da opinião dos agentes e concluímos o capítulo com uma discussão de nossa abordagem.

### 2.1 Definição da Área

OD é uma área que pode ser definida a partir de 3 elementos. Primeiramente, sistemas alvo em comum, delimitados pela pergunta central: quais elementos determinam se um grupo de agentes chega ao consenso sobre algo, ou ao invés disso persistem em discórdia? (CASTELLANO, 2012)<sup>2</sup>. Segundo, um conjunto de modelos que partilham elementos constitutivos, particularmente fazendo uso da técnica da Modelagem Baseada em Agentes<sup>3</sup>, e em, alguma medida, de *insights* e técnicas da Física Estatística (GALAM, 1990). Terceiro, uma comunidade de pesquisadores que partilham do interesse no objeto, fazem uso de referenciais e técnicas compartilhadas e se reconhecem como membros dessa comunidade.

Na área há a aceitação de um significado amplo e abstrato de opinião como uma característica de um agente que pode ser mudada com pouco custo (CASTELLANO, 2012, p.312). Isso permite com que ela vise sistemas alvos tais como voto, ciência, cultura, difusão de tarifas, dentre outros (KOWALSKA-PYZALSKA et al., 2013; MARTINS, 2015; AXELROD, 1997; GALAM, 1990). Essa gama de aplicações está relacionada com a base disciplinar dos pesquisadores, envolvendo pessoas de áreas como Física, Sociologia, Ciência Política, Economia, Psicologia Social, dentre outras, o que nos permite considerar a área como um subgrupo da Sociofísica (GALAM; GEFEN; SHAPIR, 1982; GALAM, 2012).

### 2.2 Modelagem Baseada em Agentes e Dinâmicas de Opinião

Modelos Baseados em Agentes podem ser definidos como modelos que envolvem agentes discretos, onde agentes, seus atributos, e possivelmente um ambiente são definidos

<sup>1</sup> Doravante OD (*Opinion Dynamics*).

<sup>2</sup> Essa pode ser pensada como a pergunta *fundacional* da área (FLACHE et al., 2017).

<sup>3</sup> De agora em diante vamos usar a abreviação ABM para modelagem (ou modelo(s)) baseada(os) em agentes.

algoritmicamente (SAYAMA, 2015)<sup>4</sup>. Num ABM existem três noções primitivas: os *atributos*, os *estados* e as *configurações* (MARCHI; PAGE, 2014). Os atributos dos agentes são o conjunto de propriedades que cada agente  $i$  tem. Os estados dos agentes são os valores de seus atributos num determinado tempo  $t$ . Já as configurações são as coleções de todos os estados dos agentes num modelo.

ABM é uma técnica flexível: podemos construir modelos “metafóricos” com objetivo de auxiliar o desenvolvimento de intuição segundo a elucidação de princípios; ou de alta-fidelidade, com dezenas de atributos e um ambiente incluindo casas, escolas, sistemas de transporte, dentre outros, com o objetivo avaliar contrafactuais próximos a determinados casos concretos (MARCHI; PAGE, 2014; EPSTEIN, 2006).

Segundo Sayama (2015, p.430-1), ABMs têm as seguintes propriedades típicas:

- agentes podem ter estados internos;
- agentes podem ser espacialmente localizados;
- agentes podem perceber e interagir com o ambiente;
- agentes podem interagir segundo regras pré-definidas;
- agentes podem ser capazes de aprender e adaptar-se;
- agentes podem interagir com outros agentes;
- ABMs muitas vezes não tem supervisores/controladores centrais;
- ABMs podem produzir comportamentos coletivos não triviais.

Tendo em vista essas propriedades, ABMs são particularmente úteis para o estudo de sistemas complexos (WILENSKY; RAND, 2015), dada: sua capacidade de incluir redes e espaço; seu potencial de ligar múltiplos domínios e de incluir uma maior heterogeneidade de agentes; além de seu foco na robustez de resultados (MARCHI; PAGE, 2014; WILENSKY; RAND, 2015). Não por acaso, ABMs são amplamente usados em OD (CASTELLANO, 2012; FLACHE et al., 2017).

Que elementos constituem os modelos de OD ? Podemos delimitar um modelo de dinâmicas de opinião da seguinte forma: agentes, conectados, possuem opiniões como variáveis e interagem segundo regras que explicam a mudança ou manutenção das opiniões individuais sob efeito da interação com outros agentes ou outras fontes (como a mídia) (SÎRBU et al., 2017). Os agentes num modelo em OD têm então : uma *opinião*; uma *estrutura de interação*; e uma *regra de atualização* de sua opinião.

<sup>4</sup> ABMs costumam ser implementados como simulações num computador, embora existam modelos baseados em agentes que historicamente não tenham sido diretamente em computadores, como os modelos de Schelling e de Sakoda (HEGSELMANN, 2017).

A opinião dos agentes pode ser representada como uma variável ou conjunto de variáveis, que por sua vez podem ser discretas ou contínuas. Já a estrutura de interação consiste no conjunto de agentes cujas ações e propriedades podem afetar a opinião de um agente  $i$  (PAGE, 2008).

Podemos dividir a estrutura de interação numa *topologia* de interação e numa *regra de interação*. A topologia de interação define quais agentes estão conectados com  $i$ , e podem, potencialmente, afetá-lo. A regra de interação define como  $i$  interage com os agentes desse conjunto (seus “vizinhos”). Em OD as regras de interação definem qual a relação que o agente  $i$  tem com seus vizinhos: se interage com um vizinho por vez, uma interação em díade, ou com algum subconjunto de seus vizinhos, uma interação em grupo. Por fim, a regra de atualização define sob qual regra a opinião do agente  $i$  muda do tempo  $t$  para o tempo  $t + 1$ .

## 2.3 Modelos Canônicos

Adaptações do Modelo de Ising são os modelos mais fundamentais na área. O modelo de Ising é um modelo paradigmático da Mecânica Estatística, usado para representar o processo de magnetização de materiais<sup>5</sup>. Neles, variáveis discretas, *spins*, com valores  $s = \pm 1$ , estão localizadas num grafo, e têm uma tendência a alinhar-se com seus vizinhos: se a maioria tem  $s = +1$  o spin muda seu valor para  $+1$ ; se a maioria tem  $s = -1$  o spin muda seu valor para  $-1$ ; se houver empate o spin muda seu valor com probabilidade  $\frac{1}{2}$  (CASTELLANO, 2012; SOLÉ, 2011). A reinterpretação para o contexto de OD é o seguinte: o spin é um agente; sua opinião pode ter os valores  $+1$  ou  $-1$ ; um agente interage com todos seus vizinhos por passo de tempo; ele assume a opinião da maioria deles.

Um modelo parecido com o anterior é o “Voter” (HOLLEY; LIGGETT, 1975). Nele cada agente tem uma opinião binária  $\pm 1$ ; e a cada passo um agente é selecionado aleatoriamente e assume a opinião de algum de seus vizinhos. Difere do modelo anterior, portanto, na regra de interação, díade ao invés do grupo inteiro, e de atualização, assume o valor do vizinho ao invés da maioria deles.

Já no modelo da Regra de Maioria a interação é : a cada “tick” um grupo de tamanho  $r$  é selecionado aleatoriamente e todos os agentes mudam sua opinião para a opinião da maioria do grupo (GALAM, 1990; GALAM, 2012). O tamanho  $r$  pode ser fixo ou ser tirado de alguma distribuição a cada passo. Se  $r$  for par podem ocorrer empates nos grupos, de forma que ou o grupo escolhe uma das opiniões com probabilidade  $\frac{1}{2}$ , ou

<sup>5</sup> O modelo de Ising é um modelo paradigmático de sistemas com muitas partes interagindo levando à uma transição de fase, a uma mudança de comportamento qualitativo do sistema. Sendo assim, é aplicado em vários contextos além da sua concepção original, como mercados financeiros, sistemas ecológicos, e dinâmicas de opinião (SOLÉ, 2011)

introduz-se um viés, e toda vez que houver empate o grupo muda para uma das opiniões (GALAM, 2012; GALAM, 1986).

O Modelo Sznajd também é bastante discutido na literatura (SZNAJD-WERON; SZNAJD, 2000; SÎRBU et al., 2017; CASTELLANO, 2012). Nele cada agente têm exatamente dois vizinhos, em uma grade unidimensional. A cada passo um par  $ij$  de vizinhos é selecionado e se sua opinião for igual os outros vizinhos de  $i$  e  $j$  mudam a opinião para a opinião de convergência. Se eles discordarem,  $i$  adota a opinião do outro vizinho, e  $j$  faz o mesmo.

Todos os modelos até agora representaram opiniões como uma variável que pode tomar valores binários. Além disso a regra de atualização dos modelos pressupõe uma interação assimilativa: indivíduos conectados por meio de uma relação estrutural influenciam uns aos outros em direção à diminuição da diferença de suas opiniões (FLACHE et al., 2017). O modelo de Axelrod (1997) difere em ambos os aspectos. Cada agente tem por opinião um vetor  $F$  de componentes  $(\sigma_1, \dots, \sigma_f)$  (KLEMM et al., 2003). Esses  $\sigma_i$  podem tomar valores inteiros de 0 a 9. Os componentes são as características culturais dos agentes e seus possíveis valores são seus traços culturais (GOMES, 2014). O modelo considera interação entre pares de vizinhos, os quais interagem com uma probabilidade proporcional ao número de traços que têm igual. Isso significa que se  $i$  tem uma opinião igual a 82330 e seu vizinho  $j$  tem uma opinião 67730 eles têm 40% de interagirem. Se eles interagirem,  $i$  troca um dos traços em que difere *por*  $j$  um dos traços de  $j$  (AXELROD, 1997). Nesse modelo pessoas similares têm uma probabilidade maior de se interagirem do que pessoas distintas, mas uma vez que a interação ocorre elas ficam mais parecidas. Sendo assim, o modelo de Axelrod pode ser considerado um modelo de assimilação enviesada: só indivíduos suficientemente similares podem influenciar uns aos outros na redução de suas diferenças (FLACHE et al., 2017).

Um outro modelo canônico de assimilação enviesada é o Modelo de Deffuant-Weisbuch (DEFFUANT et al., 2000). Nele cada agente  $i$  tem opinião inicial  $o_i \in [0, 1]$ . Dois agentes são escolhidos aleatoriamente, e  $i$  é influenciado por  $j$  se  $|o_i - o_j| < \epsilon$ . Se isso ocorrer suas opiniões se aproximam de acordo com um parâmetro  $0 < \mu \leq 0.5$ , de forma que:  $o_{i,t+1} = o_{it} + \mu(o_{jt} - o_{it})$ . Esse modelo é particularmente relevante para o presente trabalho, por duas razões: a opinião é contínua, assim como a representação das “utilidades” dos agentes em Teoria Política Espacial<sup>6</sup>; e  $\epsilon$  pode ser interpretado como parte da regra de atualização, o que faz modelo os agentes tenham viés de confirmação.

Quando  $\epsilon$  é interpretado como parte da regra de interação temos o princípio da homofilia: padrões estruturais de interação social levam pessoas a ter maior probabilidade de interagirem com pessoas similares a elas (MCPHERSON; SMITH-LOVIN; COOK,

<sup>6</sup> Na verdade, ligar a literatura de OD com funções de utilidade em economia e com a noção geométrica de política é a justificativa dada por Deffuant et al. (2000) para considerar opiniões como contínuas.

2001). Quando  $\epsilon$  é interpretado como parte da regra de atualização temos o fenômeno do *viés de confirmação*: a tendência das pessoas de dar maior peso a informações que confirmem suas crenças anteriores (NICKERSON, 1998).

Huckfeldt, Ikeda e Pappi (2005) argumenta que indivíduos escolhem redes de discussão com razões distintas às políticas (como interesses profissionais e hobbies) e acabam interagindo com indivíduos cujas filiações partidárias distintas. Desta forma, o papel da homofilia em política é atenuado. Já o *viés partidário* dos cidadãos, o viés de confirmação no tocante a questões políticas, é um resultado estabelecido na literatura em opinião pública e psicologia política, e imprescindível para a modelagem generativa de opinião pública (BARTELS, 2002; FLYNN; NYHAN; REIFLER, 2017; LODGE; TABER, 2013).

## 2.4 Regra de Atualização e Processamento de Informação

Como lembra Dirk Helbing, não existe uma única forma de modelar agentes interagindo em sistemas sociais complexos (HELBING, 2010). Os modelos canônicos em OD têm uma abordagem que Helbing chama de *fisicalista*: abstraem as interações sociais ao ponto delas poderem ser estudadas como um modelo de “partículas”. Em OD essa abordagem é refletida na forma como se modela a regra de atualização: abstrai-se o processamento de informação, a cognição dos agentes. Isso, como frisa Helbing, não é uma falha dos modelos. Paul Ormerod defende que o *null model* em sistemas sociais complexos deveria ser o de um *zero intelligence actor*, pois a complexidade dos sistemas nos permitiria modelar os agentes “como se fossem” átomos (ORMEROD, 2008; BENTLEY; ORMEROD, 2012).

Não obstante, um conjunto de trabalhos em OD tem buscado abrir a “caixa-preta” da cognição dos agentes e tratam a atualização de opinião como resultado de um processamento de informação explicitamente modelado (FLACHE et al., 2017; JAGER, 2017). O modelo Polias de Brousmyche et al. (2016), o modelo Innomind de Schröder e Wolf (2017) e o modelo Lodge-Taber (KIM; TABER; LODGE, 2010; KIM, 2011) de processamento dual e raciocínio motivado são exemplos dessa tendência.

Se pensarmos num espectro possível de abordagens para a cognição dos agentes, ilustrado na Figura 4, esses modelos estão posicionados no extremo oposto aos modelos fisicalistas. Enquanto os modelos fisicalistas abstraem totalmente o que se passa na cabeça dos agentes os modelos (neuro)cognitivos buscam representar a arquitetura cognitiva que alicerça as atitudes e crenças deles (KIM; TABER; LODGE, 2010).

Discutir melhor o que é uma arquitetura cognitiva?

**Arquiteturas  
Cognitivas**

**Modelos  
Fisicalistas**



Figura 4 – Espectro de abordagens no tocante à cognição dos agentes

Modelos cognitivamente “densos” permitem que analisemos como processos de influência social estão micro-fundamentados em processos mentais subjacentes, e são um fronte dentre os trabalhos que buscam aumentar o realismo das simulações sociais (JAGER, 2017; EPSTEIN, 2014; CONTE; ANDRIGHETTO; CAMPENNL, 2013). Contudo, como ressalta Jonathan Bendor, na medida em que a Ciência Política busca modelar macrofenômenos ela “deve ser mais implacável em relação à micropressupostos do que microcampos relacionados (como ciência cognitiva)” (BENDOR, 2010, p.45). Quanto mais complicados nossos modelos menor controle temos sobre qual o elemento responsável pelo seus resultados, e mais dados precisamos para a sua calibração e validação (MARCHI, 2005). Como canonicamente argumentado por Zaller (1992), a estratégia metodológica para modelar a opinião pública, um fenômeno social de larga escala, envolve incorporar no modelo somente os aspectos do processamento de informação que têm relevância para a compreensão das dinâmicas do fenômeno, ao invés de buscar desenvolver modelos que aproximam o mais próximo o possível os detalhes da mente humana<sup>7</sup>.

Martins et al. (2012) apresenta um *framework* para modelar Dinâmicas de Opinião que é cognitivamente mais “denso”<sup>8</sup> que os modelos fisicalistas, mas sem buscar modelar as bases neurocognitivas de processamento de informação. O *framework* está fundamentado no uso da inferência bayesiana como base da regra de atualização dos agentes. Embora seja bem documentado que as pessoas não seguem fielmente o princípio da racionalidade bayesiana, apresentado no primeiro capítulo, um conjunto de trabalhos em psicologia e ciência cognitiva vêm, nos últimos anos, defendendo a possibilidade de que sejamos “bayesianos imperfeitos” (GRIFFITHS; TENENBAUM, 2006; FUJIKAWA, 2007; BAKER et al., 2017; GINTIS, 2016). Usar um *framework* bayesiano é, desta forma, uma aproximação e permite a construção de modelos de dinâmicas de opinião de uma forma fundamentada num princípio comum, algo particularmente relevante numa área em que há a proliferação de modelos ad-hoc (FLACHE et al., 2017; JAGER, 2017).

Martins et al. (2012, p.214) oferece o seguinte passo a passo para a construção de um modelo de dinâmicas de opinião com base num *framework* bayesiano:

<sup>7</sup> No contexto da análise institucional um argumento equivalente é feito por Ostrom (1990).

<sup>8</sup> Eu não sei qual o termo usar aqui, agradeço sugestões.



1. Identificar uma questão sob debate e chamá-la de  $x$ .  $x$  pode ser discreto ou contínuo.
2. cada agente  $i$  tem uma opinião subjetiva sobre  $x$  e essa opinião é representada pela distribuição de probabilidade  $f_i(x)$ .
3. Ocorre comunicação : a comunicação é a declaração de um valor  $A_j$  pelo agente  $j$  de tal forma que  $A_j[f]$  é um funcional de  $f_j(x)$ .
4. Os agentes tem que ter em sua mente uma relação entre o verdadeiro valor entre  $x$  e o valor declarado  $A_j$ . Isso é dado pela distribuição de probabilidade  $P(A_j|x)$ .
5. Dado o prior  $f_i(x)$  a opinião posterior  $f_i(x|A_j)$  é dada por  $A_i[f_i(x|A_j)]$  que é a nova opinião de  $i$ .

Discutir o CODA aqui??

A aplicação desse *framework* no caso de opiniões contínuas incorpora o mecanismo de viés de confirmação presente no modelo Deffuant-Weisbuch, recupera seus resultados qualitativos, e ainda tem resultados adicionais (MARTINS, 2009). Dado que o modelo representa a atualização de uma variável contínua, incorpora viés de confirmação e fundamenta a regra de atualização num framework bayesiano de processamento de informação ele será a base do nosso trabalho.

Nele os agentes interagem num grafo completo e a regra de interação é uma diáde interagindo a cada passo de tempo. A opinião inicial dos agentes é dada por uma probabilidade subjetiva:

$$f_i(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(\theta-o_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (2.1)$$

Onde  $o_i = E_i[\theta]$ , de forma que  $E_i$  é o valor esperado que o agente associa a  $\theta$ . Para incluir viés de confirmação na regra de atualização, Martins (2009) introduz uma probabilidade  $p$  que o outro agente saiba algo sobre  $\theta$  isto é, que tenha uma opinião plausível e que vale a pena ser levada em conta ; e vai ter uma chance  $1 - p$  que o outro agente não tenha informação sobre  $\theta$  de forma que a verossimilhança de  $j$  estar correto é dado por  $f(o_j|\theta) = pN(\theta, \sigma_j^2) + (1 - p)U(0, 1)$ .

Temos então que a distribuição da nova opinião é dada por uma mistura de duas normais com médias diferentes, que é proporcional à multiplicação da verossimilhança e a distribuição a priori normal de  $i$ :

$$f(\theta|o_j) \propto p e^{-\frac{1}{2\sigma_i^2}[(\theta-o_i)^2+(o_j-\theta)^2]} + (1 - p) e^{-\frac{(o_i-o_j)^2}{(2\sigma_i^2)}} \quad (2.2)$$



Se calcularmos o  $E_i(\theta)$  da expressão anterior temos a nova opinião:

$$o_i(t+1) = p \frac{o_i(t) + o_j(t)}{2} + (1 - p^*)o_i(t) \quad (2.3)$$

Onde:

$$p^* = \frac{p \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(o_i(t)-o_j(t))^2}{2\sigma_i^2}}}{p \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(o_i(t)-o_j(t))^2}{2\sigma_i^2}}} \quad (2.4)$$

Importante notar que embora o modelo use a Regra de Bayes para derivar como o agente atualiza sua opinião nele o agente não é perfeitamente racional. A regra de bayes foi usada para criar uma regra de atualização plausível, mas a verossimilhança de um agente perfeitamente racional envolveria considerar toda a informação possivelmente relevante, por exemplo, se  $j$  tem um interesse estratégico em declarar um determinado  $o_j$  ou como  $o_j$  é resultado da interação de  $j$  com outros agentes. Ademais, suponha que  $i$  e  $j$  interagem num tempo  $t_a$  e depois num tempo  $t_b$ . Um agente perfeitamente racional corrigiria pela repetição da interação (ACEMOGLU; OZDAGLAR, 2011), já no modelo de Martins (2009) o agente age segundo a heurística dada pela Equação 2.4. Nele, portanto, os agentes são “imperfeitamente” bayesianos. Com essa regra de atualização o modelo já recupera os resultados dos modelos de confiança limitada. Contudo, também é possível considerar o caso em que a incerteza dos agentes é atualizada:

$$\sigma_i^2(t+1) = \sigma_i^2(t) \left(1 - \frac{p^*}{2}\right) + p^*(1 - p^*) \left(\frac{o_i(t) - o_j(t)}{2}\right)^2 \quad (2.5)$$

Como demonstra Martins (2009) essa equação faz com que o passar do tempo os agentes fiquem mais certos de suas opiniões. Isso é relevante do ponto de vista da modelagem generativa de opinião pública. Kuklinski et al. (2000) encontra que um grande percentual, demonstrando na Figura 5, dos respondentes em um *survey* por telefone sobre questões factuais da agenda política americana da época são confiantes em suas crenças. Ademais, encontram uma correlação entre confiança e partidarismo. É interessante, portanto, incorporar não só a dinâmica da opinião dos agentes, mas também como se tornam mais ou menos confiantes.

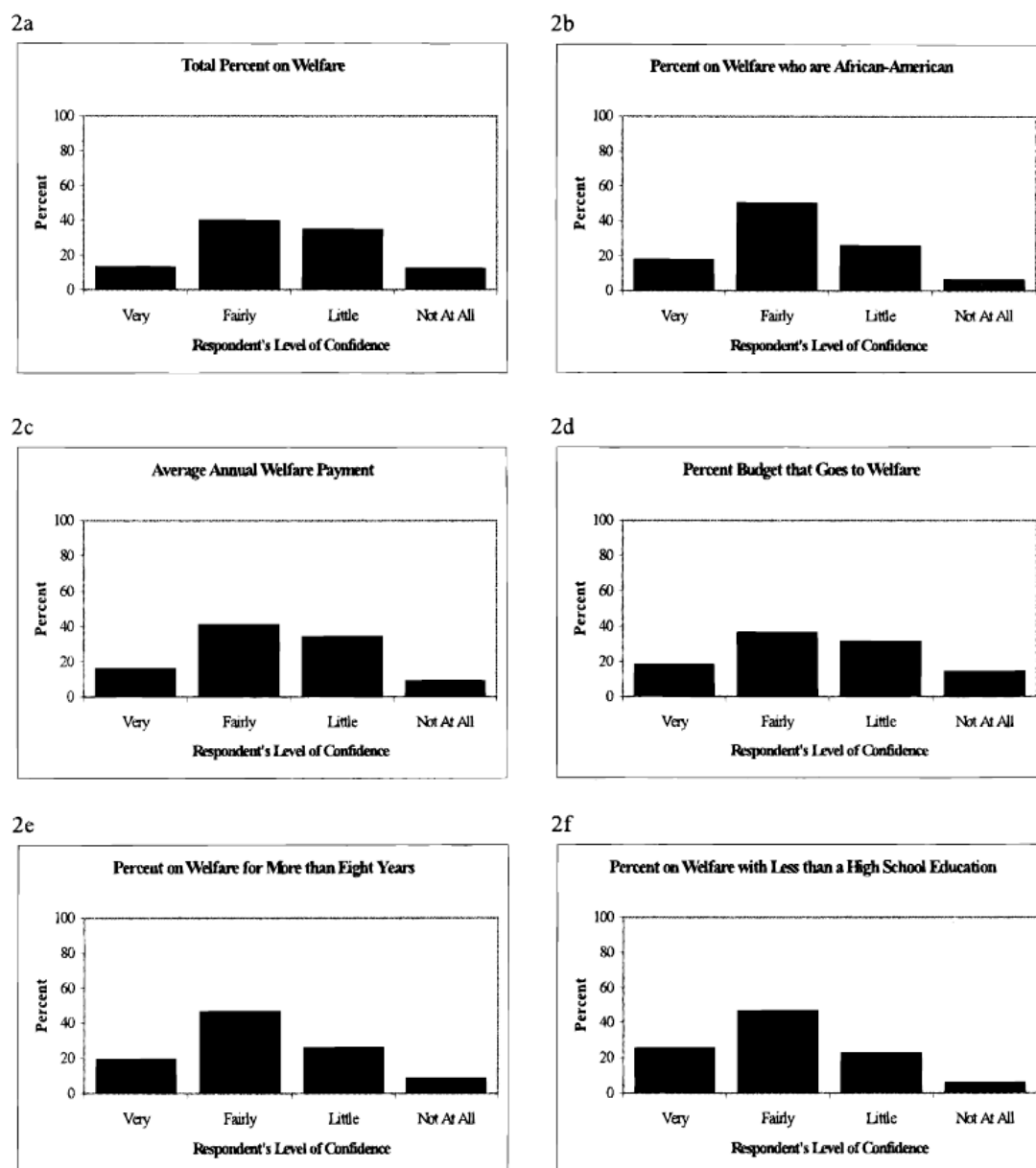


Figura 5 – Confiança dos cidadãos em relação às suas crenças

Fonte: Kuklinski et al. (2000)

## 3 Proposta de Modelo

### 3.1 Entidades e Processos

O modelo do trabalho tem como propósito explorar a emergência de distribuições de preferências fundamentando-se no diálogo entre a Teoria Política Espacial, e a área de Dinâmicas de Opinião. Não temos por propósito um modelo que seja preditivo, mas que capture microfundamentos relevantes, como viés de confirmação e confiança nas crenças, e gere distribuições de preferência plausíveis, no sentido delimitado no Capítulo 1.

A teoria geométrica de política modela as preferências dos agentes como relações em um espaço contínuo, as quais, em ambientes macro, são construídas por meio da agregação das atitudes, crenças, posicionamentos, ou simplesmente opiniões dos agentes em diferentes questões (*issues*). As preferências dos agentes numa dimensão são, assim, o sumário de um *perfil ideológico* do agente sobre questões.

Vamos assumir que a preferência do agente é centrada num ponto ideal derivado das opiniões dele nessas questões. Assumimos, portanto, que as preferências dos agentes na dimensão são de pico-único, o pressuposto modal, desde [Black et al. \(1958\)](#), na literatura em modelos fortemente espaciais, e em trabalhos empíricos em estimação de pontos ideais ([CARROLL et al., 2013](#); [ARMSTRONG et al., 2014](#); [SCHOFIELD](#); [SENE](#); [NIXON, 1998](#)). Para gerar a distribuição de pontos ideais, contudo, não precisamos especificar qual a função de utilidade centrada nele, já que não é interesse do modelo incluir a tomada de decisão que o pressuporia, por exemplo a escolha de um candidato.

Sendo assim, cada agente vai ter por atributo um perfil ideológico  $I$ , onde  $I_i = (f_i(\theta_1), \dots, f_i(\theta_n))$ . Os elementos de  $I$  são as crenças dos agentes em cada questão. Seguindo [Martins et al. \(2012\)](#), vamos pressupor que os agentes têm uma probabilidade subjetiva sobre cada questão  $\theta$ , e uma opinião  $o_i = E_i[\theta]$  e incerteza  $\sigma_i^2 = E[\sigma^2] - E_i[\theta]^2$  associados.

O ponto ideal  $x$  do agente vai ser a média aritmética das opiniões dele em  $I^1$ . A regra de interação é em díades. A cada passo no tempo um dos agentes vai ser escolhido e vai interagir com um de seus vizinhos. A interação é assim assíncrona e sequencial ([WILENSKY](#); [RAND, 2015](#)). A dependência dos resultados em relação ao número de agentes e de questões que os agentes têm em mente vai ser explorada, assim como topologia de interação dos agentes, que a princípio vai ser um grafo completo.

Quando os agentes interagem  $i$  atualiza sua opinião e incerteza em alguma<sup>2</sup> questão

<sup>1</sup> Em trabalhos futuros, é interessante pensar o ponto ideal como a média ponderada. Adicionar peso a cada questão é uma forma de modelar a *saliência* da questão para os agentes. A *saliência* de uma questão para um indivíduo é a importância que ele dá a ela ([MUNGER, 2015](#)).

<sup>2</sup> Qual questão vão “debater” vai ser definido por meio de um sorteio sem viés. Em trabalhos subsequentes

segundo as equações 2.3 e 2.5. Vamos considerar duas variantes do  $p$ : Na primeira ele vai ser uma variável global  $0 < p < 1$ , a mesma para todos os agentes. Na segunda, vamos considerar possibilidade do agente levar em conta ou não a opinião do vizinho em uma questão em particular a partir do conhecimento do ponto ideal, na dimensão, do outro agente, de forma que:  $p_{ij}(t) = 1 - |x_i(t) - x_j(t)|$ .

Os agentes também vão reconsiderar suas opiniões e certezas sobre as questões segundo uma probabilidade  $\rho$ . Do ponto de vista teórico, estamos considerando a possibilidade de fatores não relacionados à influência social levarem o agente a mudar seu posicionamento sobre questões (FLACHE et al., 2017; LORENZ, 2017). Do ponto de vista metodológico, Macy e Tsvetkova (2015) argumenta que adicionar ruído contribui para a robustez dos resultados de modelos teóricos.

## 3.2 Parâmetros-Chave

Os parâmetros-chave para configuração do modelo são:

- A população de  $500 < N < 10000$  agentes;
- O número de questões  $1 \leq n \leq 10$ ;
- As opiniões  $0.0 < o_i < 1.0$  dos agentes
  - A opinião dos agentes no tempo  $t = 0$  é retirada de uma distribuição uniforme;
- As incertezas  $0.01 \leq \sigma_i \leq 0.5$ ;
  - A incerteza é, na condição inicial, a mesma para todos os agentes;
  - Vamos considerar versões em que os agentes atualizam as incertezas e que não atualizam.
- O parâmetro de confiança  $0.1 \leq p \leq 0.99$ ;
  - Vamos considerar variantes em que o  $p$  é global ou em que o  $p$  é calculado para cada interação;
- A probabilidade de reconsideração  $0.05 \leq \rho \leq 0.5$ ;
  - Vamos considerar casos com e sem ruído.

---

é interessante considerar um viés, o que representaria saliência no sentido dado por Zaller e Feldman (1992): qual questão os agentes estão dando atenção, isto é, qual questão está mais acessível na memória deles.

### 3.3 Cronograma de Atividades

Pretendemos seguir o seguinte cronograma de atividades:

- **Novembro/Dezembro:** término da implementação<sup>3</sup> e revisão da literatura metodológica;
- **Janeiro/Fevereiro:** término da revisão da literatura metodológica e análise da simulação;
- **Março:** validação da simulação;

---

<sup>3</sup> Sobre a implementação ver Apêndice C.

# Considerações Finais

O trabalho têm as seguintes limitações:

- Não vai considerar saliência;
- Não vai gerar pontos ideais em mais de uma dimensão;
- Só há uma classe de agentes;
- A topologia de interação e opiniões iniciais não vão ser calibradas.

## Apêndices

# APÊNDICE A – Definições Formais

## Complementares

O Capítulo 1 suscita algumas definições formais apresentadas a seguir.

### A.1 Propriedades Lógicas da Preferência e Otimização de Utilidade

As seguintes propriedades definem a noção lógica de relação de preferência (HANS-SON; GRÜNE-YANOFF, 2012):

1. *Assimetria da preferência*:  $x \succ y \rightarrow \neg(y \succ x)$ ;
2. *Simetria de indiferença*:  $x \sim y \rightarrow y \sim x$ ;
3. *Reflexividade da indiferença* :  $x \sim x$ ;
4. *Incompatibilidade entre preferência e indiferença*:  $x \succ y \rightarrow \neg(x \sim y)$ .

No modelo do ator racional o agente age “como se ” estivesse maximizando sua função de utilidade pelo fato da alternativa preferida, ou ótima, por ele ser dada por (BINMORE, 2008):

$$\max_{x \in X} u_i(x)$$

### A.2 Regra de Bayes e Utilidade Esperada

Suponha que um agente quer atualizar sua crença sobre uma alternativa  $x \in X$ , tendo em vista a observação de um dado  $m$ . Se ele atualizar sua crença segundo o Teorema de Bayes temos que:

$$p(x|m) = \frac{p(m|x)p(x)}{\int p(m|x)p(x)dx}$$

Um corolário de agentes que têm preferências e crenças consistentes é que vão agir segundo o *princípio da utilidade esperada* (BRIGGS, 2017). Para tal pressupõe-se que agentes vão ter uma relação de preferência sobre *apostas* (JEHLE, 2001), onde o conjunto de apostas  $\mathcal{G}$  em  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  é dado por:



$$\mathcal{G} \equiv \left\{ (p_1 \circ x_1, \dots, p_n \circ x_n) \mid p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \right\}$$

Sendo assim, quando as alternativas são probabilísticas a utilidade  $u : \mathcal{G} \rightarrow \mathbb{R}$  do agente é (JEHLE, 2001; BRIGGS, 2017):

$$u(\mathcal{G}) = \sum_{i=1}^n p_i u(x_i)$$

## APÊNDICE B – Dos dados

A primeira ressalva metodológica em relação aos dados é que não aplicamos os pesos recomendados pelo *European Social Survey*. Isso significa que, dado o viés de seleção, as figuras representam o auto-posicionamento dos respondentes, mas não da população<sup>1</sup>. Por não termos aplicado o peso que controla pelo tamanho das populações a Figura 4 não nos permite comparar o auto-posicionamento entre os países<sup>2</sup>. Além de haver uma variação entre o tamanho das amostras, só representamos, obviamente, respostas válidas, embora houvesse opção de responder “Não sei”.

Países	N total	Fração de Respostas válidas
Alemanha	2919	0.93
Bélgica	1899	0.86
Dinamarca	1506	0.93
Eslovênia	1519	0.79
Espanha	1729	0.81
Finlândia	2000	0.95
França	1503	0.94
Grécia	2566	0.77
Hungria	1685	0.83
Irlanda	2046	0.83
Israel	2499	0.92
Luxemburgo	1552	0.77
Noruega	2036	0.98
Países Baixos	2364	0.95
Polônia	2110	0.83
Portugal	1511	0.80
Reino Unido	2052	0.91
Suécia	1999	0.95
Suíça	2040	0.92
Áustria	2257	0.86

Tabela 1 – Número de Entrevistados (N) para 20 países do ESS 2002

Outra ressalva é que as respostas são discretas (0-10) enquanto a teoria e nosso modelo supõem pontos ideais num espaço contínuo. Uma solução é discretizar o *outcome* quando formos validá-lo. Outra é estimar as preferências dos indivíduos por meio de suas respostas em outras perguntas do *survey*<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Escolhemos a Polônia para a Figura 3, contudo, por ser o país com a menor variância do peso pós-estratificação.

<sup>2</sup> Mesmo que tivéssemos aplicado o peso a comparação entre países usando um auto-posicionamento ideológico é complicada dado que a dimensão tem significados distintos em diferentes contextos (LAVÉ, 2014).

<sup>3</sup> Por meio, por exemplo, de técnicas de análise fatorial ou de componentes principais (LAVÉ, 2014).

## APÊNDICE C – Da implementação

O modelo está em processo de implementação<sup>1</sup>. Implementamos o modelo quando  $p$  é global e  $\rho$  não é ativado.

Os scripts usados para implementação e análise do modelo vão ser periodicamente atualizados no repositório: <[https://github.com/marcelovmaciel/Projeto/tree/master/simulation\\_scripts](https://github.com/marcelovmaciel/Projeto/tree/master/simulation_scripts)>.

---

<sup>1</sup> A implementação está sendo feita na linguagem Julia. Site oficial da linguagem: <<https://julialang.org/>>.

```
[ ]

module MyModel

export run_simulation_v1, run_simulation_v2

using Distributions
using DataFrames
# Define the entities = agents and network -----
-----

#Structs for Agents and Beliefs -----

abstract type AbstractAgent end
abstract type PolAgent <: AbstractAgent end

mutable struct Belief{T<:AbstractFloat}
    o::T
    σ::T
    whichissue::Int
end

mutable struct Agent <: PolAgent
    id::Int
    ideo::Vector
    idealpoint::AbstractFloat
end

# Constructors for Agents, Beliefs and Network -----
function create_belief(σ,issue)
    o = rand(Uniform())
    belief = Belief(o, σ, issue)
end

function create_idealpoint(ideology)
    opinions = []
    for issue in ideology
        push!(opinions,issue.o)
    end
    ideal_point = mean(opinions)
end

function create_agent(n_issues,id,σ)
    ideology = [create_belief(σ, issue) for issue in 1:n_issues ]
    idealpoint = create_idealpoint(ideology)
    agent = Agent(id,ideology, idealpoint)
end

# network creation
" Creates an 1-d array of Agents with opinions  $\in [0,1]$ . Since it's
a complete
graph + pairwise interaction i can create a list of Agents and pick
two of them to
interact!!"

function create_nw(σ, n_issues, size)
```

```

nw = [create_agent(n_issues,i,σ) for i in 1:size]
end

# Define the processes\actions -----
--
#Create i,j with this then pass it to the other fns
function ij_comparison(nw)
    i,j = rand(nw), rand(nw)
    if i==j
        ij_comparison(nw)
    end
    return(i,j)
end

#Input = two agents; Output = a issue and associated beliefs
function pick_issuebelief(i, j, n_issues)
    issue_belief = rand(1:n_issues)
    i_belief = i.ideo[issue_belief]
    j_belief = j.ideo[issue_belief]
    return(issue_belief, i_belief, j_belief)
end

# helper for posterior opinion and uncertainty
function calculate_pstar(i_belief, j_belief, p)
    numerator = p * (1 / (sqrt(2 * π) * i_belief.σ)) *
        exp(-((i_belief.o - j_belief.o)^2 / (2*i_belief.σ^2)))
    denominator = numerator + (1 - p)
    p_p = numerator / denominator
    return(p_p)
end

# Helper for update step
#Input = beliefs in an issue and confidence paramater; Output = i
new opinion
function cal_posterior_o(i_belief, j_belief, p)
    p_p = calculate_pstar(i_belief, j_belief, p)
    posterior_opinion = p_p * ((i_belief.o + j_belief.o) / 2) +
        (1 - p_p) * i_belief.o
end

#helper for update_step
function calc_pos_uncertainty(i_belief, j_belief, p)
    p_p = calculate_pstar(i_belief, j_belief, p)
    posterior_uncertainty = sqrt(i_belief.σ^2 * (1 - p_p/2) + p_p *
        ((i_belief.o - j_belief.o)/2)^2)
end

# update_step for changing opinion but not belief
function update_step1!(i, issue_belief, posterior_o)
    i.ideo[issue_belief].o = posterior_o
    newidealpoint = create_idealpoint(i.ideo)
    i.idealpoint = newidealpoint
end

```

```

end

# update_step for the version with changing opinions and changing
uncertainty
function update_step2!(i,issue_belief, posterior_o, posterior_σ)
    i.ideo[issue_belief].o = posterior_o
    i.ideo[issue_belief].σ = posterior_σ
    newidealpoint = create_idealpoint(i.ideo)
    i.idealpoint = newidealpoint
end

# Information Storing -----
# going to think about the dataframe for v2. put mean and std
uncertainty??
# information storing for v1 -----
function init_df(nw)
    df = DataFrame(time = [], ideal_point = [], id = [])
    for agent in nw
        time = 0
        push!(df,[time agent.idealpoint agent.id])
    end
    return df
end

function update_df!(nw,df,time)
    for agent in nw
        push!(df,[time agent.idealpoint agent.id])
    end
end

# Running Commands -----
function run_simulation_v1(; n_issues = n_issues,
                           size_nw = size_nw, p = p, σ = σ, time
= time)
    nw = create_nw(σ, n_issues, size_nw)
    df = init_df(nw)
    for step in 1:time
        i,j = ij_comparison(nw)
        which_issue,i_belief,j_belief = pick_issuebelief(i, j,
n_issues)
        pos_o = cal_posterior_o(i_belief, j_belief, p)
        update_step1!(i, which_issue, pos_o)
        update_df!(nw,df,step)
    end
    return(df)
end

function run_simulation_v2(; n_issues = n_issues,
                           size_nw = size_nw, p = p, σ = σ, time
= time)
    nw = create_nw(σ, n_issues, size_nw)
    df = init_df(nw)
    for step in 1:time
        i,j = ij_comparison(nw)
        which_issue, i_belief, j_belief = pick_issuebelief(i, j,
n_issues)
        pos_o = cal_posterior_o(i_belief, j_belief, p)

```

```
        pos_σ = calc_pos_uncertainty(i_belief, j_belief, p)
        update_step2!(i, which_issue, pos_o, pos_σ)
        update_df!(nw, df, step)
    end
    return(df)
end

end
```

# Referências

- ACEMOGLU, D.; OZDAGLAR, A. Opinion dynamics and learning in social networks. *Dynamic Games and Applications*, Springer, v. 1, n. 1, p. 3–49, 2011.
- ARMSTRONG, D. A. et al. *Analyzing spatial models of choice and judgment with R*. [S.l.]: CRC Press, 2014.
- AUSTEN-SMITH, D.; BANKS, J. S. Social choice theory, game theory, and positive political theory. *Annual Review of Political Science*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 1, n. 1, p. 259–287, 1998.
- AXELROD, R. The dissemination of culture a model with local convergence and global polarization. *Journal of conflict resolution*, Sage Publications, v. 41, n. 2, p. 203–226, 1997.
- BAKER, C. L. et al. Rational quantitative attribution of beliefs, desires and percepts in human mentalizing. *Nature Human Behaviour*, Nature Publishing Group, v. 1, p. 0064, 2017.
- BARABAS, J. How deliberation affects policy opinions. *American Political Science Review*, Cambridge University Press, v. 98, n. 4, p. 687–701, 2004.
- BARBER, B. *Strong democracy: Participatory politics for a new age*. [S.l.]: Univ of California Press, 2003.
- BARTELS, L. M. Beyond the running tally: Partisan bias in political perceptions. *Political Behavior*, Springer, v. 24, n. 2, p. 117–150, 2002.
- BARTELS, L. M. Democracy with attitudes. *Electoral democracy*, University of Michigan Press Ann Arbor, p. 48–82, 2003.
- BENDOR, J. et al. *A behavioral theory of elections*. [S.l.]: Princeton University Press, 2011.
- BENDOR, J. B. *Bounded rationality and politics*. [S.l.]: Univ of California Press, 2010. v. 6.
- BENOIT, K.; LAVER, M. et al. *Party policy in modern democracies*. [S.l.]: Routledge, 2006.
- BENTLEY, A.; ORMEROD, P. Agents, intelligence, and social atoms. 2012. Disponível em: <<http://www.paulormerod.com/wp-content/uploads/2012/06/agents.pdf>>.
- BERELSON, B. Democratic theory and public opinion. *Public Opinion Quarterly*, JSTOR, p. 313–330, 1952.
- BINMORE, K. *Does game theory work? The bargaining challenge*. [S.l.]: Mit Press, 2007.
- BINMORE, K. *Rational decisions*. [S.l.]: Princeton University Press, 2008.



- BLACK, D. On the rationale of group decision-making. *Journal of political economy*, The University of Chicago Press, v. 56, n. 1, p. 23–34, 1948.
- BLACK, D. et al. *The theory of committees and elections*. [S.l.]: Springer, 1958.
- BRIGGS, R. Normative theories of rational choice: Expected utility. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2017. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2017.
- BROUSMICHE, K.-L. et al. From beliefs to attitudes: Polias, a model of attitude dynamics based on cognitive modeling and field data. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 19, n. 4, p. 2, 2016.
- CARROLL, R. et al. The structure of utility in spatial models of voting. *American Journal of Political Science*, Wiley Online Library, v. 57, n. 4, p. 1008–1028, 2013.
- CASTELLANO, C. Social influence and the dynamics of opinions: the approach of statistical physics. *Managerial and Decision Economics*, Wiley Online Library, v. 33, n. 5-6, p. 311–321, 2012.
- CLARKE, K. A.; PRIMO, D. M. *A model discipline: Political science and the logic of representations*. [S.l.]: Oxford University Press, 2012.
- COLLIER, D.; HIDALGO, F. D.; MACIUCEANU, A. O. Essentially contested concepts: Debates and applications. *Journal of Political Ideologies*, Taylor & Francis, v. 11, n. 3, p. 211–246, 2006.
- CONTE, R.; ANDRIGHETTO, G.; CAMPENNL, M. *Minding norms: Mechanisms and dynamics of social order in agent societies*. [S.l.]: Oxford University Press, 2013.
- CONVERSE, P. E. The nature of belief systems in mass publics (1964). *Critical review*, Taylor & Francis, v. 18, n. 1-3, p. 1–74, 2006.
- DAHL, R. A. *Polyarchy: Participation and opposition*. [S.l.]: Yale University Press, 1973.
- DAHL, R. A. *Democracy and its Critics*. [S.l.]: Yale University Press, 1989.
- DEFFUANT, G. et al. Mixing beliefs among interacting agents. *Advances in Complex Systems*, World Scientific, v. 3, n. 01n04, p. 87–98, 2000.
- DOWNS, A. An economic theory of political action in a democracy. *Journal of Political Economy*, The University of Chicago Press, v. 65, n. 2, p. 135–150, 1957.
- DOWNS, A. *Uma teoria econômica da democracia. trad. de sandra guardini teixeira Vasconcelos. são Paulo*. [S.l.]: Edusp, 1999.
- DRUCKMAN, J. N.; LEEPER, T. J. Is public opinion stable? resolving the micro/macro disconnect in studies of public opinion. *Daedalus*, MIT Press, v. 141, n. 4, p. 50–68, 2012.
- EPSTEIN, J. M. *Generative social science: Studies in agent-based computational modeling*. [S.l.]: Princeton University Press, 2006.
- EPSTEIN, J. M. Why model? *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 11, n. 4, p. 12, 2008.

- EPSTEIN, J. M. *Agent\_Zero: Toward neurocognitive foundations for generative social science*. [S.l.]: Princeton University Press, 2014.
- FLACHE, A. et al. Models of social influence: Towards the next frontiers. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 20, n. 4, p. 2, 2017. ISSN 1460-7425. Disponível em: <<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/20/4/2.html>>.
- FLYNN, D.; NYHAN, B.; REIFLER, J. The nature and origins of misperceptions: Understanding false and unsupported beliefs about politics. *Political Psychology*, Wiley Online Library, v. 38, n. S1, p. 127–150, 2017.
- FOWLER, J. H.; DAWES, C. T. In defense of genopolitics. *American Political Science Review*, Cambridge University Press, v. 107, n. 2, p. 362–374, 2013.
- FOWLER, J. H.; SCHREIBER, D. Biology, politics, and the emerging science of human nature. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 322, n. 5903, p. 912–914, 2008.
- FUJIKAWA, T. Perfect bayesian vs. imperfect bayesian in small decision making problems. *Behaviormetrika*, The Behaviormetric Society of Japan, v. 34, n. 1, p. 27–44, 2007.
- GALAM, S. Majority rule, hierarchical structures, and democratic totalitarianism: A statistical approach. *Journal of Mathematical Psychology*, Elsevier, v. 30, n. 4, p. 426–434, 1986.
- GALAM, S. Social paradoxes of majority rule voting and renormalization group. *Journal of Statistical Physics*, Springer, v. 61, n. 3-4, p. 943–951, 1990.
- GALAM, S. *Sociophysics: a physicist's modeling of psycho-political phenomena*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- GALAM, S.; GEFEN, Y.; SHAPIR, Y. Sociophysics: A new approach of sociological collective behaviour. i. mean-behaviour description of a strike. *Journal of Mathematical Sociology*, Taylor & Francis, v. 9, n. 1, p. 1–13, 1982.
- GAUS, G. *On philosophy, politics, and economics*. [S.l.]: Nelson Education, 2007.
- GINTIS, H. *Individuality and Entanglement: The Moral and Material Bases of Social Life*. [S.l.]: Princeton University Press, 2016.
- GLAZER, A.; GROFMAN, B.; OWEN, G. A model of candidate convergence under uncertainty about voter preferences. *Mathematical and Computer Modelling*, Elsevier, v. 12, n. 4-5, p. 471–478, 1989.
- GOMES, M. P. S. *Desacordo e Convergência em Redes de Difusão de Opinião Política: um experimento computacional a partir de Mutz, Huckfeldt e Axelrod*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2014.
- GREEN, D.; SHAPIRO, I. *Pathologies of rational choice theory: A critique of applications in political science*. [S.l.]: Yale University Press, 1996.
- GRIFFITHS, T. L.; TENENBAUM, J. B. Optimal predictions in everyday cognition. *Psychological science*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 17, n. 9, p. 767–773, 2006.

- GROFMAN, B. Downs and two-party convergence. *Annu. Rev. Polit. Sci.*, Annual Reviews, v. 7, p. 25–46, 2004.
- HANSSON, S. O.; GRÜNE-YANOFF, T. Preferences. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2012. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2012.
- HARDIN, R. The free rider problem. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Spring 2013. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2013.
- HECHTER, M.; KANAZAWA, S. Sociological rational choice theory. *Annual review of sociology*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 23, n. 1, p. 191–214, 1997.
- HEGSELMANN, R. Thomas c. schelling and james m. sakoda: The intellectual, technical, and social history of a model. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, JASSS, v. 20, n. 3, 2017.
- HELBING, D. Pluralistic modeling of complex systems. 2010.
- HOLLEY, R. A.; LIGGETT, T. M. Ergodic theorems for weakly interacting infinite systems and the voter model. *The annals of probability*, JSTOR, p. 643–663, 1975.
- HOUWELING, R. P. V.; SNIDERMAN, P. M. The political logic of a downsian space. *Institute of Governmental Studies*, 2005.
- HUCKFELDT, R.; IKEDA, K.; PAPPI, F. U. Patterns of disagreement in democratic politics: Comparing germany, japan, and the united states. *American Journal of Political Science*, Wiley Online Library, v. 49, n. 3, p. 497–514, 2005.
- HUMPHREYS, M.; LAVER, M. Spatial models, cognitive metrics, and majority rule equilibria. *British Journal of Political Science*, Cambridge University Press, v. 40, n. 1, p. 11–30, 2010.
- JABLONKA, E.; LAMB, M. J. *Evolution in four dimensions, revised edition: Genetic, epigenetic, behavioral, and symbolic variation in the history of life*. [S.l.]: MIT press, 2014.
- JACKMAN, S. *Bayesian analysis for the social sciences*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. v. 846.
- JAGER, W. Enhancing the realism of simulation (eros): On implementing and developing psychological theory in social simulation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 20, n. 3, p. 14, 2017. ISSN 1460-7425. Disponível em: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/20/3/14.html>.
- JEHLE, G. A. *Advanced microeconomic theory*. [S.l.]: Pearson Education India, 2001.
- KIM, S.-y. A model of political judgment: An agent-based simulation of candidate evaluation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, v. 14, n. 2, p. 3, 2011.
- KIM, S.-y.; TABER, C. S.; LODGE, M. A computational model of the citizen as motivated reasoner: Modeling the dynamics of the 2000 presidential election. *Political Behavior*, Springer, v. 32, n. 1, p. 1–28, 2010.

- KLEMM, K. et al. Role of dimensionality in axelrod's model for the dissemination of culture. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 327, n. 1, p. 1–5, 2003.
- KOLLMAN, K.; MILLER, J. H.; PAGE, S. E. Political parties and electoral landscapes. *British Journal of Political Science*, Cambridge University Press, v. 28, n. 1, p. 139–158, 1998.
- KOWALSKA-PYZALSKA, A. et al. *Going green: Agent-based modeling of the diffusion of dynamic electricity tariffs*. [S.l.], 2013.
- KUKLINSKI, J. H. et al. Misinformation and the currency of democratic citizenship. *The Journal of Politics*, University of Texas Press, v. 62, n. 3, p. 790–816, 2000.
- LAVER, M. Measuring policy positions in political space. *Annual Review of Political Science*, Annual Reviews, v. 17, p. 207–223, 2014.
- LAVER, M.; SERGENTI, E. *Party competition: An agent-based model*. [S.l.]: Princeton University Press, 2011.
- LIU, F. Von wright's "the logic of preference" revisited. *Synthese*, Springer, v. 175, n. 1, p. 69–88, 2010.
- LODGE, M.; TABER, C. S. *The rationalizing voter*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013.
- LORENZ, J. Modeling the evolution of ideological landscapes through opinion dynamics. In: *Advances in Social Simulation 2015*. [S.l.]: Springer, 2017. p. 255–266.
- MACY, M.; TSVETKOVA, M. The signal importance of noise. *Sociological Methods & Research*, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 44, n. 2, p. 306–328, 2015.
- MARCHI, S. D. Adaptive models and electoral instability. *Journal of Theoretical Politics*, Sage Publications 6 Bonhill Street, London EC2A 4PU, UK, v. 11, n. 3, p. 393–419, 1999.
- MARCHI, S. D.; PAGE, S. E. Agent-based models. *Annual Review of Political Science*, Annual Reviews, v. 17, p. 1–20, 2014.
- MARCHI, S. de. *Computational and Mathematical Modeling in the Social Sciences*. Cambridge University Press, 2005. ISBN 9781139446860. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=fPhvoKufiogC>>.
- MARTINS, A. C. Bayesian updating rules in continuous opinion dynamics models. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, v. 2009, n. 02, p. P02017, 2009.
- MARTINS, A. C. Thou shalt not take sides: Cognition, logic and the need for changing how we believe. *arXiv preprint arXiv:1508.05169*, 2015.
- MARTINS, A. C. et al. Bayesian updating as basis for opinion dynamics models. In: *AIP Conference Proceedings*. [S.l.], 2012. v. 1490, n. 1, p. 212–221.
- MCLEAN, I. The strange history of social choice, and the contribution of the public choice society to its fifth revival. *Public Choice*, Springer, v. 163, n. 1-2, p. 153–165, 2015.

- MCPHERSON, M.; SMITH-LOVIN, L.; COOK, J. M. Birds of a feather: Homophily in social networks. *Annual review of sociology*, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 27, n. 1, p. 415–444, 2001.
- MILLER, N. R. The spatial model of social choice and voting. In: HECKELMAN, J. C.; MILLER, N. R. (Ed.). *Handbook of social choice and voting*. [S.l.]: Edward Elagar, Cheltenham, 2015. p. 163–181.
- MORTON, R. B. *Methods and models: A guide to the empirical analysis of formal models in political science*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999.
- MUNGER, M. C. *Choosing in groups: Analytical politics revisited*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2015.
- NICKERSON, R. S. Confirmation bias: A ubiquitous phenomenon in many guises. *Review of general psychology*, US: Educational Publishing Foundation, v. 2, p. 175, 1998.
- OLSON, M. The logic of collective action: Public goods and the theory of groups. Harvard University Press, 1965.
- OPPENHEIMER, J. *Principles of politics: a rational choice theory guide to politics and social justice*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012.
- ORDESHOOK, P. C. The emerging discipline of political economy. In: *Perspectives on positive political economy*. [S.l.]: Cambridge University Press, Cambridge, 1990. p. 9–30.
- ORMEROD, P. What can agents know? the feasibility of advanced cognition in social and economic systems. In: *Proceedings of the AISB 2008 Convention on Communication, Interaction and Social Intelligence*. [s.n.], 2008. v. 6, p. 17–20. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/253193513\\_What\\_can\\_Agents\\_Know\\_The\\_Feasibility\\_of\\_Advanced\\_Cognition\\_in\\_Social\\_and\\_Economic\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/253193513_What_can_Agents_Know_The_Feasibility_of_Advanced_Cognition_in_Social_and_Economic_Systems)>.
- OSTROM, E. An agenda for the study of institutions. *Public choice*, Springer, v. 48, n. 1, p. 3–25, 1986.
- OSTROM, E. *Governing the commons: the evolution of institutions for collective action*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1990.
- PAGE, S. E. Uncertainty, difficulty, and complexity. *Journal of Theoretical Politics*, v. 20, n. 2, p. 115–149, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/0951629807085815>>.
- POOLE, K. T. *Spatial models of parliamentary voting*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005.
- POOLE, K. T.; DANIELS, R. S. Ideology, party, and voting in the us congress, 1959–1980. *American Political Science Review*, Cambridge University Press, v. 79, n. 2, p. 373–399, 1985.
- RYAN, J. B. Social networks as a shortcut to correct voting. *American Journal of Political Science*, Wiley Online Library, v. 55, n. 4, p. 753–766, 2011.
- SAYAMA, H. *Introduction to the modeling and analysis of complex systems*. [S.l.]: Open SUNY Textbooks, 2015.

- SCHOFIELD, N.; SENED, I.; NIXON, D. Nash equilibrium in multiparty competition with “stochastic” voters. *Annals of Operations Research*, Springer, v. 84, p. 3–27, 1998.
- SCHRÖDER, T.; WOLF, I. Modeling multi-level mechanisms of environmental attitudes and behaviours: The example of carsharing in berlin. *Journal of Environmental Psychology*, Elsevier, v. 52, p. 136–148, 2017.
- SCHUMPETER, J. A. *Capitalism, socialism and democracy*. [S.l.]: Routledge, 2013.
- SÎRBU, A. et al. Opinion dynamics: models, extensions and external effects. In: *Participatory Sensing, Opinions and Collective Awareness*. [S.l.]: Springer, 2017. p. 363–401.
- SMALDINO, P. E. Models are stupid, and we need more of them. In: VALLACHER, R. R.; READ, S. J.; NOWAK, A. (Ed.). *Computational Social Psychology*. [S.l.]: Routledge, 2017. p. 311–331.
- SOLÉ, R. V. *Phase transitions*. [S.l.]: Princeton University Press, 2011.
- SZNAJD-WERON, K.; SZNAJD, J. Opinion evolution in closed community. *International Journal of Modern Physics C*, World Scientific, v. 11, n. 06, p. 1157–1165, 2000.
- WARD, M. D.; O’LOUGHLIN, J. Spatial processes and political methodology: Introduction to the special issue. *Political Analysis*, Cambridge University Press, v. 10, n. 3, p. 211–216, 2002.
- WARREN, M. E. What is political? *Journal of Theoretical Politics*, Sage Publications 6 Bonhill Street, London EC2A 4PU, UK, v. 11, n. 2, p. 207–231, 1999.
- WILENSKY, U.; RAND, W. *An introduction to agent-based modeling: modeling natural, social, and engineered complex systems with NetLogo*. [S.l.]: MIT Press, 2015.
- WINTHER, R. G. The structure of scientific theories. In: ZALTA, E. N. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Winter 2016. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016.
- WONG, J. K. Formal political theory. *The Encyclopedia of Political Thought*, Wiley Online Library, 2015.
- ZALLER, J. *The nature and origins of mass opinion*. [S.l.]: Cambridge university press, 1992.
- ZALLER, J.; FELDMAN, S. A simple theory of the survey response: Answering questions versus revealing preferences. *American journal of political science*, JSTOR, p. 579–616, 1992.