

TA8 - Construção de mapa

Marcelo dos Santos e Odair Mario

Junho de 2021

1 Construção iterativa do mapa

Seja m_i a posição i no mapa, z_t os dados do sensor no tempo t e x_t a posição do robô no tempo t . A probabilidade de ocupação de m_i dadas as posições $x_{1:t}$ de 1 até t e as medidas $z_{1:t}$ de 1 até t , de acordo com Bayes é [2]

$$p(m_i|z_{1:t}, x_{1:t}) = \frac{p(m_i|z_t, x_t)p(z_t|x_t)p(m_i|z_{1:t-1}, x_{1:t-1})}{p(m_i)p(z_t|z_{1:t-1}, x_{1:t})} \quad (1)$$

por outro lado, a probabilidade complementar $p(\neg m_i|z_{1:t}, x_{1:t})$ de m_i não estar ocupado é

$$p(\neg m_i|z_{1:t}, x_{1:t}) = \frac{p(\neg m_i|z_t, x_t)p(z_t|x_t)p(\neg m_i|z_{1:t-1}, x_{1:t-1})}{p(\neg m_i)p(z_t|z_{1:t-1}, x_{1:t})} \quad (2)$$

Calculando a razão destas duas quantias e sabendo que $p(\neg m_i) = 1 - p(m_i)$, temos

$$\frac{p(m_i|z_{1:t}, x_{1:t})}{1 - p(m_i|z_{1:t}, x_{1:t})} = \frac{p(m_i|z_t, x_t)}{1 - p(m_i|z_t, x_t)} \frac{p(m_i|z_{1:t-1}, x_{1:t-1})}{1 - p(m_i|z_{1:t-1}, x_{1:t-1})} \frac{1 - p(m_i)}{p(m_i)}. \quad (3)$$

Usando a definição de $Odds(w) = p(w)/(1 - p(w))$, onde w é uma variável qualquer, e definindo

$$l(w) = \log(Odds(w)) = \log\left(\frac{p(w)}{1 - p(w)}\right), \quad (4)$$

a equação 3 fica

$$\boxed{l(m_i|z_{1:t}, x_{1:t}) = l(m_i|z_t, x_t) + l(m_i|z_{1:t-1}, x_{1:t-1}) - l(m_i)}. \quad (5)$$

A equação acima pode ser interpretada como

$$l_{t,i} = l_{t-1,i} + InverseSensorModel(m_i, x_t, z_t) + prior.$$

Se inicialmente não sabemos nada sobre o mapa, então $p(m_i) = 1/2$, ou seja, a probabilidade de estar ocupado ou não é a mesma. Assim $l(1/2) = 0$. Como a equação 5 é recursiva, ela nos permite construir um mapa de forma iterativa na medida que o robô se desloca e vai descobrindo o ambiente.

2 Medidas do sonar

Para simular as medidas do sensor do robô, vamos considerar que para cada posição (x, y) e orientação θ que o robô se encontra, é realizada uma medida em um raio de alcance R do sonar e uma abertura de 360° . Na verdade o sonar só mede numa pequena abertura $\Delta\phi$, mas estamos considerando que são realizadas várias medidas até alcançar 360° .

Para estimar distâncias dos obstáculos com o sonar, deve-se emitir um sinal e medir o tempo t que demora para o sinal retornar (no caso de um laser, mede-se a diferença de fase entre o sinal emitido e o sinal que retorna). Assim a distância d até o obstáculo é dada por

$$d = \frac{Vt}{2}, \quad (6)$$

onde V é a velocidade do som, dada por

$$V = 331,45 \sqrt{\frac{T}{273,15}}, \quad (7)$$

onde T é a temperatura do ar dada em Kelvins.

Como podem existir imprecisões na medida, tanto na direção radial quanto na direção angular, vamos modelar a posição do obstáculo com uma distribuição de probabilidades normal nestas duas direções.

Seja Δr a distância entre o obstáculo e a célula que está sendo analisada e $\Delta \theta$ a distância angular (do ponto de vista do sensor) entre o obstáculo e a célula analisada e σ_r e σ_θ os respectivos desvios padrões. A distribuição de probabilidades que modela incertezas na posição do obstáculo é

$$p(\Delta r, \Delta \theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_\theta} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{(\Delta r)^2}{\sigma_r^2} + \frac{(\Delta \theta)^2}{\sigma_\theta^2} \right) \right] \quad (8)$$

A Figura 1 mostra dois exemplo de aquisições com um sensor tipo sonar. No esquerda, $\sigma_r = 10$ (unidades de grid) e $\sigma_\theta = 0.2$ rad e na direita, $\sigma_r = 5$ (unidades de grid) e $\sigma_\theta = 0.3$ rad. Em ambos os casos, o obstáculo se encontra em $(200, 300)$ e a posição do robô é $(200, 150)$.

Após o robô fazer uma medida com o sonar com uma abertura $\Delta \phi$, deve-se considerar que na região do obstáculo, a probabilidade de ocupação do grid segue a distribuição dada pela equação 8. Na região entre o sensor e o obstáculo, pode-se considerar que a probabilidade de ocupação é zero e na região que está atrás do obstáculo, não alteramos a probabilidade (se ainda não foi realizada medida com o sensor, a probabilidade fica igual à *prior*).

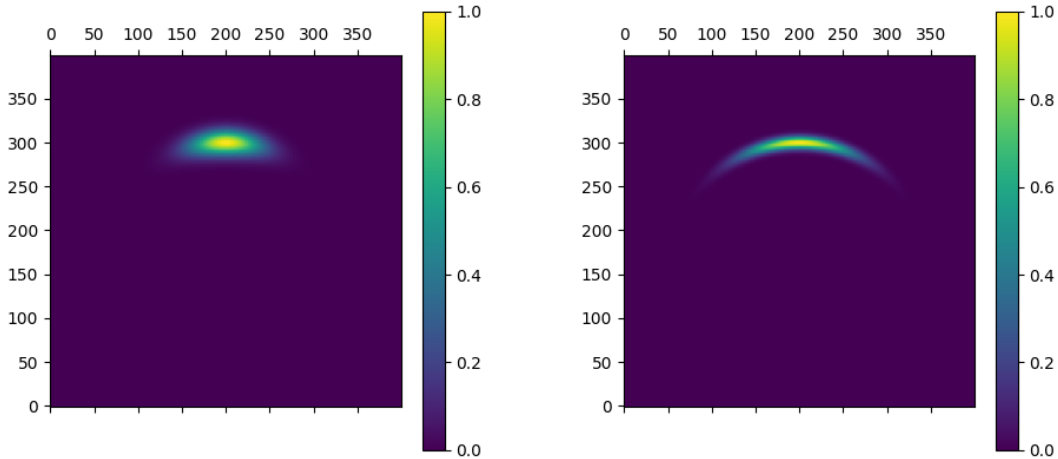


Figura 1: Exemplo de uma aquisição com um sensor tipo sonar.

3 Implementação

Para a criação do mapa, foi implementada a Equação 5, (para facilitar, não foi calculado os logaritmos das probabilidades) semelhante ao algoritmo da Figura 2, disponível em [3].

Como nesta etapa não estamos interessados em navegação, nem localização do robô, estamos considerando que o robô faz uma caminhada sequencial passando por todos os pontos do grid. Um exemplo de mapeamento pode ser visto na Figura 3. Na esquerda está o mapa real usado e na direita está o mapa estimado. O algoritmo implementado pode ser obtido em [1].

Algoritmo 14: $\text{grade_ocupação}(\mathbf{M}, \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t)$

```
1: para cada célula  $m_{x,y}$  de  $\mathbf{M}$  faça  
2:   se  $m_{x,y}$  está no campo de percepção dos sensores então  
3:      $P_t(m_{x,y}) = P_{t-1}(m_{x,y}) + \text{modelo\_do\_sensor}(m_{x,y}, x_t, z_t) - P_o$   
4:   senão  
5:      $P_t(m_{x,y}) = P_{t-1}(m_{x,y})$   
6:   fim se  
7: fim para  
8: retorna  $\mathbf{M}$ 
```

Figura 2: Algoritmo 14 de [3].

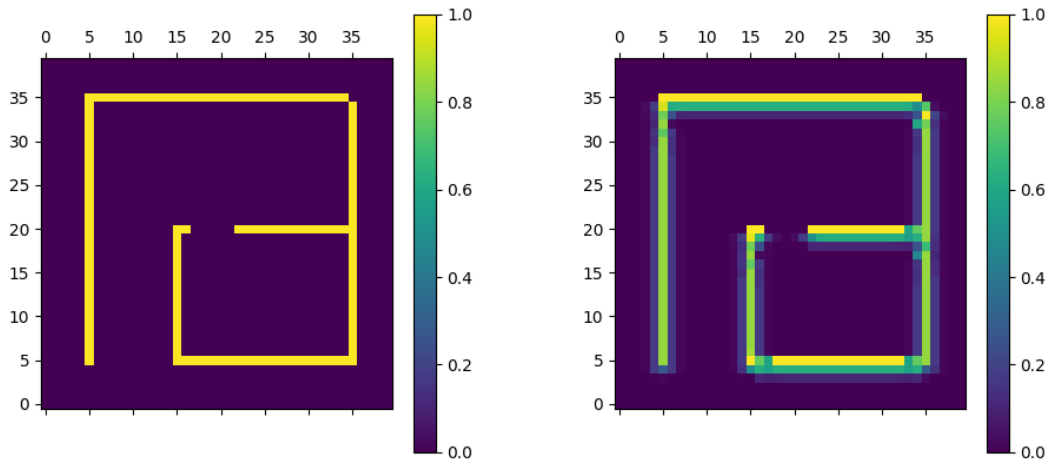


Figura 3: Mapa real (esquerda) e exemplo de mapeamento com o robô (direita).

Referências

- [1] https://github.com/marcelowds/Robotica_t8, May 2021. [Online; accessed 31-May-2021].
- [2] Msr course - 03 occupancy grid mapping with known poses (chebrolu). https://www.youtube.com/watch?v=x_Ah685BFEQ, May 2021. [Online; accessed 31-May-2021].
- [3] Roseli Aparecida Francelin Romero, Edson Prestes e Silva Junior, Fernando Santos Osório, and Denis Fernando Wolf. Robótica móvel, 2014.