

# TA9 - Localização por landmarks

Marcelo dos Santos e Odair Mario

Junho de 2021

## 1 Cálculo da posição

No artigo [2] é descrita uma forma de localizar o robô apenas com medidas dos ângulos. No nosso caso, como também medimos as distâncias até os *landmarks*, não precisamos seguir o algoritmo descrito em [2]. Para cada *landmarks* medido (pelo menos 2), podemos estimar a posição  $P = (px, py)$  do robô. Ao final do processo, se tivermos várias estimativas de  $P$ , podemos calcular uma média.

Considere 3 sistemas de coordenadas, um externo  $S_e = (x^{(e)}, y^{(e)})$ , outro localizado no robô  $\hat{S}_r = (\hat{x}^{(r)}, \hat{y}^{(r)})$  e paralelo ao primeiro, e um terceiro  $S_r = (x^{(r)}, y^{(r)})$ , também localizado no robô, mas com eixo  $x^{(r)}$  apontando pra orientação do robô, ou seja,  $x^{(r)}$  e  $x^{(e)}$  formam um ângulo  $\theta$ , ver Figura 1.

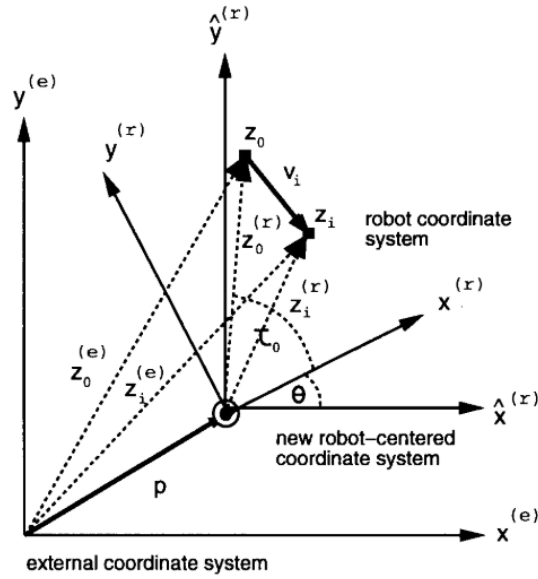


Figura 1: Sistemas de coordenadas. Obtido de [2].

Cada *landmarks*  $i$  é localizado no sistema  $S_e$  por  $z_i^{(e)}$ , no sistema  $S_r$  por  $z_i^{(r)}$  e no sistema  $\hat{S}_r$  por  $\hat{z}_i^{(r)}$ . Vamos representar  $z_i^{(r)}$  na forma polar como

$$z_i^{(r)} = l_i e^{j\tau_i}, \quad (1)$$

onde  $j = \sqrt{-1}$  e  $\tau_i$  é o ângulo que  $z_i^{(r)}$  faz com  $x^{(r)}$ . Considerando a razão entre as posições de 2 *landmarks* temos

$$\frac{z_i^{(r)}}{z_0^{(r)}} = \frac{l_i}{l_0} e^{j(\tau_i - \tau_0)} = \frac{l_i}{l_0} e^{j\phi_i}, \quad (2)$$

onde  $\phi_i = \tau_i - \tau_0$ . Por outro lado, no sistema  $\hat{S}_r$  temos

$$\frac{\hat{z}_i^{(r)}}{\hat{z}_0^{(r)}} = \frac{l_i}{l_0} e^{j\phi_i}, \quad (3)$$

ou seja, não temos alteração em  $\phi_i$ . Vamos definir um vetor  $\hat{v}_i^{(r)}$  que é a diferença entre os  $\hat{z}_i^{(r)}$  e  $\hat{z}_0^{(r)}$  acima:

$$\hat{v}_i^{(r)} = v_i^{(e)} = \hat{z}_i^{(r)} - \hat{z}_0^{(r)} = z_i^{(e)} - z_0^{(e)}. \quad (4)$$

Esta igualdade é verdadeira porque  $S_e$  e  $\hat{S}_r$  são paralelos. Como sabemos as posições dos *landmarks* no referencial externo, sabemos  $\hat{v}_i^{(r)}$  na equação acima. Isolando  $\hat{z}_i^{(r)}$  temos

$$\hat{z}_i^{(r)} = v_i^{(e)} + \hat{z}_0^{(r)}. \quad (5)$$

Substituindo 5 em 3 e isolando  $\hat{z}_0^{(r)}$  temos

$$\hat{z}_0^{(r)} = \frac{v_i^{(e)}}{(l_i/l_0)e^{j\phi_i} - 1}. \quad (6)$$

Os  $l_i$  e  $\phi_i$  nós sabemos, são as medidas obtidas dos sensores. Os  $v_i^{(e)}$  também sabemos pois sabemos as posições dos *landmarks* no referencial externo. A posição  $P = (px, py)$  do robô pode ser calculada por:

$$P = z_0^{(e)} - \hat{z}_0^{(r)} \quad (7)$$

Para cada *landmark*  $i$  teremos um  $P_i$  calculado pela equação acima. Assim, a posição média  $\tilde{P}$  do robô será

$$\tilde{P} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i, \quad (8)$$

onde  $n$  é o número de estimativas da posição.

Para cada  $\hat{z}_0^{(r)}$  estimado por meio da equação 6, podemos calcular um  $\theta$  por meio de (ver Figura 1)

$$\theta = \angle(\hat{z}_0^{(r)}, \hat{x}^{(r)}) - \tau_0. \quad (9)$$

Se calcularmos  $n$  estimativas de  $\theta$  (chamaremos cada uma de  $\theta_i$ ), podemos estimar um valor médio  $\tilde{\theta}$  por

$$\tilde{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \theta_i. \quad (10)$$

## 2 Implementação e resultados

O algoritmo implementado pode ser obtido em [1].

A Figura 2 dois exemplos de estimativa da pose do robô usando 10 (esquerda) e 20 (direita) *landmarks*.

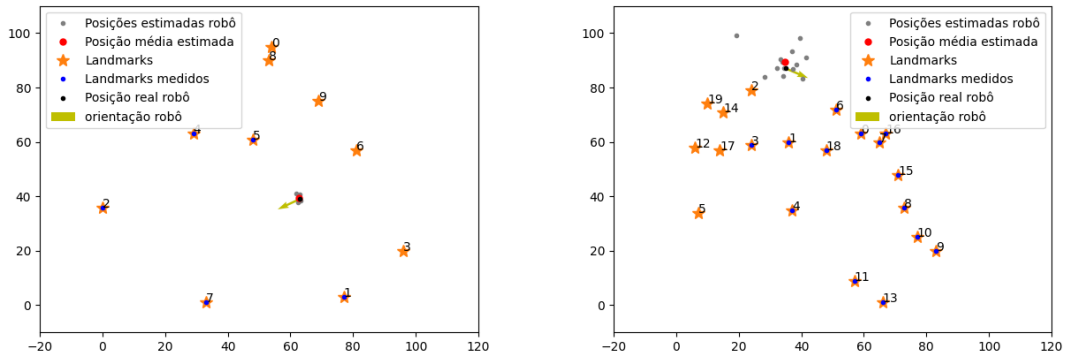


Figura 2: Exemplo de estimativa da posição do robô usando 10 (esquerda) e 20 (direita) *landmarks*.

A Figura 3 mostra o erro na distância estimada do robô como função do número de *landmarks*. Em geral, percebe-se uma tendência de diminuição do erro quando se aumenta o número de *landmarks*.

Para se estimar corretamente a posição do robô, é preferível que os *landmarks* estejam uniformemente distribuídos em uma faixa grande de ângulos. Se os *landmarks* estiverem todos localizados muito próximos dificultará a localização. Outro caso difícil de lidar é quando os *landmarks* e o robô estão distribuídos ao longo de uma linha, nesse caso não é possível determinar a posição do robô.

Se não tivéssemos informação de distância, mas apenas informação de ângulo, também não seria possível determinar a posição do robô no caso em que os *landmarks* e o robô estão sobre um círculo.

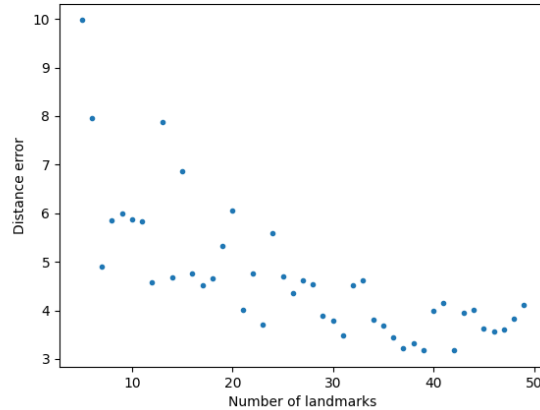


Figura 3: Erro médio na distância como função do número de *landmarks*.

## Referências

- [1] [https://github.com/marcelowds/Robotica\\_t9](https://github.com/marcelowds/Robotica_t9), 2021. [Online; accessed 05-June-2021].
- [2] Margrit Betke and Leonid Gurvits. Mobile robot localization using landmarks. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 13(2):251–263, 1997.