TDE01

Marcelo Wzorek Filho

May 2024

1º Passo

Enunciado: Durante o vídeo intitulado "A Random Walk-Monte Carlo Simulation-Python Tutorial-Learn Python Programming", preste atenção no comentário entre os instantes 6'48" e 6'58". Por que será que isto acontece? (Descreva detalhadamente).

Resposta: Isso acontece devido à natureza probabilística dos passeios aleatórios. Quando uma caminhada possui um número par de passos (n), há uma maior chance de que os passos para a direita e para a esquerda se equilibrem, resultando em uma posição final mais próxima do ponto de origem.

Matematicamente, a posição final após n passos, X_n, pode ser modelada como uma soma de variáveis aleatórias independentes que podem ser $+1$ (direita) ou -1 (esquerda), com igual probabilidade de 0,5. Para n par, a distribuição de X_n é simétrica e centrada em zero, o que implica uma maior concentração de probabilidades ao redor do zero, comparado com um número ímpar de passos ($n-1$), onde a simetria é quebrada e a posição final tende a estar mais dispersa. Isso faz com que caminhadas com um número par de passos frequentemente terminem mais próximas do ponto de origem.

2º Passo

Enunciado: No mesmo vídeo, no momento 7'14" é feito um desafio: resolva-o e apresente a solução em detalhes: "Find the longest random walk which will, on average, leave you less than 5 blocks from home".

Resposta: Para resolver é preciso calcular a distância média esperada em um passeio aleatório unidimensional. Em um passeio aleatório com n passos, a posição final X_n é a soma de n variáveis aleatórias independentes X_i, onde cada X_i é igual a $+1$ ou -1 com probabilidade igual. A distância média do ponto de origem após n passos é a raiz quadrada da variância de X_n.

A variância de X_n é dada por:

$$\text{Var}(X_n) = n \cdot \text{Var}(X_i) = n \cdot 1 = n$$

Portanto, a distância média do ponto de origem é:

$$\sqrt{\mathrm{Var}(X_n)} = \sqrt{n}$$

Queremos encontrar o maior n tal que a distância média seja menor que 5 blocos:

$$\sqrt{n} < 5$$

Elevando ambos os lados ao quadrado, obtemos:

$$n < 25$$

Assim, o maior valor inteiro de n que satisfaz essa condição é 24. Portanto, um passeio aleatório de 24 passos, em média, deixará você a menos de 5 blocos de distância de casa.

3º Passo

Enunciado: Refaça o código do passeio aleatório, considerando que os blocos não são quadrados e sim hexagonais, apresentando e comentando o código.

Resposta: Para isso é preciso ajustar os movimentos possíveis para refletirem uma grade hexagonal, onde cada célula tem seis vizinhos. Basta definir novos vetores de deslocamento e torná-los elegíveis para serem escolhidos.

O código completo para o passeio aleatório em uma grade hexagonal está disponível no GitHub.

4º Passo

Enunciado: Que considerações podem ser feitas neste caso quando se compara os resultados de várias execuções com a situação em que os blocos são quadrados? Explique detalhadamente.

Resposta: Ao comparar os resultados dos passeios aleatórios, várias considerações podem ser feitas:

Número de Direções:

A grade hexagonal oferece seis direções possíveis para cada passo, enquanto a grade quadrada oferece apenas quatro. Isso pode resultar em uma maior dispersão dos pontos finais na grade hexagonal.

Geometria da Grade:

Em uma grade quadrada, os movimentos são diretamente horizontais ou verticais. Em uma grade hexagonal, os movimentos incluem direções diagonais, o que aumenta a variedade de posições alcançáveis a cada passo.

Dispersão da Posição Final:

Devido às direções adicionais na grade hexagonal, a dispersão da posição final pode ser maior do que na grade quadrada. A variância da posição final após n passos pode ser diferente entre os dois tipos de grade.

Distância Média:

A distância média do ponto de origem após n passos tende a ser proporcional a $\sqrt{n}$ em ambas as grades. No entanto, a constante de proporcionalidade pode variar ligeiramente devido às diferentes configurações de movimento.

Trajetória do Passeio:

As trajetórias em uma grade quadrada tendem a ser mais "ortogonais", enquanto as trajetórias em uma grade hexagonal exibem um padrão mais "triangular". Isso pode influenciar a análise visual das trajetórias, onde as trajetórias hexagonais podem parecer mais dispersas ou "naturais".

Robustez da Média:

Em ambas as grades, a média da distância do ponto de origem tende a se estabilizar em torno de $\sqrt{n}$ ao considerar várias execuções. No entanto, a variância ao redor dessa média pode ser maior na grade hexagonal devido às direções adicionais.