LAPORAN

1. Masing-masing bagian tersusun atas:
   a) Deskripsi permasalahan pokok bahasan tersebut
   b) Teori singkat mengenai pokok bahasan tersebut
   c) Penjelasan tentang struktur data yang digunakan pada topik tersebut dan cara penanganan kasus-kasus khusus atau yang dianggap penting
   d) Hasil eksekusi program berikut analisis hasil eksekusi tersebut

2. *Listing* program ataupun algoritma tidak perlu disertakan pada laporan

1. Deskripsi Permasalahan

POKOK BAHASAN: SOLUSI PERSAMAAN NIRLANJAR

UMUM

1. Tentukan akar persamaan fungsi-fungsi berikut:

   (a) $f(x) = \sin(x) - 0.3e^{x}$

   (b) $f(x) = 0.1x^3 - 5x^2 - x + 4 + e^{-x}$

   Metode yang digunakan:

   1. Metode Bagidua
   2. Metode Regula Falsi
   3. Metode Lelaran Langsung
   4. Metode Newton-Raphson
   5. Metode *Secant*

   Untuk metode bagidua dan metode regula falsi, pemakai dapat memasukkan sendiri selang yang mengandung akar atau program membantu pencarian selang-selang yang mengandung akar (lihat diktat kuliah). Pemakai dapat memilih salah satu selang yang diinginkan. Untuk metode lelaran langsung, persamaaan $x_{r+1} = g(x_r)$ ditentukan oleh pemrogram, sedangkan tebakan awal ditentukan oleh pemakai. Untuk metode Newton-Raphson dan metode secant, tebakan awal ditentukan oleh pemakai

Visualisasi grafik fungsi sangat membantu untuk mengetaui letak akar.

(c) Diketahui dua persamaan :

$$x = 1 + h^2 \left(e^{y\sqrt{x}} + 3x^2\right)$$

$$y = 0,5 + h^2 \tan\left(e^x + y^2\right)$$

Gunakan metode Newton Raphson atau lelaran Gauss-Seidel untuk menghitung x dan y dengan nilai h merupakan masukan *user*. Iterasi pada perhitungan x dan y berhenti jika perubahan pada x dan y (epsilon) $< 0,1\ h^4$. Contoh h = 0.1 , 0.01, 0.002.

BIDANG KIMIA

Satu kg mol gas CO berada dalam sebuah ruang pada T = 215 °K dan p = 70 bar. Hitunglah volume (v, dalam m^3/kg) gas dengan menggunakan persamaan Van der Waals untuk gas yang tidak ideal:

$$(P + a/v^2)(v - b) = RT$$

yang dalam hal ini R = 0.08314 bar m^3/(kg mol °K), a = 1.463 bar $m^6/(kg\ mol)^2$ dan b = 0.0394 m^3/kg. Bandingkan hasilnya dengan volume yang dihitung dengan persamaan gas ideal, $Pv = RT$. Gunakan metode Newton-Raphson.

(*Petunjuk*: Persamaan Van der Waals di atas ditulis sebagai $f(v) = (P + a/v^2)(v - b) - RT$. Tentukan terlebih dahulu turunan f terhadap v)

BIDANG FISIKA

Analisis mengenai performansi pertukaran udara kompresor kadang-kadang membutuhkan perhitungan menunjukkan hubungan tekanan dan volume, serta hubungan tekanan dan sudut angular. Dalam analisis ini terdapat 3 persamaan yang terlibat :

$$V = V_c + \pi d^2 \left\{ r(1-\cos\theta) + l\left[1-\left(\frac{r}{l}\sin\theta\right)^2\right]\right\} \qquad \text{.....................................(a)}$$

$$A\ln\left(\frac{T}{T_i}\right) + B(T-T_i) + \frac{1}{2}C\left(T^2 - T_i^2\right) + D\ln\left(\frac{V}{V_i}\right) = 0 \qquad \text{...............................(b)}$$

$$P = P_i\left(\frac{V_i}{V}\right)\left(\frac{T}{T_i}\right) \qquad \text{..(c)}$$

T = temperatur absolut (^{o}R)

A = 0,15787

B = 0,51001 . 10^{-4}

C = 0,74171 . 10^{-8}

D = 0,6855

Dengan menggunakan persamaan a, b, dan c, hitunglah tekanan jika P_i, T_i, V_c, r, l, d, θ merupakan masukan dari *user*. Khusus untuk mencari T pada persamaan (b) gunakan metode Regula Falsi.

2. Teori Singkat

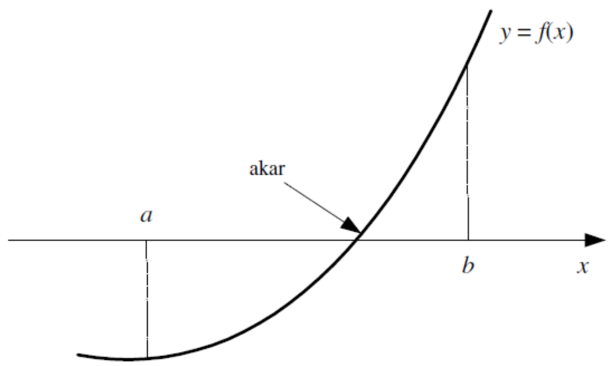
2.1. Solusi Persamaan Nirlanjar

Persamaan nirlanjar adalah persamaan yang memiliki grafik fungsi yang berbentuk selain garis lurus. Solusi persamaan nirlanjar ialah mencari nilai (akar) pada persamaan sehingga apabila nilai tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan akan menghasilkan nilai nol. Pada metode numerik, solusi persamaan nirlanjar terbagi menjadi dua, yaitu metode tertutup dan metode terbuka.

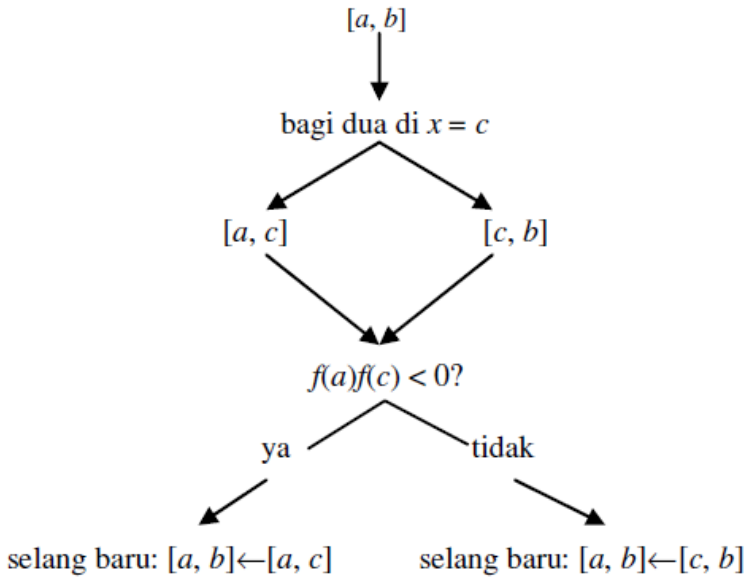
2.2. Metode Tertutup dan Metode Terbuka

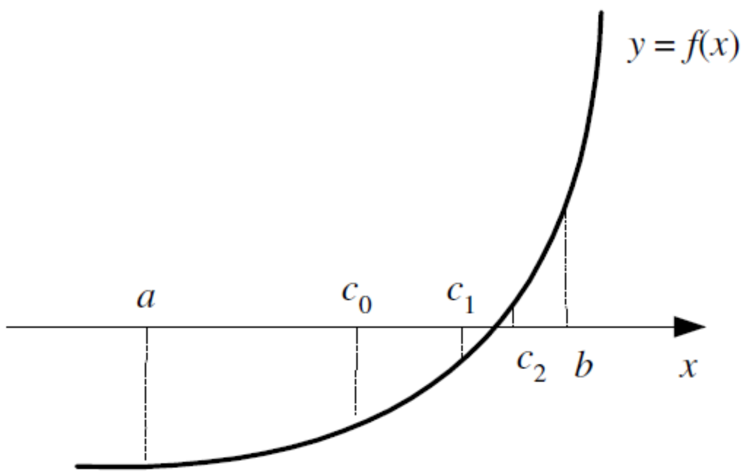
Pada metode tertutup, didefinisikan sebuah selang [a,b] dimana pada selang tersebut sudah dipastikan memiliki minimal sebuah akar. Metode ini disebut juga metode konvergen. Contoh metode tertutup ialah metode bagidua dan metode regula-falsi. Sedangkan pada metode terbuka, tidak diperlukan sebuah selang karena pencarian akar dimulai dari sebuah tebakan awal. Pada setiap lelaran, akar akan dihampiri, dan mungkin saja akan bersifat divergen ataupun konvergen. Sehingga, metode terbuka tidak selalu menghasilkan akar karena bisa saja hampiran akarnya bersifat divergen. Contoh metode terbuka ialah metode lelaran titik tetap, metode newton rhapson, dan metode secant.

Pada metode tertutup diperlukan selang [a,b] yang mengandung minimal satu buah akar. Syarat keberadaan akar ialah selang [a,b] harus berbeda tanda pada nilai-nilai fungsinya supaya terdapat minimal sebuah akar.



2.3. Metode Bagidua



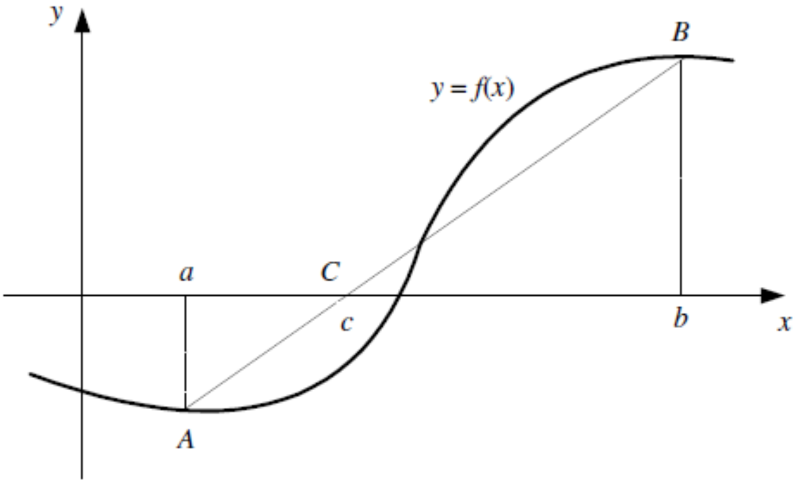


Kondisi berhenti lelaran pada metode bagidua adalah salah satu dari tiga hal berikut:

1. Lebar selang baru $|a-b| < \varepsilon$, dalam hal ini ε adalah nilai toleransi lebar selang yang mengurung akar.
2. Nilai fungsi di hampiran akar: $f(c) < \mu$, dalam hal ini μ adalah nilai sangat kecil mendekati 0.
3. Galat relatif hampiran akar $|(c_{baru} - c_{lama})/c_{baru}| < \delta$, dalam hal ini δ adalah galat relatif hampiran yang diinginkan.

2.4. Metode Regula Falsi

Dasar dari metode regula falsi ialah meningkatkan kecepatan konvergensi dengan memperhitungkan nilai f(a) dan f(b) pada selang yang ditentukan. Logikanya ialah apabila f(a) lebih dekat ke nol daripada f(b) maka akar akan lebih dekat ke x = a daripada ke x = b.



Gradien garis AB = gradien garis BC, sehingga

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(b)-0}{b-c} \rightarrow c = \frac{f(b)(b-a)}{f(b)-f(a)}$$

2.5. Metode Lelaran Titik Tetap

Metode ini disebut juga metode lelaran sederhana, metode langsung, atau metode sulih beruntun. Tahapan metode ini ialah sebagai berikut:

Ubah f(x) = 0 menjadi x = g(x) kemudian bentuk menjadi prosedur lelaran $x_{r+1} = g(x_r)$

Setelah itu diterka nilai awal x_0 kemudian hitung x_1, x_2, x_3, dan seterusnya yang mudah-mudahan akan konvergen ke akar sejati. Kondisi berhenti lelaran ialah

$|x_{r+1} – x_r| < \varepsilon$ atau $|x_{r+1} – x_r/ x_{r+1}| < \varepsilon$.

Contoh: Mencari akar persamaan $f(x) = x^2 -2x -3 = 0$, nilai $\varepsilon = 0.000001$.

Bentuk prosedur yang dibentuk ada berbagai macam, yaitu:

1. $$x = \sqrt{2x+3} \rightarrow g(x) = \sqrt{2x+3} \rightarrow x_{r+1} = \sqrt{2x_r+3}$$
2. $$x = \frac{3}{x-2} \rightarrow g(x) = \frac{3}{x-2} \rightarrow x_{r+1} = \frac{3}{x_r-2}$$
3. $$x = \frac{x^2-3}{2} \rightarrow g(x) = \frac{x^2-3}{2} \rightarrow x_{r+1} = \frac{{x_r}^2-3}{2}$$

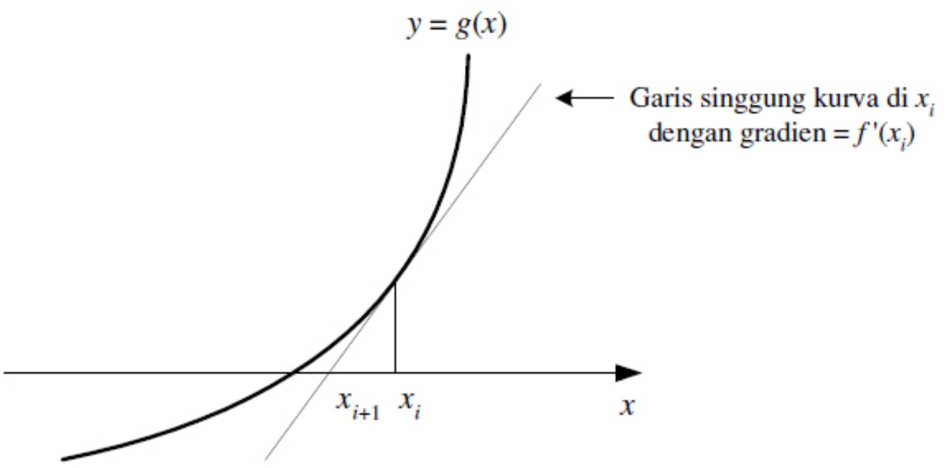
Apabila tebakan awal $x_0 = 4$, maka secara berturut-turut persamaan (1) akan menghasilkan lelaran yang konvergen monoton, persamaan (2) akan menghasilkan lelaran yang konvergen berosilasi, dan persamaan (3) akan menghasilkan lelaran divergen.

Sehingga, metode lelaran titik tetap ada kalanya menghasilkan akar maupun tidak menghasilkan akar, tergantung dari bentuk pengubahan bentuk persamaan $f(x) = 0$ menjadi $x = g(x)$, serta nilai tebakan awal.

2.6. Metode Newton Rhapson

Metode Newton Rhapson merupakan metode penyelesaian persamaan nirlanjar yang paling populer digunakan, karena memiliki konvergensi yang paling cepat. Ada dua pendekatan penurunan rumus metode Newton Rhapson, yaitu:

1. Secara geometri



Gradien garis singgung di x_r adalah:

$x_{r+1} = x_r – f(x_r)/f'(x_r)$, $f'(x_r) \neq 0$

2. Dengan bantuan deret Taylor

Uraikan $f(x_{r+1})$ di sekitar x_r dalam deret Taylor dipotong sampai orde kedua saja.

$f(x_{r+1}) \approx f(x_r) + (x_{r+1} - x_r)f'(x_r)$

Karena mencari akar, maka $f(x_{r+1}) = 0$, sehingga

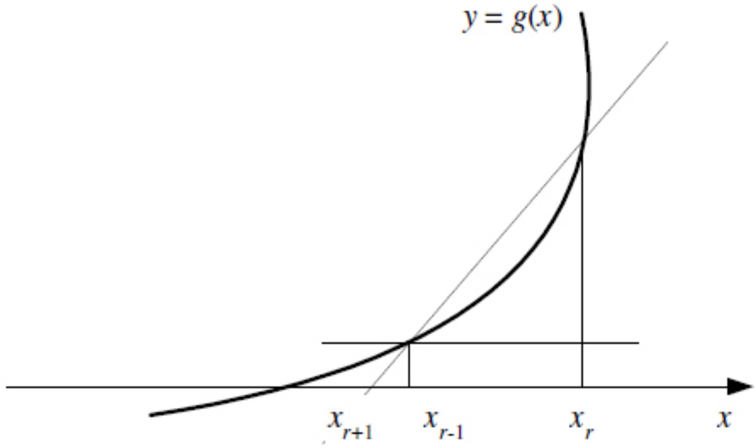
$0 = f(x_r) + (x_{r+1} - x_r)f'(x_r)$

Kondisi berhenti lelaran ialah $| x_{r+1} - x_r | < \varepsilon$ atau $| x_{r+1} - x_r / x_{r+1} | < \delta$

Dimana ε dan δ adalah toleransi galat yang diinginkan.

2.7. Metode Secant

Metode Secant muncul karena pada metode Newton Rhapson ada persamaan yang sukar dicari bentuk turunannya. Karena itu bentuk turunan akan dimodifikasi pada persamaan Newton Rhapson. Untuk lebih jelas perhatikan gambar dibawah:



$$f'(x_r) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_r) - f(x_{r-1})}{x_r - x_{r-1}}$$

Rumus Newton Rhapson: $x_{r+1} = x_r - f(x_r)/f'(x_r)$

Substitusikan $f'(x_r)$ dari persamaan pertama ke dalam rumus Newton Rhapson, sehingga akan menghasilkan persamaan

$$x_{r+1} = x_r - \frac{f(x_r)(x_r - x_{r-1})}{f(x_r) - f(x_{r-1})}$$

Metode ini memerlukan dua buah tebakan awal. Karena itu, secara sepintas metode ini mirip dengan metode Regula Falsi.

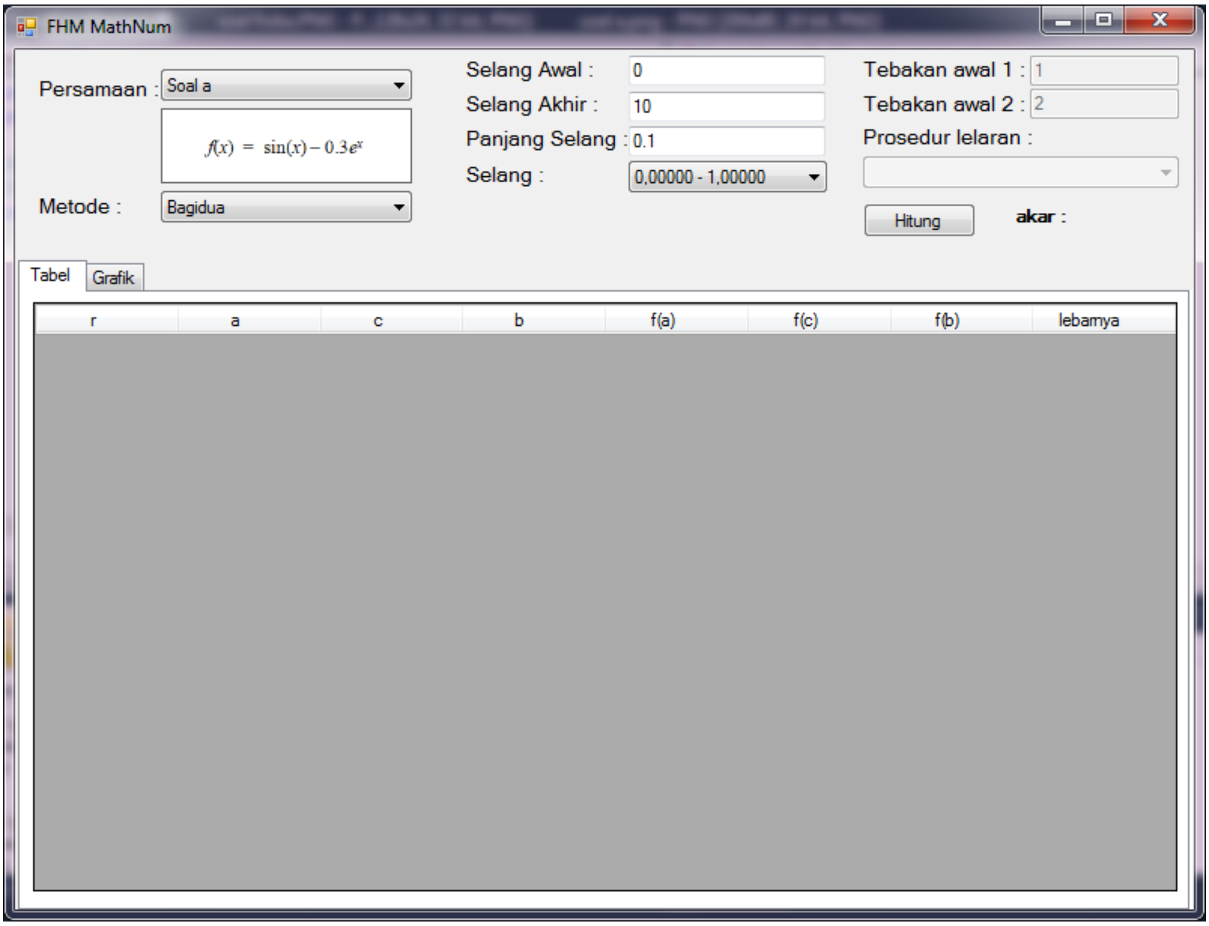
3. Struktur Data

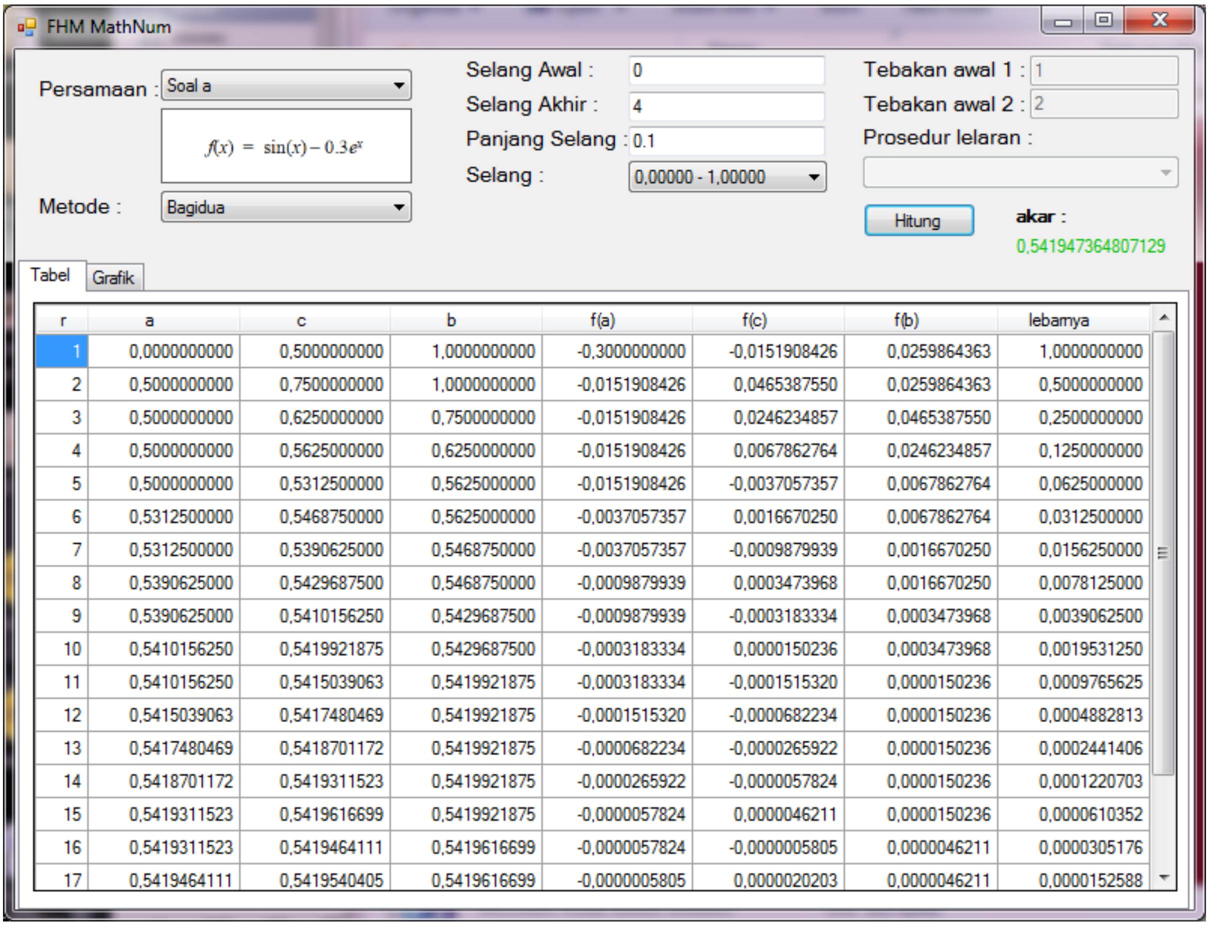
3.1. Kelas SPL

Nama Atribut	Visibility	Tipe
infinity	public	double
array_bagidua	public	double[,]
iterasi_bagidua	public	integer
array_regulafalsi	public	double[,]
array_lelaranlangsung	public	double[,]
array_newtonraphson	public	double[,]
array_secant	public	double[,]
array_gausseidel	public	double[,]
array_fisika	public	double[,]
iterasi_regulafalsi	public	integer
iterasi_newtonraphson	public	integer
iterasi_secant	public	integer
iterasi_gausseidel	public	integer
iterasi_fisika	public	integer
gausseidel_y	public	double
Nama Operasi	**Visibility**	**Keterangan**
EpsilonMesin()	public	
soal_a(x)	public	
soal_b(x)	public	
soal_a_turunan(x)	public	
soal_b_turunan(x)	public	
soal_kimia_turunan(x)	public	
soal_c(x)	public	
soal_kimia(x)	public	
soal_fisika(x,Pi,Ti,Vc,r,l,d,teta,V)	public	
fungsi(x,soal)	public	
CariSelang(a,b,h,soal)	public	
HitungJumlahSelang()	public	
BagiDua(a,b,soal)	public	

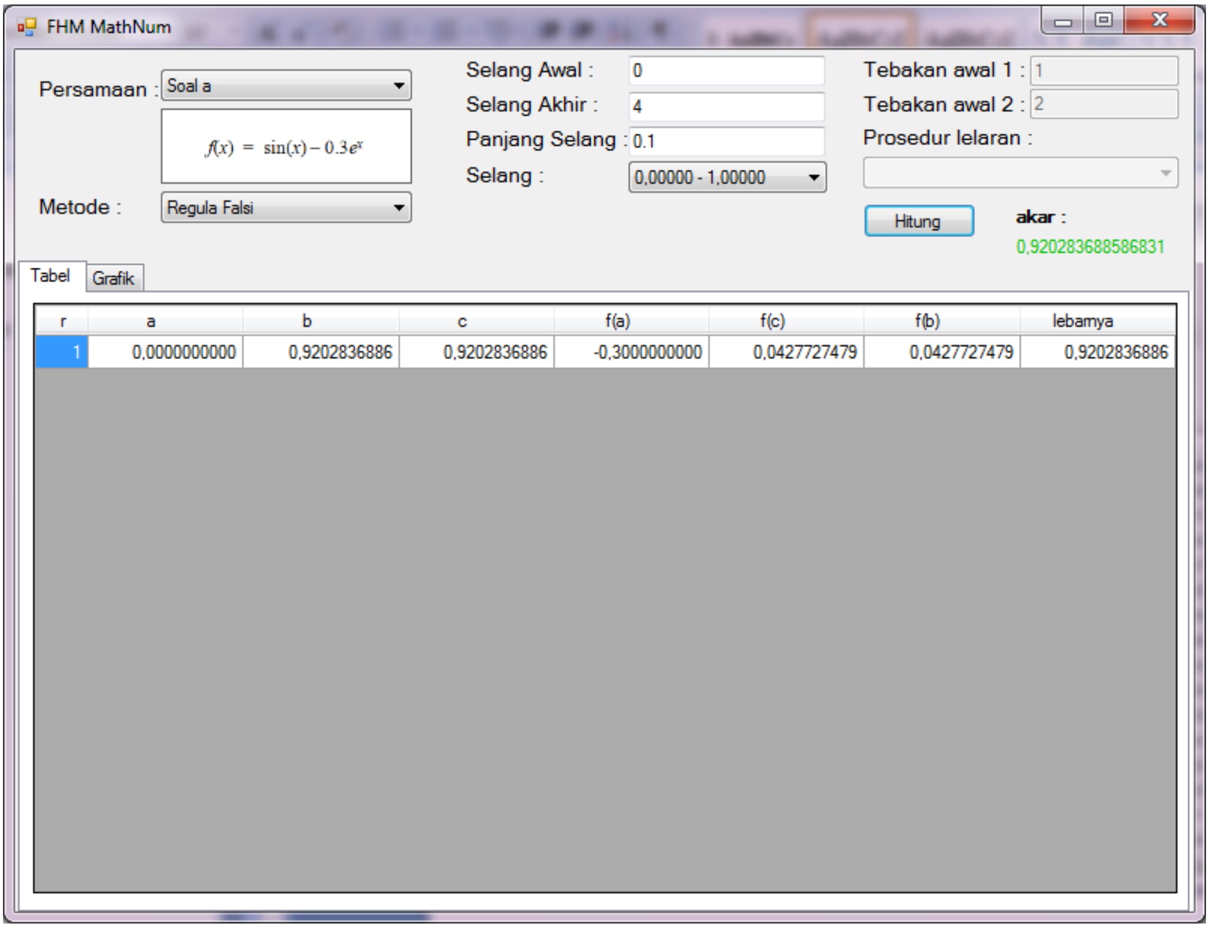
RegulaFalsi(a,b,soal)	public	
lelaran_langsung_equation1(x,equation_form)	public	
lelaran_langsung_equation2(x,param)	public	
newton_raphson(x,soal)	public	
secant(x0,x1,soal)	public	
gauss_seidel(x,y,h)	public	
fisika(a,b,Pi,Ti,Vc,r,l,d,teta)	public	

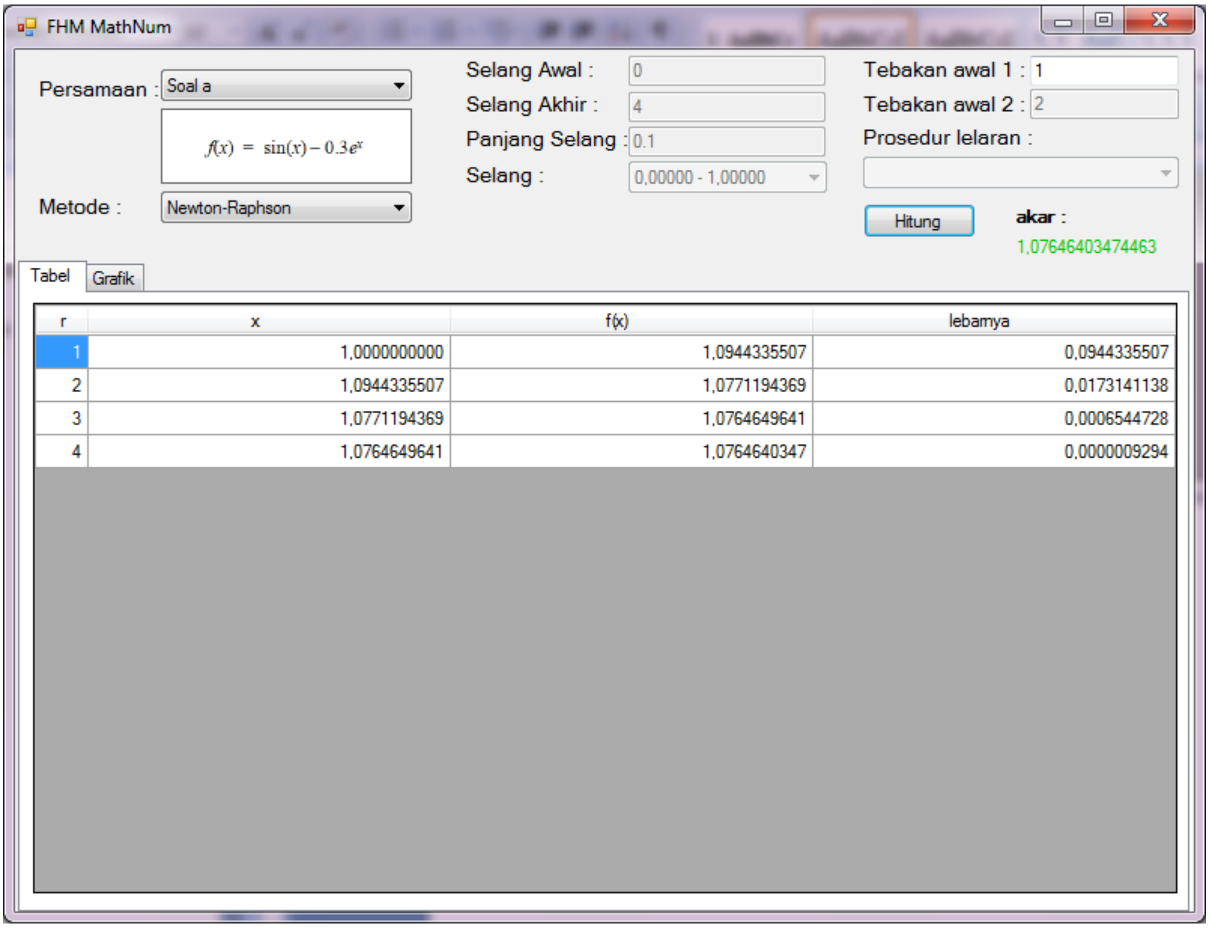
4. Screenshot

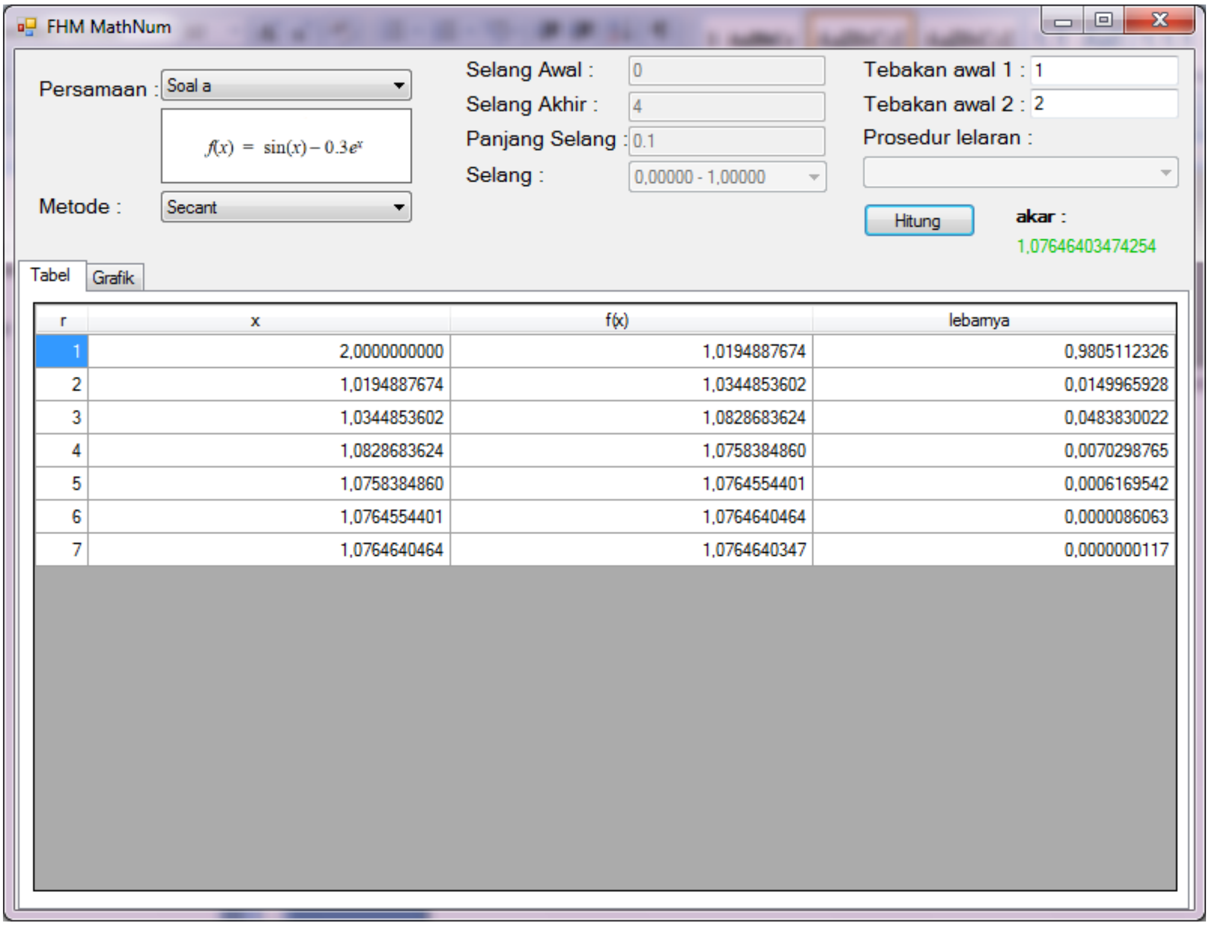


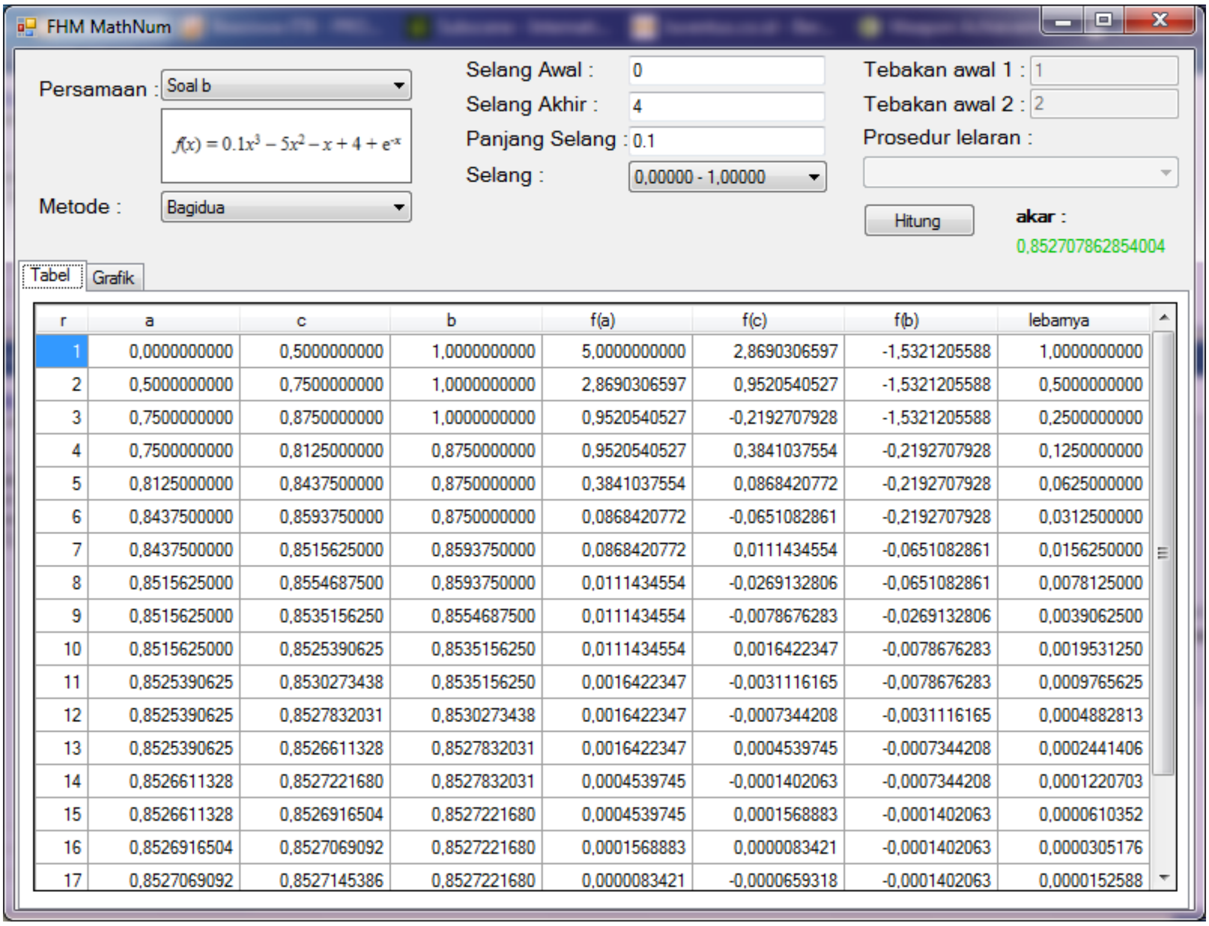


r	a	c	b	f(a)	f(c)	f(b)	lebarnya
1	0,0000000000	0,5000000000	1,0000000000	-0,3000000000	-0,0151908426	0,0259864363	1,0000000000
2	0,5000000000	0,7500000000	1,0000000000	-0,0151908426	0,0465387550	0,0259864363	0,5000000000
3	0,5000000000	0,6250000000	0,7500000000	-0,0151908426	0,0246234857	0,0465387550	0,2500000000
4	0,5000000000	0,5625000000	0,6250000000	-0,0151908426	0,0067862764	0,0246234857	0,1250000000
5	0,5000000000	0,5312500000	0,5625000000	-0,0151908426	-0,0037057357	0,0067862764	0,0625000000
6	0,5312500000	0,5468750000	0,5625000000	-0,0037057357	0,0016670250	0,0067862764	0,0312500000
7	0,5312500000	0,5390625000	0,5468750000	-0,0037057357	-0,0009879939	0,0016670250	0,0156250000
8	0,5390625000	0,5429687500	0,5468750000	-0,0009879939	0,0003473968	0,0016670250	0,0078125000
9	0,5390625000	0,5410156250	0,5429687500	-0,0009879939	-0,0003183334	0,0003473968	0,0039062500
10	0,5410156250	0,5419921875	0,5429687500	-0,0003183334	0,0000150236	0,0003473968	0,0019531250
11	0,5410156250	0,5415039063	0,5419921875	-0,0003183334	-0,0001515320	0,0000150236	0,0009765625
12	0,5415039063	0,5417480469	0,5419921875	-0,0001515320	-0,0000682234	0,0000150236	0,0004882813
13	0,5417480469	0,5418701172	0,5419921875	-0,0000682234	-0,0000265922	0,0000150236	0,0002441406
14	0,5418701172	0,5419311523	0,5419921875	-0,0000265922	-0,0000057824	0,0000150236	0,0001220703
15	0,5419311523	0,5419616699	0,5419921875	-0,0000057824	0,0000046211	0,0000150236	0,0000610352
16	0,5419311523	0,5419464111	0,5419616699	-0,0000057824	-0,0000005805	0,0000046211	0,0000305176
17	0,5419464111	0,5419540405	0,5419616699	-0,0000005805	0,0000020203	0,0000046211	0,0000152588

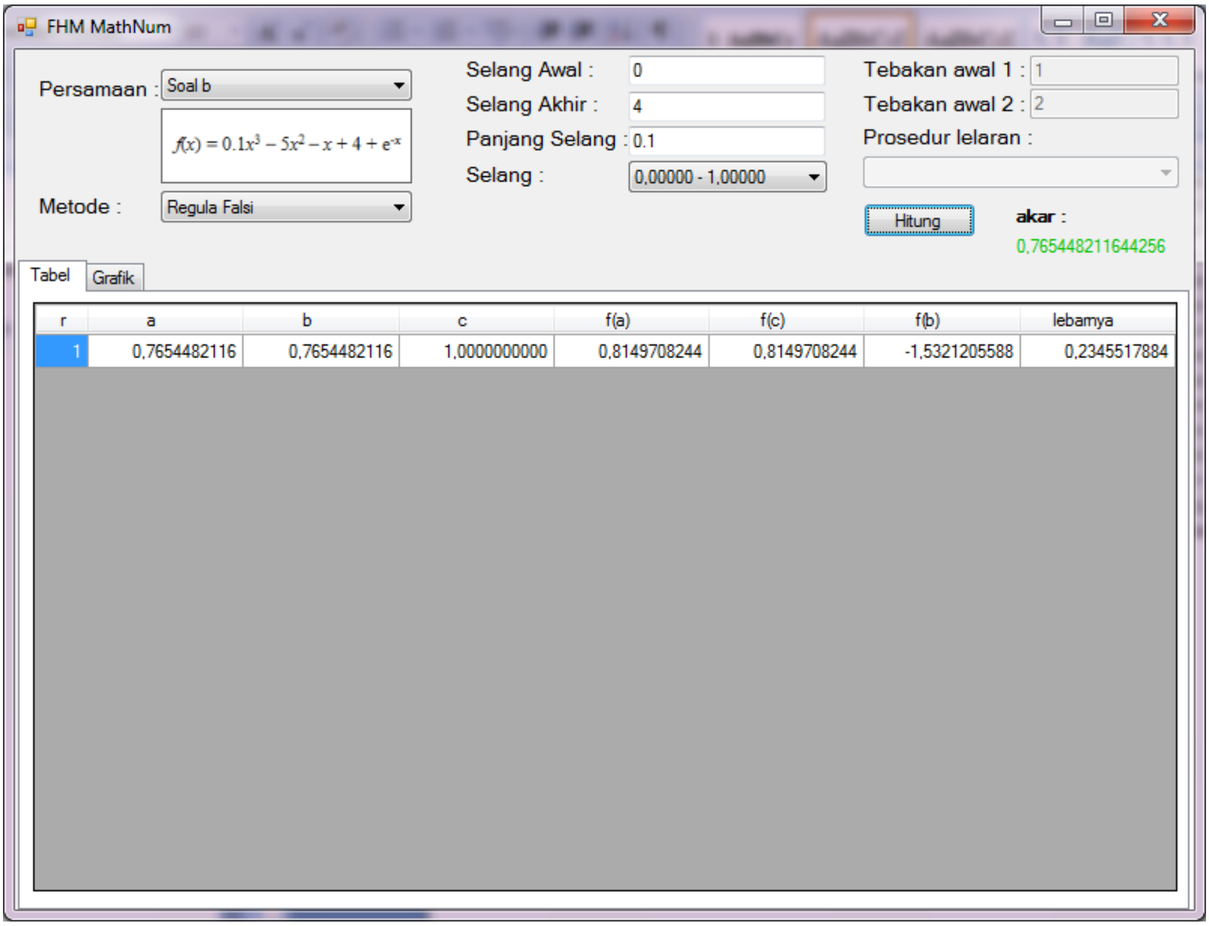

FHM MathNum
Persamaan :
Soal a
f(x) = sin(x) − 0.3e^x
Metode :
Regula Falsi
Selang Awal :
0
Selang Akhir :
4
Panjang Selang :
0.1
Selang :
0,00000 - 1,00000
Tebakan awal 1 :
1
Tebakan awal 2 :
2
Prosedur lelaran :
Hitung
akar :
0,920283688586831
Tabel
Grafik
r
a
b
c
f(a)
f(c)
f(b)
lebarnya
1
0,0000000000
0,9202836886
0,9202836886
-0,3000000000
0,0427727479
0,0427727479
0,9202836886

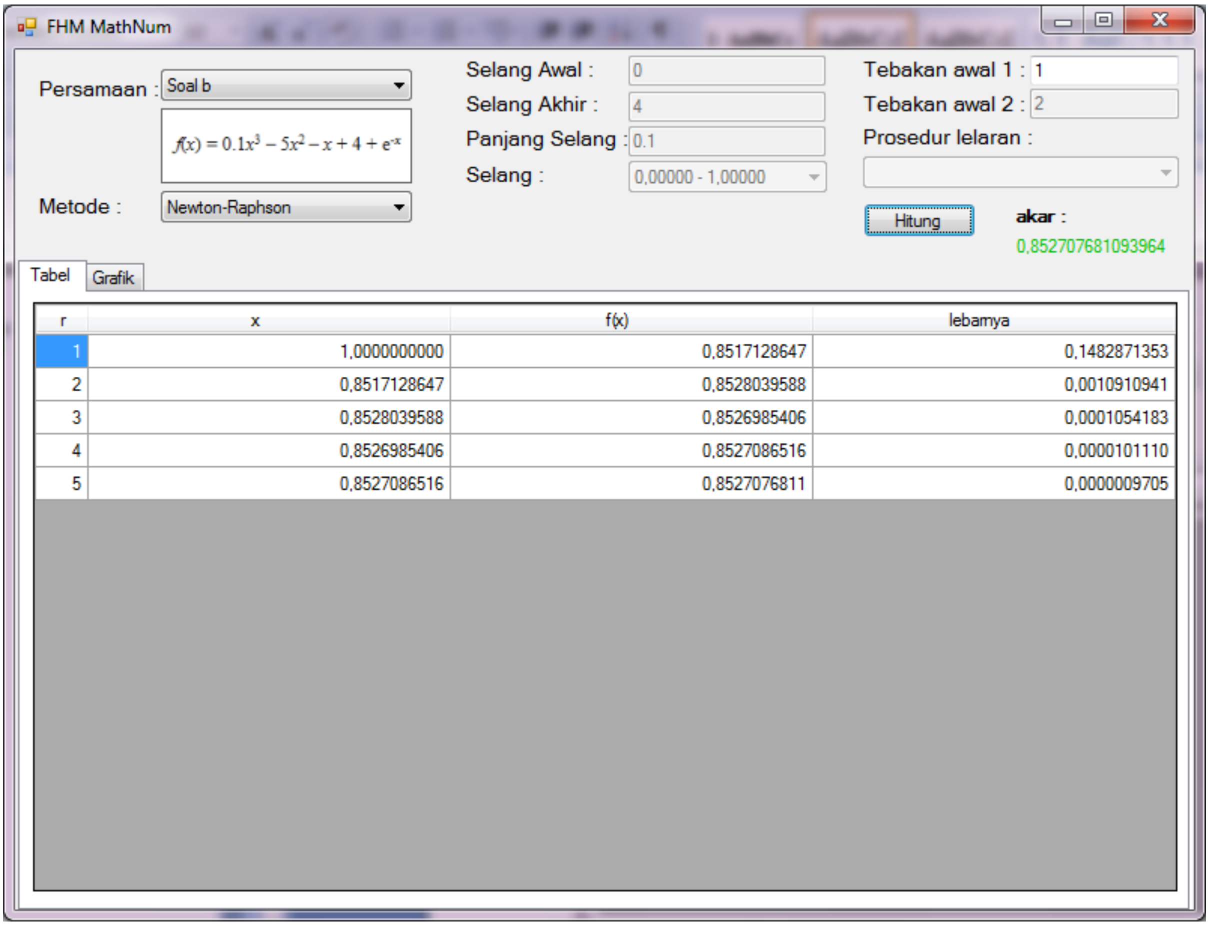

FHM MathNum
Persamaan :
Soal a
$f(x) = \sin(x) - 0.3e^x$
Metode :
Newton-Raphson
Selang Awal :
0
Selang Akhir :
4
Panjang Selang :
0.1
Selang :
0,00000 - 1,00000
Tebakan awal 1 :
1
Tebakan awal 2 :
2
Prosedur lelaran :
Hitung
akar :
1,07646403474463
Tabel
Grafik
r
x
f(x)
lebarnya
1 1,0000000000 1,0944335507 0,0944335507
2 1,0944335507 1,0771194369 0,0173141138
3 1,0771194369 1,0764649641 0,0006544728
4 1,0764649641 1,0764640347 0,0000009294

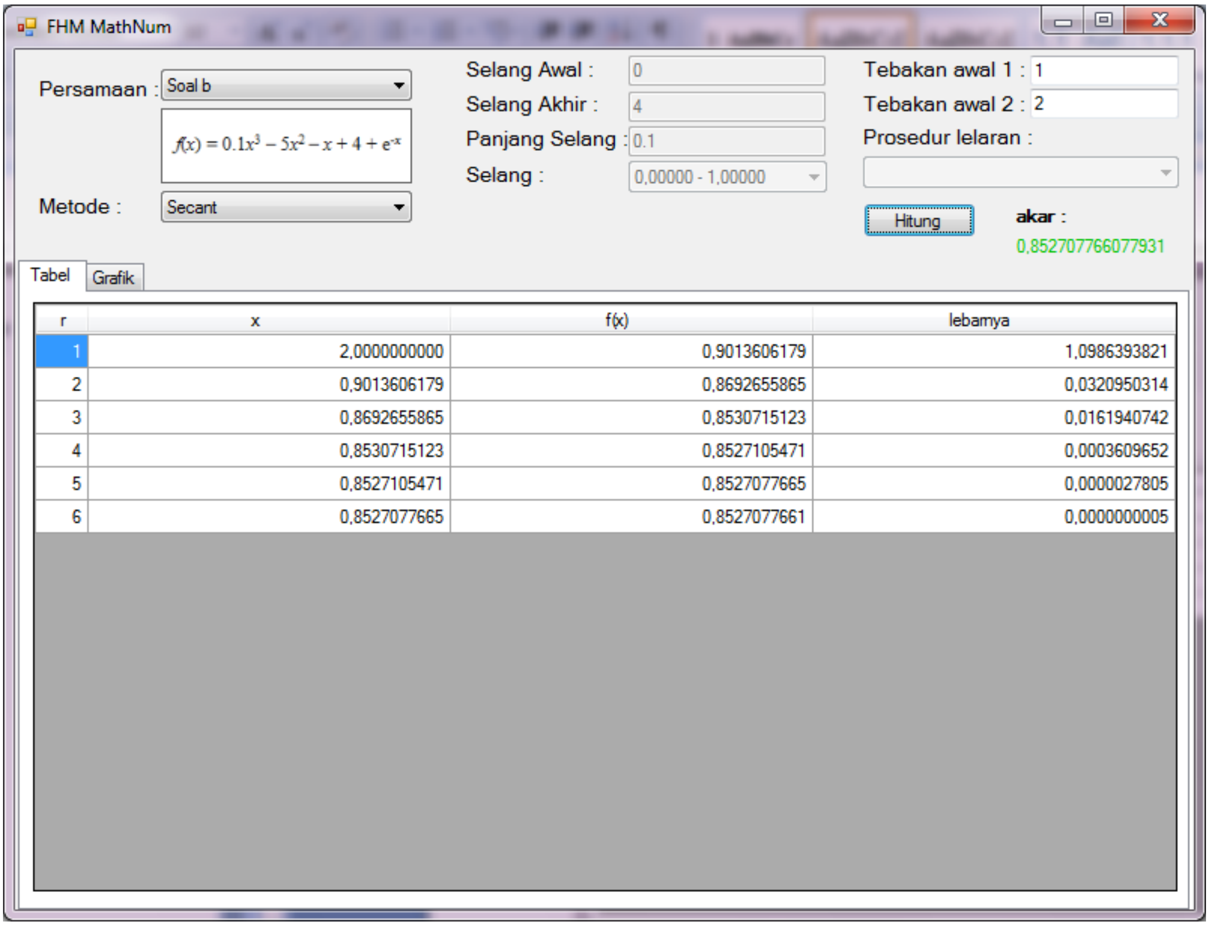

FHM MathNum
Persamaan : Soal a
$f(x) = \sin(x) - 0.3e^x$
Metode : Secant
Selang Awal : 0
Selang Akhir : 4
Panjang Selang : 0.1
Selang : 0,00000 - 1,00000
Tebakan awal 1 : 1
Tebakan awal 2 : 2
Prosedur lelaran :
Hitung
akar :
1,07646403474254
Tabel
Grafik
r x f(x) lebarnya
1 2,0000000000 1,0194887674 0,9805112326
2 1,0194887674 1,0344853602 0,0149965928
3 1,0344853602 1,0828683624 0,0483830022
4 1,0828683624 1,0758384860 0,0070298765
5 1,0758384860 1,0764554401 0,0006169542
6 1,0764554401 1,0764640464 0,0000086063
7 1,0764640464 1,0764640347 0,0000000117



r	a	c	b	f(a)	f(c)	f(b)	lebarnya
1	0,0000000000	0,5000000000	1,0000000000	5,0000000000	2,8690306597	-1,5321205588	1,0000000000
2	0,5000000000	0,7500000000	1,0000000000	2,8690306597	0,9520540527	-1,5321205588	0,5000000000
3	0,7500000000	0,8750000000	1,0000000000	0,9520540527	-0,2192707928	-1,5321205588	0,2500000000
4	0,7500000000	0,8125000000	0,8750000000	0,9520540527	0,3841037554	-0,2192707928	0,1250000000
5	0,8125000000	0,8437500000	0,8750000000	0,3841037554	0,0868420772	-0,2192707928	0,0625000000
6	0,8437500000	0,8593750000	0,8750000000	0,0868420772	-0,0651082861	-0,2192707928	0,0312500000
7	0,8437500000	0,8515625000	0,8593750000	0,0868420772	0,0111434554	-0,0651082861	0,0156250000
8	0,8515625000	0,8554687500	0,8593750000	0,0111434554	-0,0269132806	-0,0651082861	0,0078125000
9	0,8515625000	0,8535156250	0,8554687500	0,0111434554	-0,0078676283	-0,0269132806	0,0039062500
10	0,8515625000	0,8525390625	0,8535156250	0,0111434554	0,0016422347	-0,0078676283	0,0019531250
11	0,8525390625	0,8530273438	0,8535156250	0,0016422347	-0,0031116165	-0,0078676283	0,0009765625
12	0,8525390625	0,8527832031	0,8530273438	0,0016422347	-0,0007344208	-0,0031116165	0,0004882813
13	0,8525390625	0,8526611328	0,8527832031	0,0016422347	0,0004539745	-0,0007344208	0,0002441406
14	0,8526611328	0,8527221680	0,8527832031	0,0004539745	-0,0001402063	-0,0007344208	0,0001220703
15	0,8526611328	0,8526916504	0,8527221680	0,0004539745	0,0001568883	-0,0001402063	0,0000610352
16	0,8526916504	0,8527069092	0,8527221680	0,0001568883	0,0000083421	-0,0001402063	0,0000305176
17	0,8527069092	0,8527145386	0,8527221680	0,0000083421	-0,0000659318	-0,0001402063	0,0000152588


FHM MathNum
Persamaan :
Soal b
f(x) = 0.1x³ − 5x² − x + 4 + e⁻ˣ
Metode :
Regula Falsi
Selang Awal :
0
Selang Akhir :
4
Panjang Selang :
0.1
Selang :
0,00000 - 1,00000
Tebakan awal 1 :
1
Tebakan awal 2 :
2
Prosedur lelaran :
Hitung
akar :
0,765448211644256
Tabel
Grafik
r
a
b
c
f(a)
f(c)
f(b)
lebarnya
1
0,7654482116
0,7654482116
1,0000000000
0,8149708244
0,8149708244
-1,5321205588
0,2345517884


FHM MathNum
Persamaan :
Soal b
$f(x) = 0.1x^3 - 5x^2 - x + 4 + e^{-x}$
Metode :
Newton-Raphson
Selang Awal :
0
Selang Akhir :
4
Panjang Selang :
0.1
Selang :
0,00000 - 1,00000
Tebakan awal 1 :
1
Tebakan awal 2 :
2
Prosedur lelaran :
Hitung
akar :
0,852707681093964
Tabel
Grafik
r x f(x) lebarnya
1 1,0000000000 0,8517128647 0,1482871353
2 0,8517128647 0,8528039588 0,0010910941
3 0,8528039588 0,8526985406 0,0001054183
4 0,8526985406 0,8527086516 0,0000101110
5 0,8527086516 0,8527076811 0,0000009705



r	x	f(x)	lebarnya
1	2,0000000000	0,9013606179	1,0986393821
2	0,9013606179	0,8692655865	0,0320950314
3	0,8692655865	0,8530715123	0,0161940742
4	0,8530715123	0,8527105471	0,0003609652
5	0,8527105471	0,8527077665	0,0000027805
6	0,8527077665	0,8527077661	0,0000000005