

# Control Flow Graph (CFG)

Граф потока управления

Синявин А.В.

# Понятие CFG

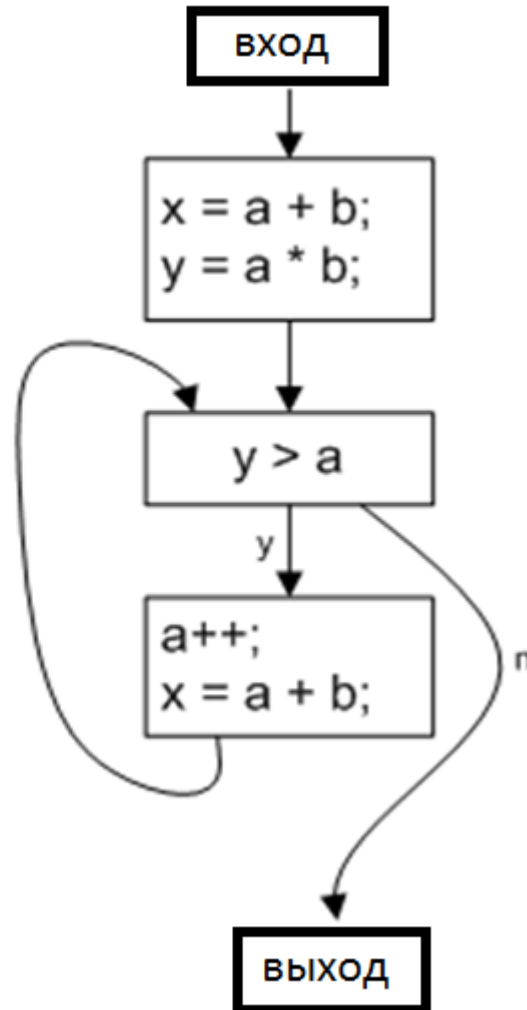
Def: **Базовый блок** - максимальные последовательности кода, обладающие следующими св-ми:

- поток управления может входить только через первую команду
- управление покидает блок без останова или ветвления, за исключением, быть может последней команды

Def: **Граф потока управления (CFG)** – ориентированный граф. Базовые блоки – вершины графа. Дуги показывают возможные передачи управления. Задана одна входная вершина. Задано мн-во выходных вершин.

# Понятие CFG

```
x = a + b;  
y = a * b;  
while( y > a )  
{  
    a++;  
    x = a + b;  
}
```



# Обозначения для CFG

id	значение
class vertex	вершина графа
class edge	дуга графа
edge.v1	начальная вершина графа
edge.v2	конечная вершина графа
Succ(v), v – объект vertex	набор вершин преемников
Pred(v), v – объект vertex	набор вершин предшественников
InEdge(v), v – объект vertex	набор входящих дуг
OutEdge(v), v – объект vertex	набор исходящих дуг
AllVert(g), g – CFG – граф	набор всех вершин
AllEdge(g), g – CFG – граф	набор всех дуг
g.entry	входящая вершина графа

# Порядки вершин при DFS

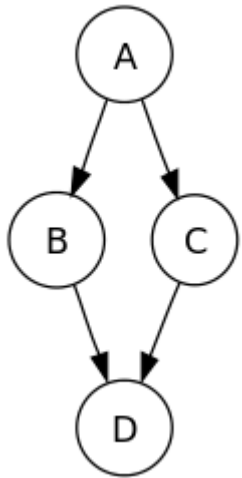
## пример

DFS: A B D B A C A

Preorder: A B D C

Postorder: D B C A

Reverse postorder: A C B D



# Классификация дуг в CFG

Алгоритм: построение глубинного остовного дерева и упорядочение графа в глубину

Вход: g CFG граф

Выход:

- дуги остовного дерева
- распределение дуг по классам
- NPre (preorder number)
- NPost (postorder number)
- NRPost (reverse postorder number)

```
map<vertex, int> NPre;
```

```
map<vertex, int> NPost;
```

```
map<vertex, int> NRPost;
```

```
int N = 0, K=0;
```

```
int M = AllVert(g).get_num();
```

```
“элементы NPre, NPost, NRPost обнулены для всех вершин”;
```

```
search(g.entry);
```

```
/* продолжение на следующем слайде */
```

```
void search(vertex v)
```

```
{
```

```
    N++;
```

```
    NPre[v] = N;
```

```
    foreach(edge e in OutEdge(v))
```

```
    {
```

```
        if ( NPre[e.v2] == 0 )
```

```
        {
```

```
            search(e.v2);
```

```
            /* e принадлежит глубинному остовному дереву (1) */
```

```
        }
```

```
        else if ( NPre[v] < NPre[e.v2] )
```

```
            /* advancing (наступающие) e (2) */
```

```
        else if ( NRPost[e.v2] == 0 )
```

```
            /* retreating (отступающие) e (3) */
```

```
        else /* cross e (4) */
```

```
    }
```

```
    NRPost[v] = M;
```

```
    M--;
```

```
    K ++;
```

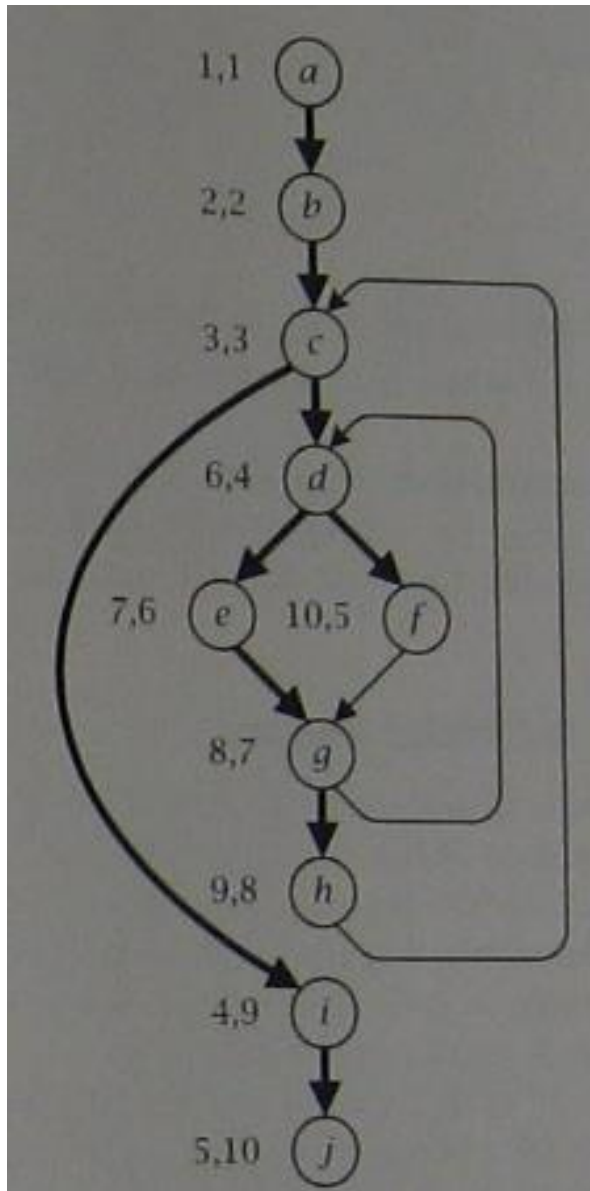
```
    NPost[v] = K;
```

```
}
```

В “Ахо – Ульмане” классы дуг 1 и 2  
объединены

дуги, которые идут от узла m к  
предшественнику узла m в  
дереве (возможно, к самому  
узлу m )

# Классификация дуг (пример)



Жирные дуги – глубинное  
остовное дерево

Для каждой вершины первое  
число NPre, второе - NRPost

$g \rightarrow d$ ,  $h \rightarrow c$  - retreating дуги

$f \rightarrow g$  – cross дуга



# Доминаторы

Пусть дан некоторый CFG-граф.  $E$  – входная вершина.  $X, Y$  – некоторые вершины.

Def: Отношение доминирования (нестрого).

$X \text{ dom } Y \iff$  все пути от  $E$  до  $Y$  обязательно проходят через  $X$ .

Замечание:  $\forall X$  справедливо  $X \text{ dom } X$

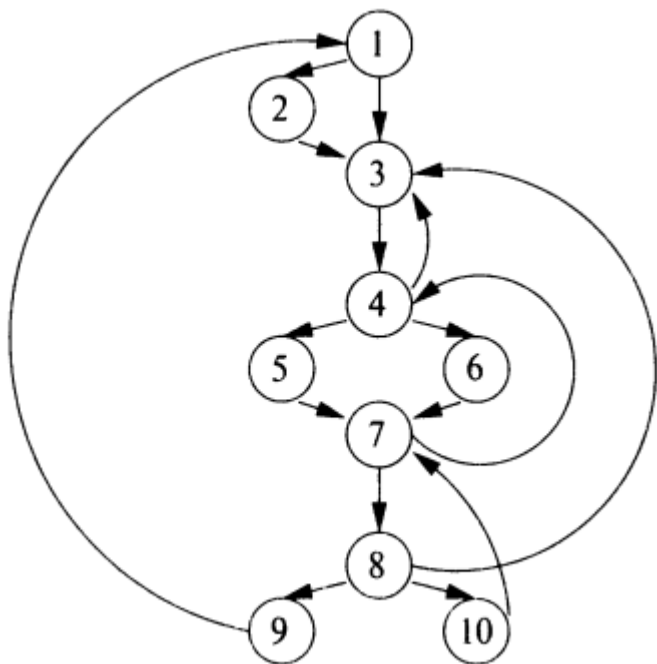
Def: Отношение непосредственного доминирования.

$X \text{ idom } Y \iff X \neq Y$  и  $X \text{ dom } Y$  и  $\nexists C \mid C \neq X$  и  $C \neq Y$  и  $X \text{ dom } C$  и  $C \text{ dom } Y$

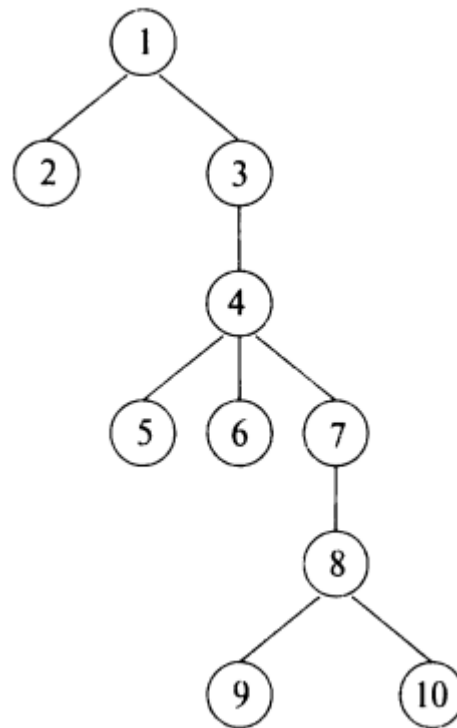
# Доминаторы

Символ	Значение
$X \text{ dom } Y$	$X$ нестрого доминирует над $Y$
$X \text{ sdom } Y$	$X$ строго доминирует над $Y$ . $X \text{ dom } Y$ и $X \neq Y$
$X \text{ idom } Y$	$X$ непосредственно доминирует над $Y$ .
$\neg X \text{ dom } Y$	Отрицание $X \text{ dom } Y$
$\neg X \text{ sdom } Y$	Отрицание $X \text{ sdom } Y$
$\neg X \text{ idom } Y$	Отрицание $X \text{ idom } Y$
$\text{idom}(Y)$	$\text{idom}(Y) \quad \text{idom } Y \equiv \text{true}$

# Доминаторы



Исходный CFG



Дерево доминаторов

# Постдоминаторы

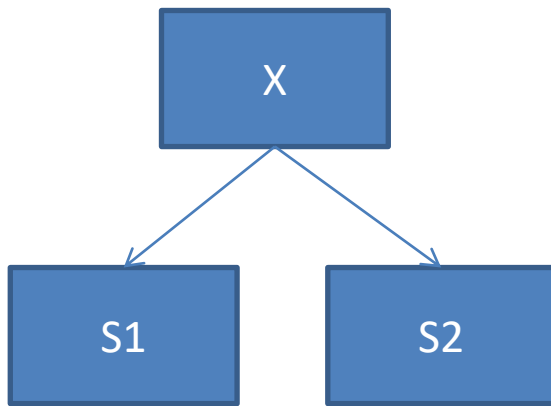
Пусть дан некоторый CFG-граф.  $O$  – выходная вершина.  $X, Y$  – некоторые вершины.

Def: Отношение постдоминирования (нестрого).

$X \text{ pdom } Y \iff$  все пути от  $Y$  до  $O$  обязательно проходят через  $X$ .

Замечание: понятия  $\text{spdom}$ ,  $\text{ipdom}$ , постдоминаторного дерева формулируются аналогично на базе  $\text{pdom}$

# Зависимость ББ по управлению



Def: Y зависит от X по управлению

$\Leftrightarrow$

...



- $\exists S \in \text{succ}(X) \mid Y \text{ pdom } S$  и
- $\exists S \in \text{succ}(X) \mid Y \text{ pdom } S$

# Обратные рёбра и приводимость

Def: Обратное ребро (back edge) называется ребро  $a \rightarrow b$ , у которого  $b \text{ dom } a$

Утв. Каждое обратное ребро является отступающим.

◁ Пусть  $a \rightarrow b$  – обратное ребро  $\Rightarrow b \text{ dom } a$

последовательность рекурсивных вызовов search, приводящая к узлу  $a$ , соответствует некоторому пути в графе. Этот путь должен содержать  $b$ .

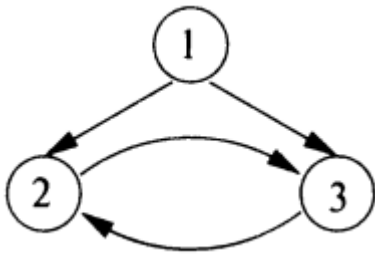
$\Rightarrow$

вызов **search(b)** должен быть открыт, когда вызывается **search(a)**, **NRPost[b] = 0** ( $b$  находится в стеке), т.е.  $a \rightarrow b$  – отступающее ребро

▷

# Обратные рёбра и приводимость

Не всякое отступающее ребро является обратным.



~~2 dom 3~~

~~3 dom 2~~

Если из `search(1)` первым будет вызван `search(2)`, то `3 -> 2` отступающее ребро (но не обратное)

Если из `search(1)` первым будет вызван `search(3)`, то `2 -> 3` отступающее ребро (но не обратное)

# Обратные рёбра и приводимость

Def: CFG – приводимый граф, если  $\nexists$  отступающего ребра, которое не является обратным.

Все CFG, которые получаются при помощи

- **if then / if then else / switch**
- **for / while / do while**
- **continue / break**

являются приводимыми

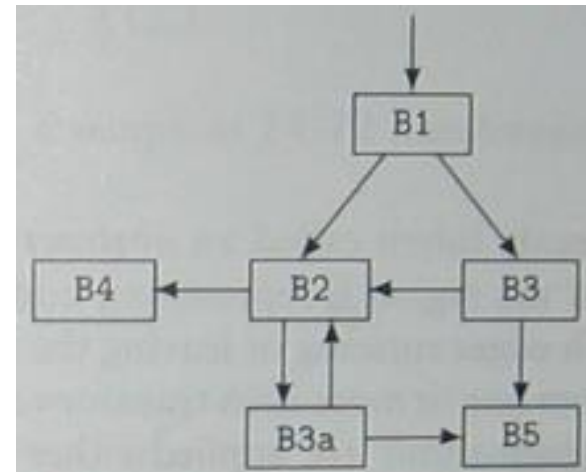
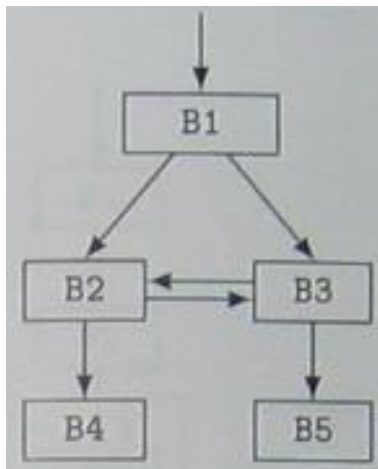
Неприводимым CFG может получиться при помощи **goto**

Т.о., случай неприводимого CFG довольно редкий



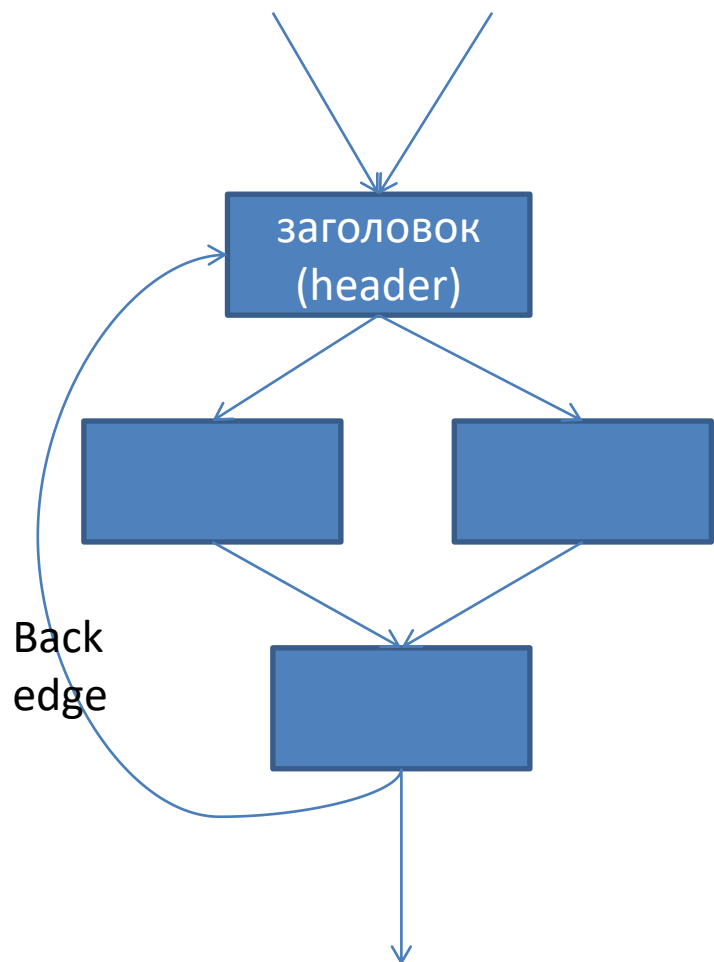
# Обратные рёбра и приводимость

Неприводимые CFG можно  
трансформировать к приводимым



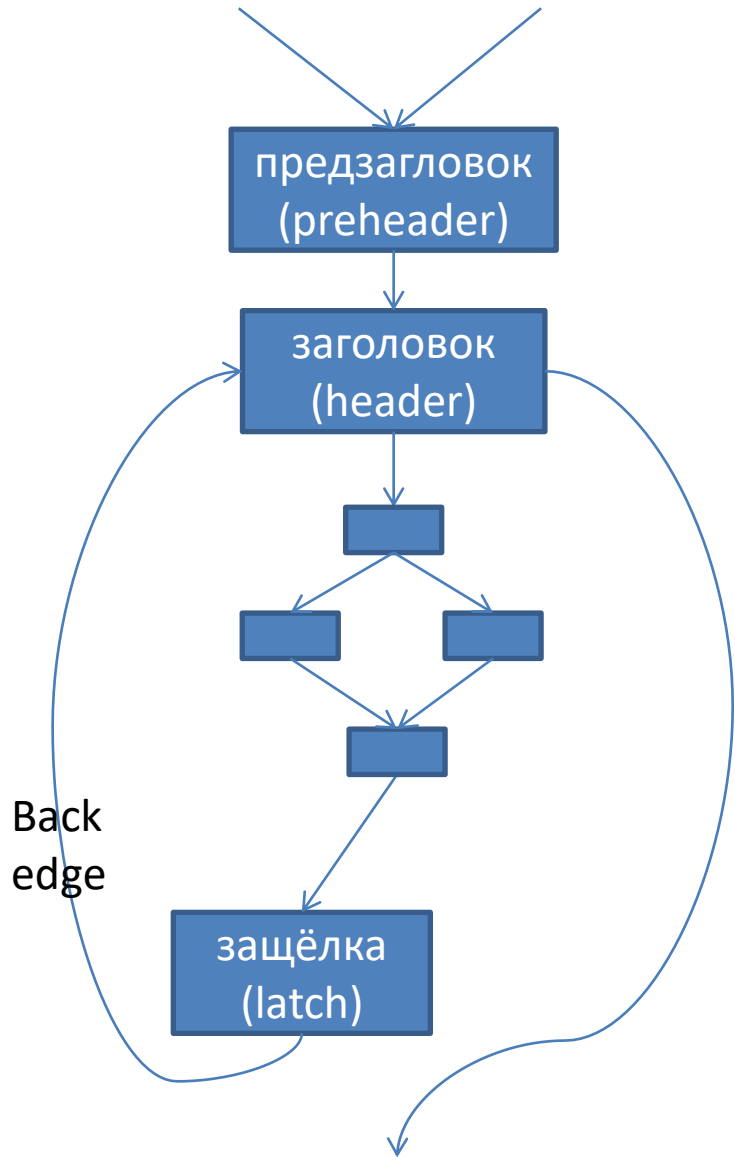
Э алгоритмы, которые преобразуют неприводимые графы к  
приводимым

# Естественные циклы



- 1) Заголовок – единственный входной узел. Заголовок доминирует над всеми узлами цикла.
- 2) Обратное ребро ведёт в заголовок

# Канонический вид циклов



Часто циклы приводятся к некоторому единому виду, чтобы все фазы могли единообразно с ними работать.

Два дополнительных пустых ББ

- preheader
- latch

# Выявление естественных циклов

Алгоритм: построение естественного цикла для обратной дуги

Вход:  $g$  CFG граф и back edge  $n \rightarrow d$

Выход: мн-во ББ  $L$ , которые входят в цикл

Метод:

“ $L = \{n, d\}$ ”;

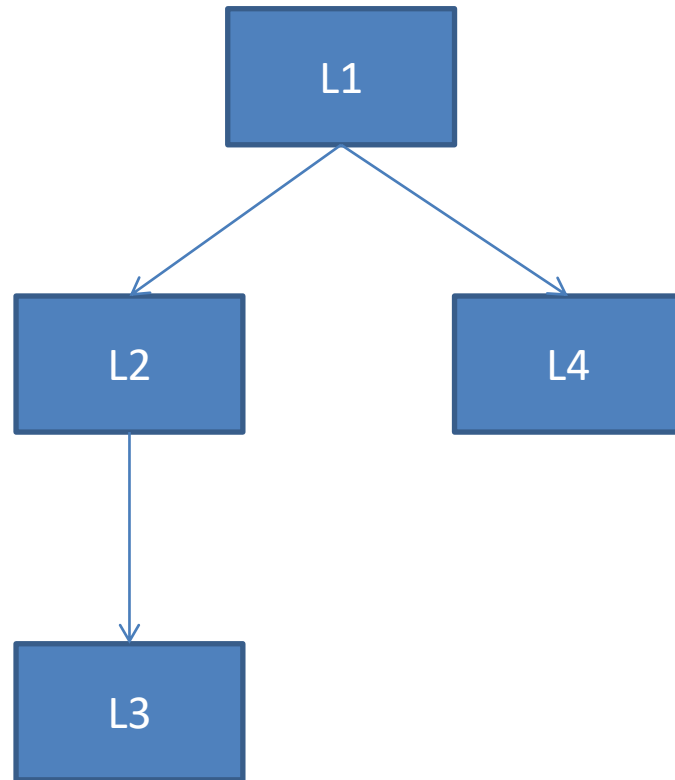
“позначим  $d$  как посещённый”;

“выполним DFS против направления рёбер, начиная с  $n$ ”;

“внесём все посещённые узлы в  $L$ ”;

# Дерево циклов

```
for (...) // L1
{
  for(...) // L2
  {
    for(...) // L3
    {
      ...
    }
  }
  for(...) // L4
  {
    ...
  }
}
```



# Control Flow Analysis (CFA)

- Выявление обратных рёбер (back edge) и циклов
- Вычисление доминаторов и постдоминаторов
- Вычисление зависимостей ББ по управлению
- Построение дерева циклов
- T1 – T2 анализ
- Структурный CFA

# T1 – T2 анализ

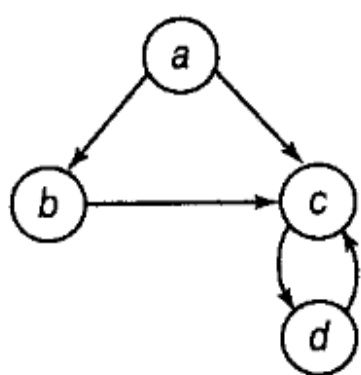
Преобразование T1:

Удалить дуги вида  $n \rightarrow n$

Преобразование T2:

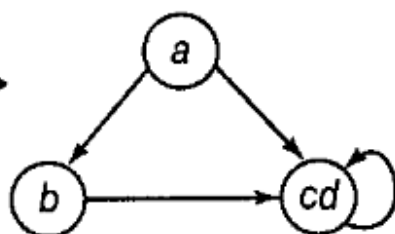
Если  $\exists$  (не входной) узел  $n$ , имеющий единственного предшественника  $m$ , то  $m$  может поглотить  $n$ , удаляя его и делая всех преемников  $n$  (включая, возможно,  $m$ ) преемниками  $m$

# T1 – T2 анализ



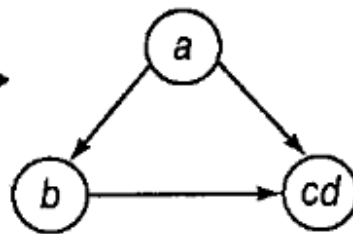
a)

$\Rightarrow_{T_2}$



б)

$\Rightarrow_{T_1}$



в)

$\Rightarrow_{T_2}$



г)

$\Rightarrow_{T_2}$



д)



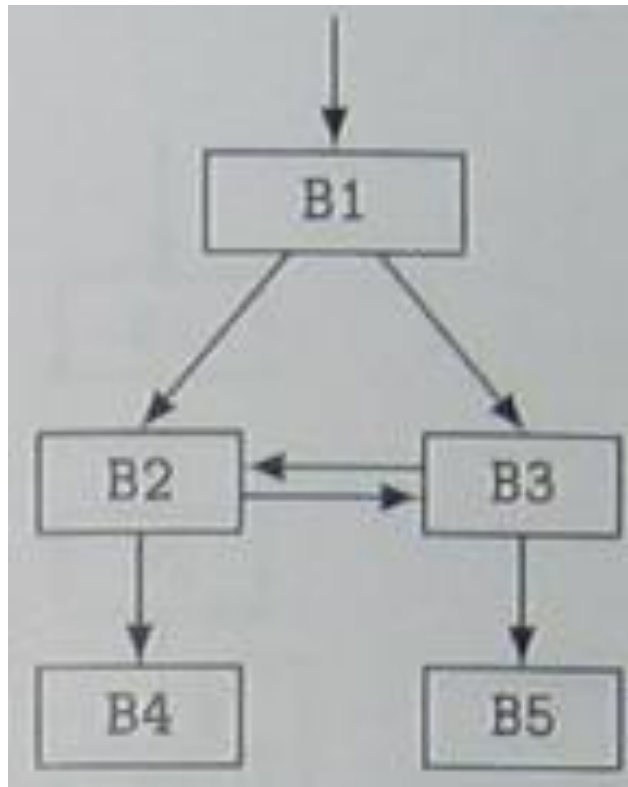
# T1 – T2 анализ

Св-ва преобразований T1/T2:

- Граф потока, полученный исчерпывающим применением T1/T2 к исходному CFG, даёт некий предельный граф G
- предельный граф G не зависит от порядка применения преобразований

# T1 – T2 анализ

Вопрос: как будет вести себя алгоритм T1/T2 на неприводимых графах?



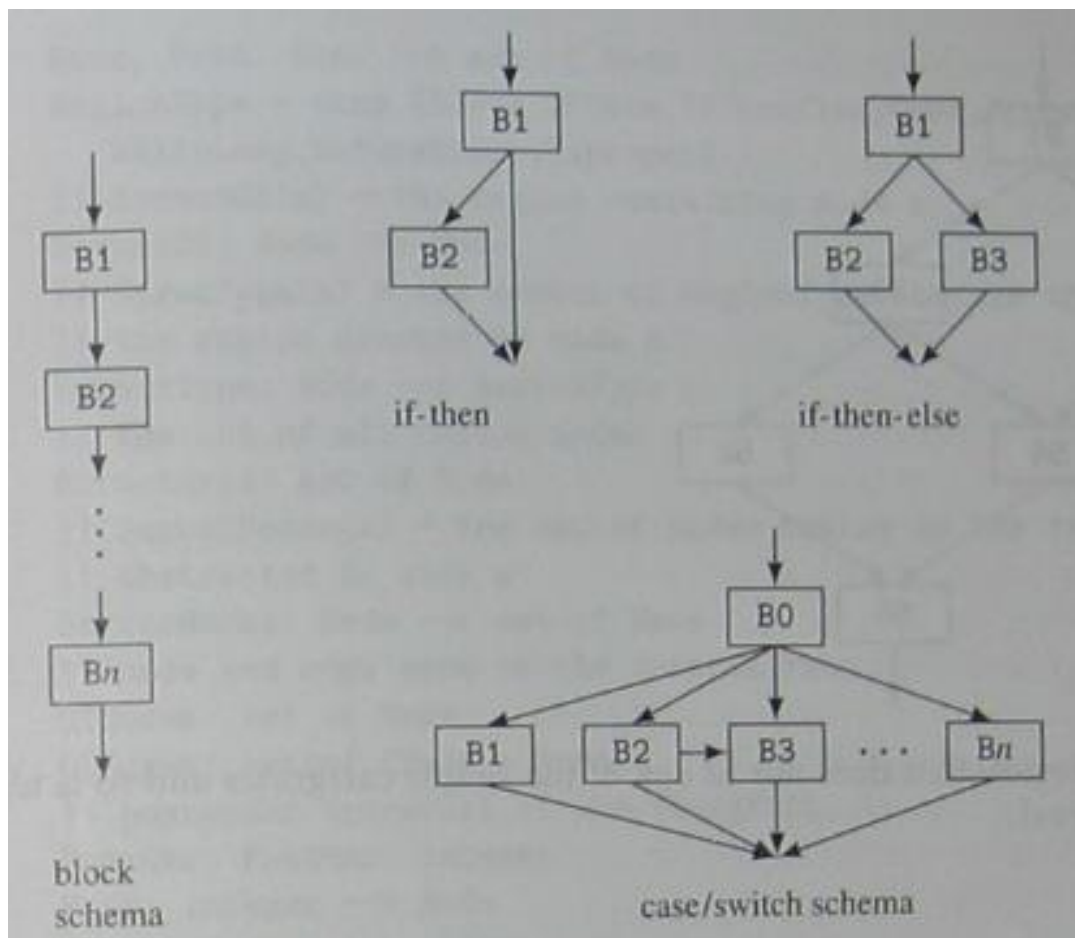
# T1 – T2 анализ

Def: Граф является приводимым

$\Leftrightarrow$

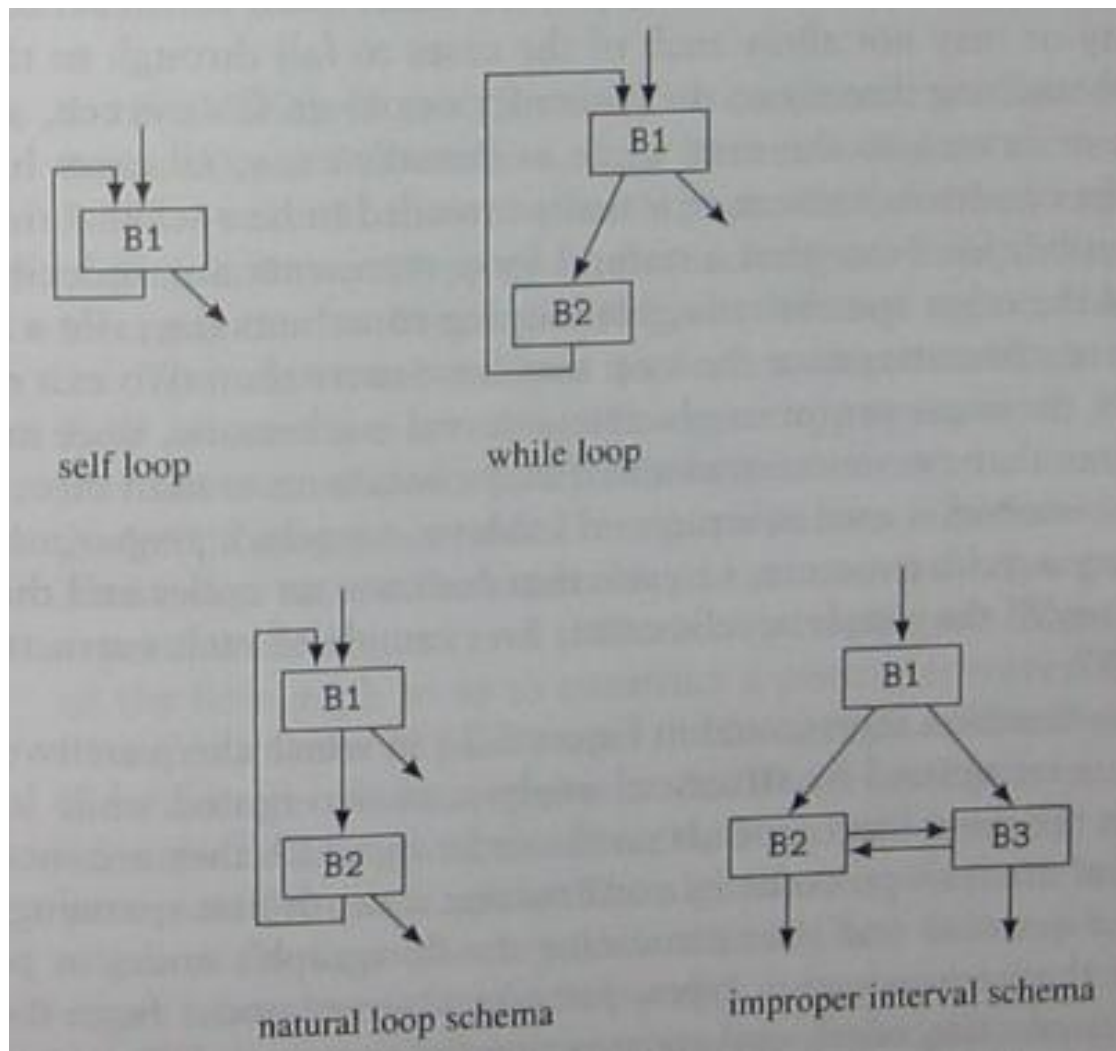
его предельный граф представляет собой одну вершину

# Структурный СФА



Ациклические  
типы регионов

# Структурный СФА

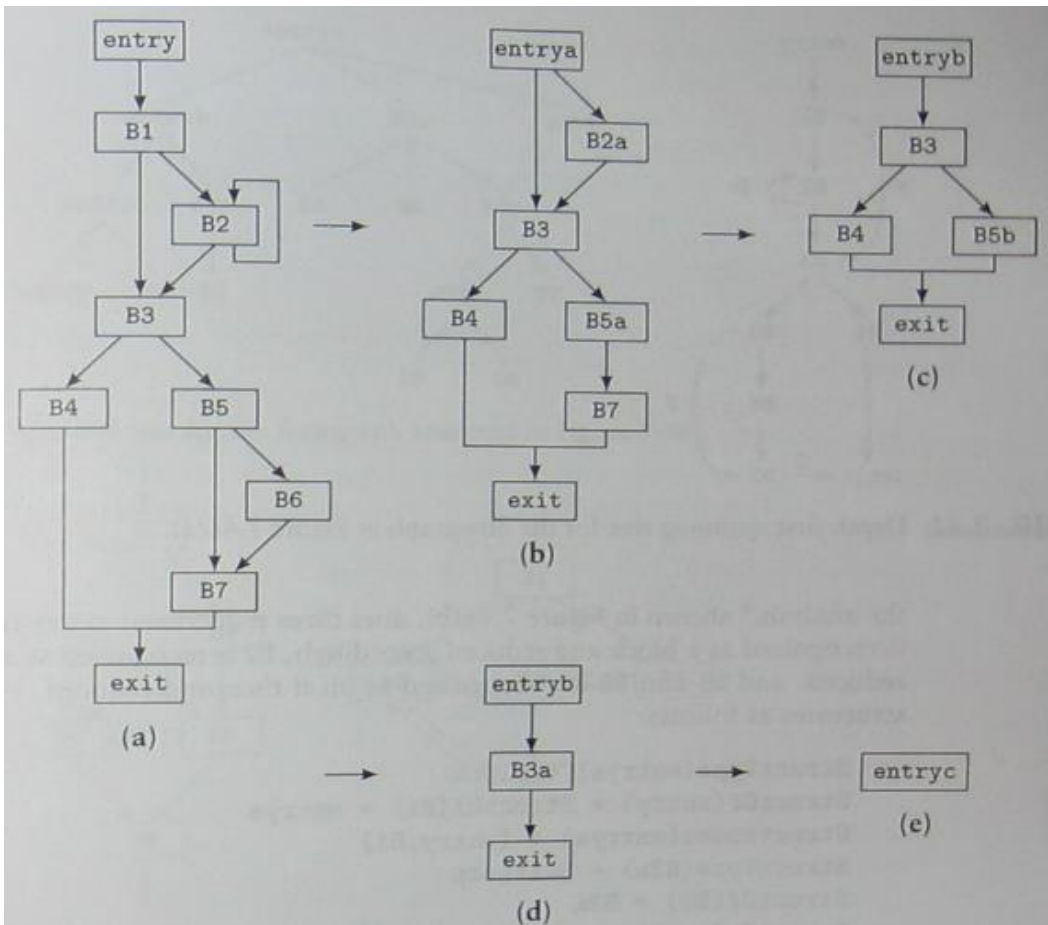
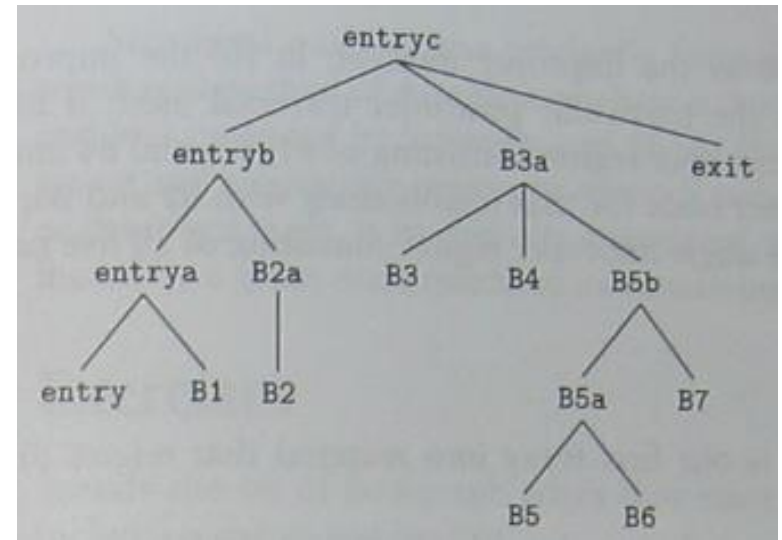


Циклические  
типы регионов

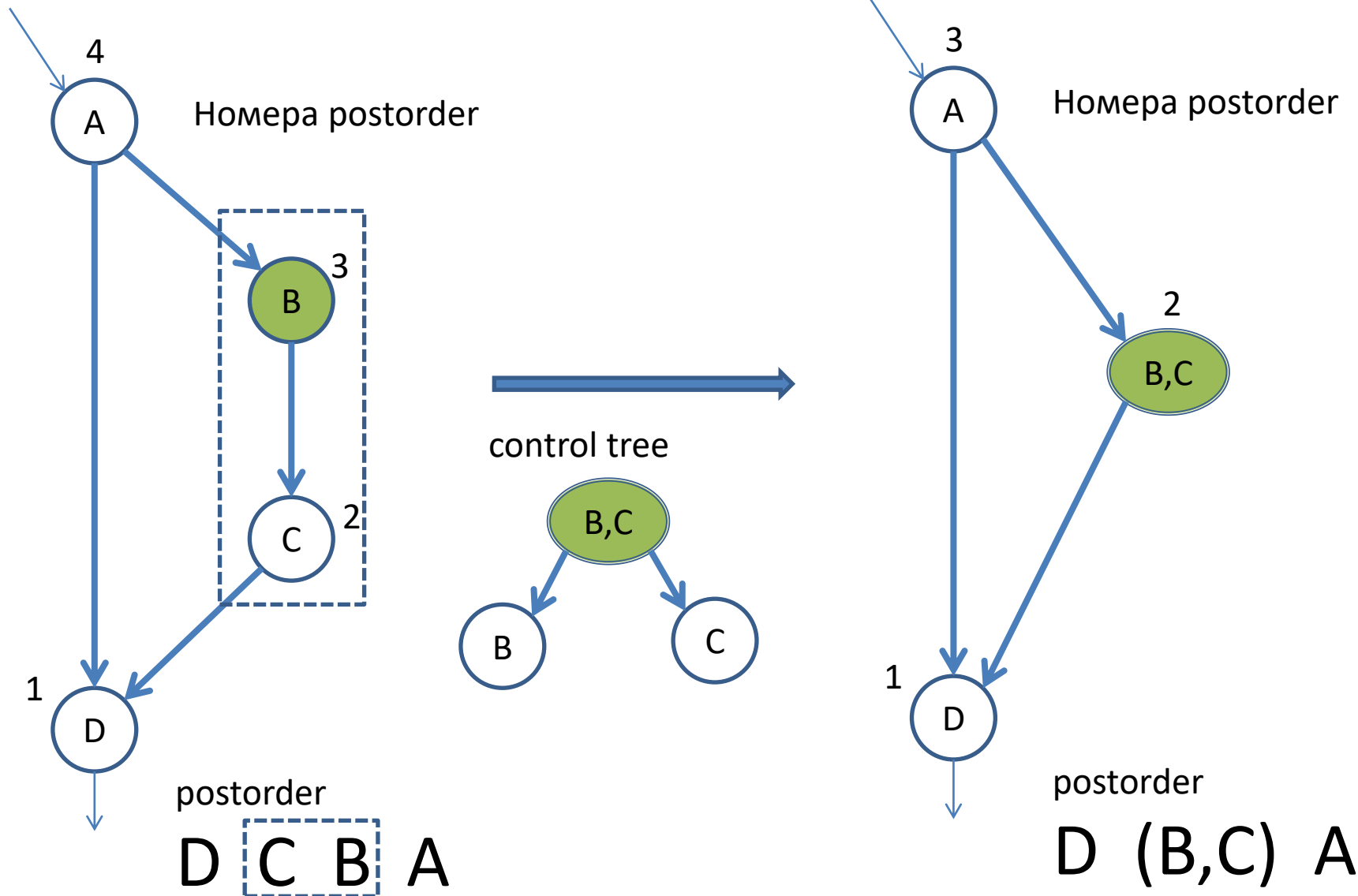
# Структурный СФА

## Этапы анализа

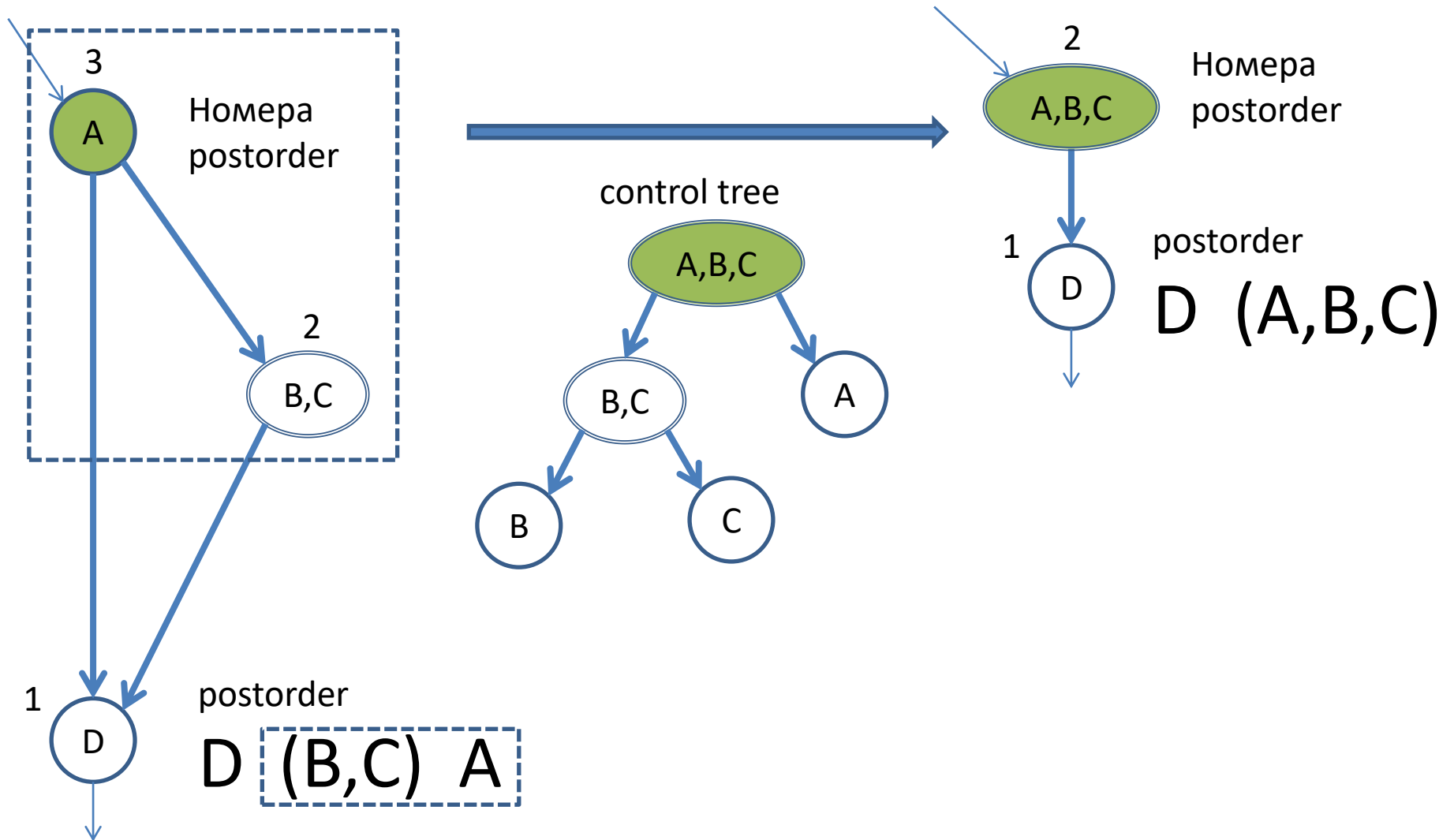
Control tree, который  
соответствует этим  
этапам



# Структурный CFA

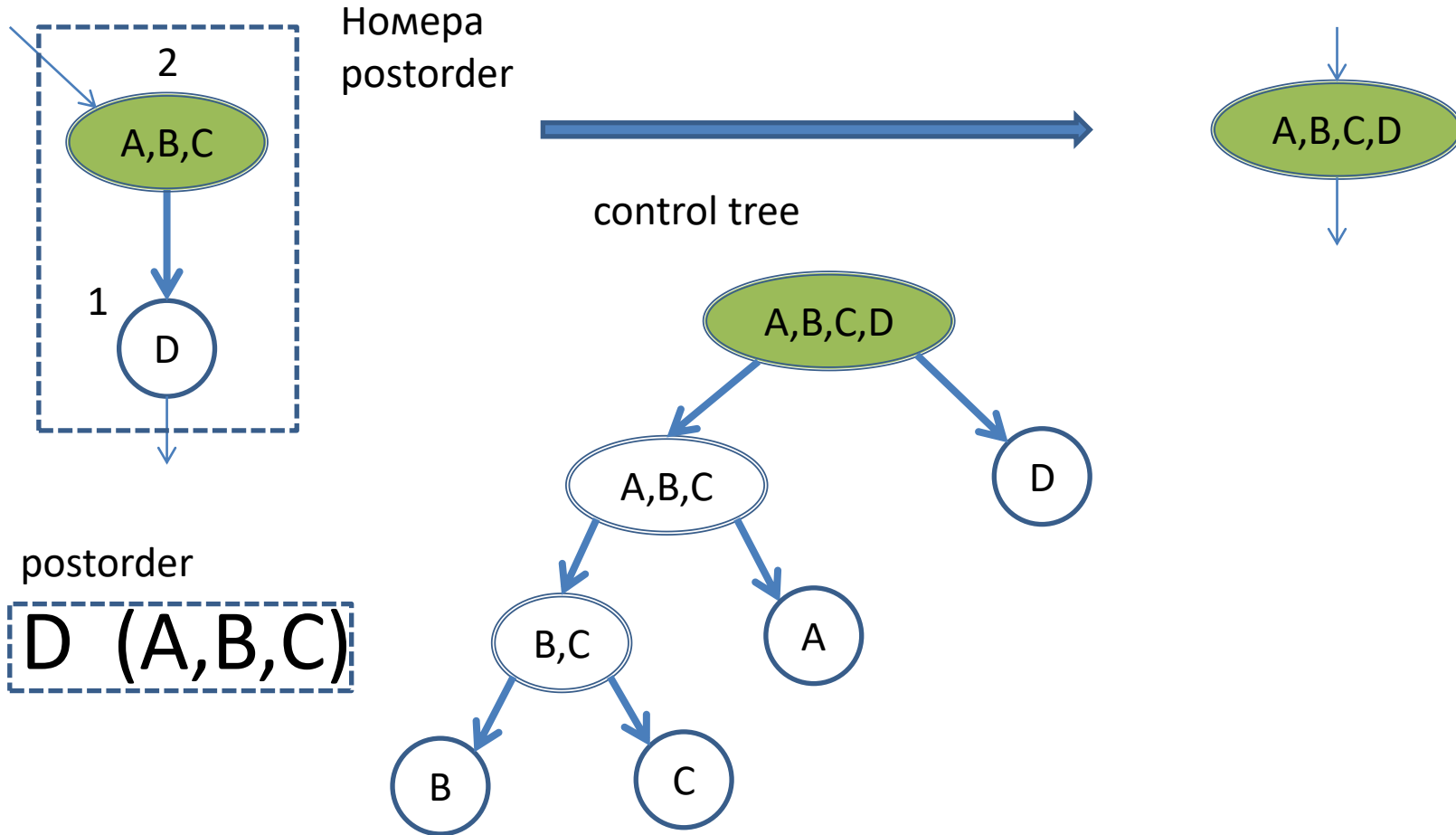


# Структурный СФА

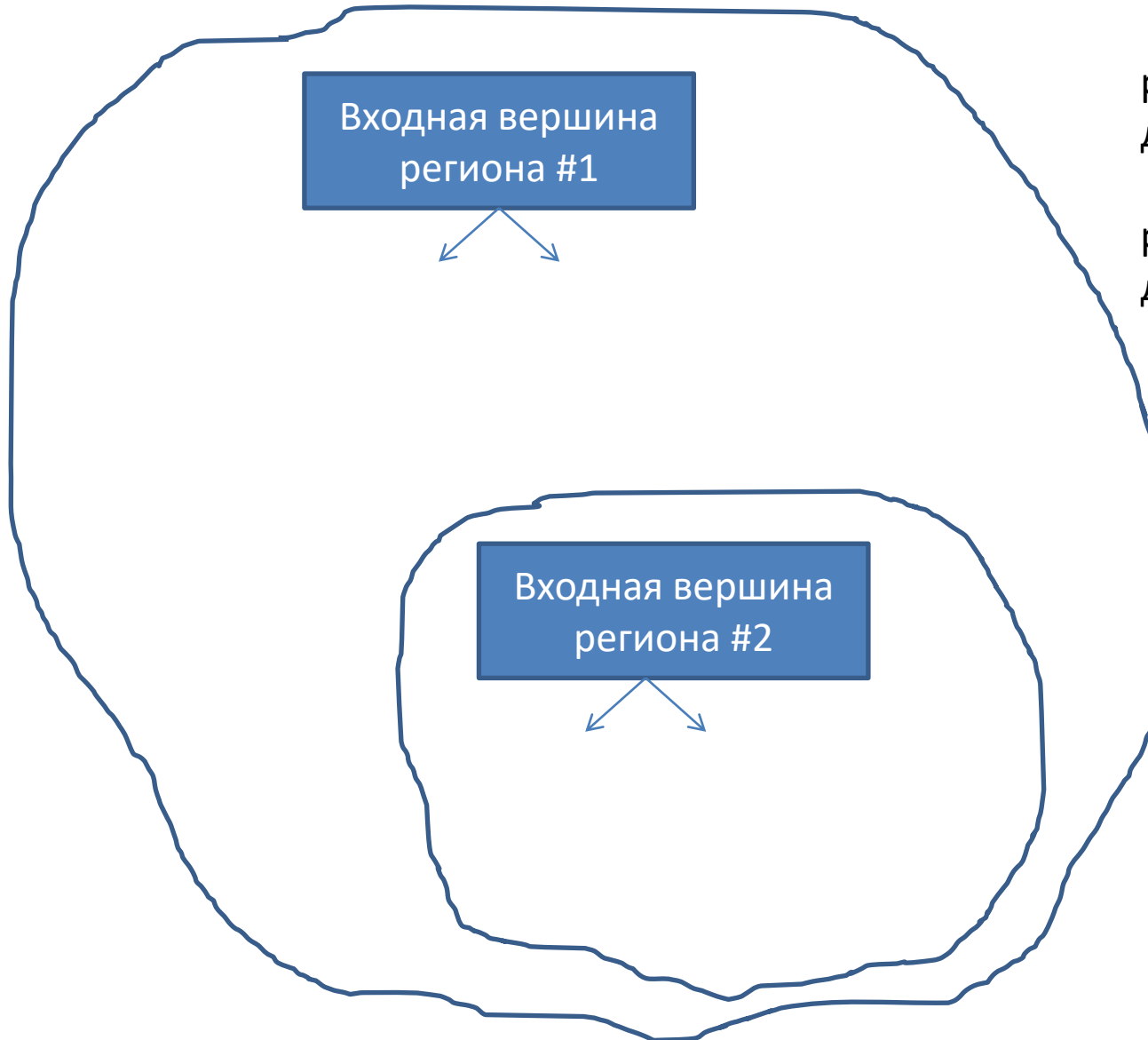




# Структурный СФА



# Структурный СФА



post order номер  
для #1

>

post order номер  
для #2

# Структурный CFA

- Входной узел региона доминирует над всеми узлами этого региона
- Входной узел имеет максимальный номер post order среди всех узлов, которые входят в этот регион

Алгоритм: структурный CFA

Вход: g CFG граф

Выход: с СТ дерево

```
Vertex Post[ ];  
set<Vertex> Visit;  
int PostMax;  
Vertex n, p;  
set<Vertex> NodeSet;
```

```
set<CtVertex> ctNodes;  
set<CtEdge> ctEdge;
```

```
enum ERegionType  
{  
    UNKNOWN_REGION,  
    BLOCK,  
    IF_THEN_ELSE,  
    SELF_LOOP,  
    WHILE_LOOP,  
    NATURAL_LOOP  
};
```

```
void DFS_Postorder(Vertex v);
```

Для простоты мы опустим  
регионы типа **if/then**,  
**case/switch**, **неприводимые**  
**циклы**.

Будем считать, что их нет в CFG

```
do  
{  
    PostMax = 0;  
    PostCtr = 0;  
    Post.clear();  
    Visit.clear();  
    DFS_Postorder(g.entry);  
    INTERNAL_LOOP; // macros  
}  
while( AllVert(g).count() != 1 );
```

```
#define INTERNAL_LOOP
```

```
while(AllVert(g).count() > 1 && PostCtr <= PostMax) :
```

```
    n = Post[PostCtr];
```

```
    rtype = Acyclic_Region_Type(n, NodeSet);
```

```
    if ( rtype != ERegionType.UNKNOWN_REGION ) :
```

```
        p = Reduce(rtype, NodeSet);
```

```
        if ( NodeSet.In(g.entry) ):
```

```
            g.entry = p;
```

```
    else:
```

```
        ReachUnder = GetReachUnder(g, n);
```

```
        rtype = Cyclic_Region_Type(n, NodeSet);
```

```
        if ( rtype != ERegionType.UNKNOWN_REGION ) :
```

```
            p = Reduce(rtype, ReachUnder);
```

```
            if (ReachUnder.In(g.entry) )
```

```
                g.entry = p;
```

```
    else
```

```
        PostCtr ++;
```

**void** DFS\_Postorder(Vertex v) // вычисление PostOrder DFS

```
{  
    Visit += v;  
    foreach(Vertex y in Succ(v))  
    {  
        if ( !Visit.In(v) )  
            DFS_Postorder(v);  
    }  
    PostMax ++;  
    Post[PostMax-1] = v;  
}
```

set<Vertex> GetReachUnder(CFG g, Vertex n)

```
{  
    set<Vertex> res;  
    res += n;  
    for (Vertex v in AllVertex(g))  
        if (Path_Back(v, n))  
            res += m;  
    return res;  
}
```

Path\_Back(v, n) возвращает True,  $\exists$   
вершина k |

-  $\exists$  путь (возможно пустой) от v  
до k, который не проходит через n  
- k  $\rightarrow$  n – обратная дуга

```
ERegionType Acyclic_Region_Type(Vertex node, set<Vertex> nset)
{
    Vertex m, n;
    bool p, s;
    nset.clear();

    // тип региона BLOCK
    RECOGNIZE_BLOCK;

    if ( nset.count() >= 2 )
        return ERegionType.BLOCK;
    // тип региона IF_THEN_ELSE
    else if ( Succ(node).count() == 2 )
    {
        RECOGNIZE_IF_THEN_ELSE;
    }
}
```

```
#define RECOGNIZE_BLOCK
```

```
  n = node; p = true; s = ( Succ(n).count() == 1 );
```

```
  while (p && s)
```

```
  {
```

```
    nset += n; n = Succ(n).get_item();
```

```
    p = (Pred(n).count() == 1); s = (Succ(n).count() == 1);
```

```
  }
```

```
  if (p)
```

```
    nset += n;
```

```
  n = node; p = (Pred(n) == 1); s = true;
```

```
  while (p && s)
```

```
  {
```

```
    nset += n; n = Pred(n).get_item();
```

```
    p = (Pred(n).count() == 1); s = (Succ(n) == 1);
```

```
  }
```

```
  if (s)
```

```
    nset += n;
```

```
  node = n;
```

Распознавание региона  
block.

Сохраняем узлы, которые  
относятся к региону, в nset





```
#define RECOGNIZE_ IF_THEN_ELSE
```

```
    m = Succ(n).get_item();
```

```
    n = ( Succ(n) – m ).get_item();
```

```
    if (
```

```
        Succ(n) == Succ(m) &&
```

```
        Succ(m).count() == 1 &&
```

```
        Pred(m).count() == 1 &&
```

```
        Pred(n).count() == 1
```

```
    )
```

```
{
```

```
    nset += node;
```

```
    nset += m;
```

```
    nset += n;
```

```
    return ERegionType.IF_THEN_ELSE;
```

```
}
```

```
else // другие типы регионов
```

Распознавание региона if-then-else

Сохраняем узлы, которые относятся к региону, в nset

```

ERegionType Cyclic_Region_Type(Vertex node, set<Vertex> nset)
{
    if ( nset.count() == 1 )
        if ( “существует дуга node -> node” )
            return ERegionType.SELF_LOOP;
        else
            return ERegionType.UNKNOWN_REGION;
    Vertex m = ( nset - node ).get_item();
    if ( Succ(node).count()==2 && Succ(m).count() == 1 &&
        Pred(node).count()==2 && Pred(m).count() == 1 )
        return ERegionType.WHILE_LOOP;
    else
        return ERegionType. NATURAL_LOOP;
}

```

Распознавание региона-  
цикла.

Сохраняем узлы, которые  
относятся к региону, в  
nset

```
void Reduce(  
    CFG g,  
    ERegionType rtype,  
    set<Vertex> nset)  
{  
    // создание нового узла для CFG  
    Vertex node = CreateNode();  
    Replace(g, node, nset, rtype);  
    return node;  
}
```

**void** Replace(CFG g, Vertex node, set<Vertex> nset, ERegionType rtype)

```
{
    CtVertex ctNode = CreateCtNode(rtype);
    Compact(g, node, nset);
    foreach(edge e in AllEdge(g))
        if ( nset.In(e.v1) || nset.In(e.v2) )
        {
            AllEdge(g) -= e;
            Succ(e.v1) -= e.v2;
            Pred(e.v2) -= e.v1;
            if ( AllVertex(g).In(e.v1) || e.v1 != node )
            {
                AllEdge(g) += "e.v1 -> node"; Succ(e.v1) += node;
            }
            else if ( AllVertex(g).In(e.v2) || e.v2 != node )
            {
                AllEdge(g) += "node -> e.v2"; Pred(e.v2) += node;
            }
        }
    ctNodes += ctNode;
    foreach( Vertex v in nset )
        ctEdges += "ctNodes -> v";
}
```

Замена региона  
nset в CFG на узел  
node

Добавление узла в  
Control Tree

## Compact

- добавляем node в AllVertex(g)
- ищем максимальный номер позиции MAX в Post, которые имеют вершины nset
- вставляем в позицию MAX node в Post
- удаляем вершины nset из AllVertex(g)
- удаляем вершины nset из Post
- PostCtr устанавливаем индексу, который соответствует node в Post
- Устанавливаем PostMax

# Список литературы

- Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий. 2-е изд. А. Ахо (DFS, классификация дуг)
- Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий. 1-е изд. А. Ахо (T1-T2 анализ)
- Advanced compiler design & implementation. S. Muchnik (структурный анализ)