Simulación	Nombre:	
		Código de honor:
Primavera 2019		No he dado ni recibido
Certamen 1		ayuda durante este certamen
04/10/19		
Tiempo límite: 90 Minutos	${f Firma}$	
<del>-</del>		

Este certamen contiene 9 páginas (incluyendo esta cubierta) y 6 preguntas. Cerciorece que su copia contiene todas las páginas. Ponga su iniciales arriba de cada página en el caso de que separe las hojas y estas se puedan perder.

Usted **PUEDE** utilizar una hoja A4 escrita en una de sus carillas para el certamen.

Se requiere que muestre su trabajo para cada problema en este certamen. Las siguientes reglas aplican:

- Organize su trabajo, de forma razonablemente ordenada, en el espacio entregado. Trabajo desorganizado difícil de evaluar recibirá poco o nada de puntaje (independiente de su exactitud).
- Respuestas misteriosas o sin fundamentos no recibirán puntaje. Una respuesta correcta, sin soporte de calculos, explicación, o trabajo algebraico NO recibirá puntaje; una respuesta incorrecta que sea el resultado de calculos intermedios correctos podría recibir puntaje parcial.
- Si necesita mas espacio, use el reverso de la página; indique claramente cuando haga esto.

No escriba en la tabla a la derecha.

Problem	Points	Score
1	5	
2	15	
3	10	
4	20	
5	15	
6	15	
Total:	80	

## Probability theory

1. (5 points) Sea X una variable aleatoria discreta, con soporte en  $R_X = \{0, 1, 2, 3\}$ . Además su función de probabilidad de masa  $p_X(x)$  esta dada por:

$$p_X(x) = \begin{cases} \binom{3}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} & , x \in R_X \\ 0 & , x \notin R_X \end{cases}$$
 (1)

Donde,

$$\binom{3}{x} = \frac{3!}{x!(3-x)!} \tag{2}$$

С	Calcule la probabilidad $P(X < 3)$ .	
_		
_		
_		
_		
_		
_		
_		
_		
_		
_		

2. Se lanzan tres monedas al aire y la posibilidad de los resultados de cada una puede ser cara (H) o sello (T). La primera moneda no esta cargada pero la segunda lo esta en 0.6 para H, y la tercera en 0.9 para H. El experimento se realiza como parte de un juego en el cual por cada cara (H) se pierden \$1000 y por cada sello se ganan \$1000.

(8 points)	Defina e	1						
(4 points)	Defina l	a variable	e aleatori	a que car	acteriza la	as gananc	ias del iu	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	a que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variablo	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.
(4 points)	) Defina l	a variable	e aleatori	ia que car	acteriza la	as gananc	ias del ju	ego.

(c)	(3 points) Grafique la probabilidad de m	asa asociada a las ganancias.	
como de d	points) Sea $X$ una variable aleatoria contino $X_1$ y $X_2$ . Además, defina el soporte de $X_1$ imension $2 \times 1$ tal que el primer compon). La función de densidad conjunta de $X_1$	$R_X = [0, 2] \times [0, 3]$ (el contente pertenece al intervalo [0]	onjunto de vectores
	$f_X(x) = \begin{cases} 1/6 \\ 0 \end{cases}$	, si $x \in R_X$ , de otra forma.	(3)
(a)	Calcule $P(1 \le X_1 \le 3, -1 \le X_2 \le 1)$		

## Cálculo de métricas en simulación

4. Usted decide testear si su entendimiento sobre como opera internamente una simulación es el adecuado. Para ello va a un restaurant y comienza a observar su operación y registra todo lo que observa en una hoja, tal como se observa en la Tabla 4.

Tiempo	Cliente	Trabajadores	Proceso
0	-	1	Abre tienda - Heladero 1 desocupado
2:56	1	1	Llega Cliente 1 - Heladero 1 ocupado
7:21	1	1	Sale Cliente 1 - Heladero 1 desocupado
10:50	2	1	Llega Cliente 2 - Heladero 1 ocupado
11:30	3	1	Llega Cliente 3 - Espera en cola
15:07	4	1	Llega Cliente 4 - Espera en cola
16:46	-	2	Llega Heladero 2 - Se prepara para trabajar
17:10	3	2	Cliente 3 comienza servicio - Heladero 2 ocupado
17:20	2 - 4	2	Sale Cliente 2 - Cliente 4 comienza servicio
18:32	5	2	Llega Cliente 5 - Espera en cola
19:20	3	1	Sale Cliente 3 - Heladero 2 toma un descanso
20:00	-	-	Fin periodo de observacion

Table 1: Mi Hoja de Registros

(a)	(5 points)	¿Cuál es el tiempo promedio de los clientes en el sistema?
	-	
	-	

(b)	(10 points) ¿Cuál es número promedio de clientes en el sistema? ¿Cuál es el número promedio de clientes en cola?
(c)	(5 points) ¿Cuál es la utilización promedio de los servidores?

## Likelihood

5.	Se le	pide	determinar	el	estimador	de	"maximum	likelihood"	que	caracteriza	el	parámetro
	óptin	no de	una Bernull	i.	La función	de	densidad se	presenta a	conti	nuación.		

$$f(x,p) = p^x(1-p)^{1-x} \text{ , for } x \in \{0,1\}$$
 (4) (a) (15 points) Determine el parámetro  $\hat{p}$ .

## Muestreo

6. Se le entrega la siguiente función:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1/c & , 1 \le x < 2\\ 1 & , 2 \le x < 2.5\\ 0 & , \text{de otro modo} \end{cases}$$
 (5) el valor de  $c$  que hace esta función una función de densidad válida.

	(3 points) Encuentre el valor de $c$ que nace esta función una función de densidad valida.
(D)	
. ,	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
, ,	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
. ,	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
. ,	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
,	tres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada
. ,	(6 points) Se le entregan los números aleatorios $U_1=0.85,U_2=0.32,\mathrm{y}U_3=0.78.$ Generotres muestras provenientes de la distribución por medio del método de la transformada inversa.

(c)	(6 points) Intente generar 3 muestras por medio del método de aceptación y rechazo. Defina la función $t(x)$ apropiada (lo mas fácil es definir una constante) y utilize $U_1 = 0.85$ , $U_2 = 0.32$ , y $U_3 = 0.78$ para muestrear desde $r(x)$ . Finalmente, ocupe $U_1 = 0.43$ , $U_2 = 0.72$ , y $U_3 = 0.98$ para decidir si acepta o rechaza la muestra generada.