Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика, искусственный интеллект и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 2
по курсу «Моделирование»
на тему: «Цепь Маркова»
Вариант № 11

Студент ИУ7-73Б (Группа) _____________ (Подпись, дата) Марченко В. (И. О. Фамилия)

Преподаватель _____________ (Подпись, дата) Рудаков И. В. (И. О. Фамилия)

2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1 Теоретическая часть

Случайный процесс, протекающий в системе S, называется марковским, если он обладает следующим свойством: для каждого момента времени t_0 вероятность любого состояния системы в будущем (при $t > t_0$) зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние. Вероятностью i-го состояния называется вероятность $p_i(t)$ того, что в момент t система будет находиться в состоянии S_i. Для любого момента t сумма вероятностей всех состояний равна единице.

Для решения поставленной задачи составляется система уравнений Колмогорова по следующему правилу: в левой части каждого уравнения стоит производная вероятности i-го состояния; в правой части — сумма произведений вероятностей всех состояний (из которых идут стрелки в данное состояние), умноженная на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного (i-го состояния).

Для получения предельных вероятностей, то есть вероятностей в стационарном режиме работы при $t \to \infty$, необходимо приравнять производные вероятностей к нулю. Таким образом получается система линейных уравнений. Для решения полученной системы необходимо добавить условие нормировки $p_0 + p_1 + ... + p_n = 1$.

На рисунке 1.1 изображен граф переходов состояний.

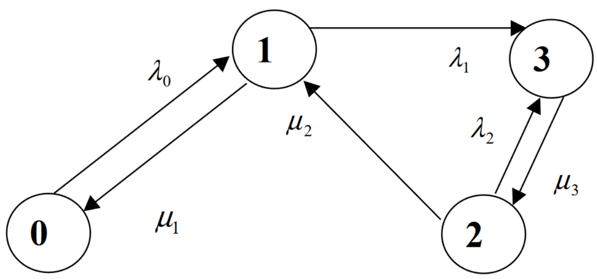

Рисунок 1.1 – Граф переходов состояний

Здесь $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$, $\mu_3 = 3$. Тогда составленная для него система уравнений Колмогорова будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dp_0(t)}{dt} = p_1(t) - p_0(t), \\ \frac{dp_1(t)}{dt} = 2p_2(t) - p_1(t), \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = 3p_3(t) - 3p_2(t), \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = p_1(t) + p_2(t) - 3p_3(t), \\ p_0(t) + p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = 1. \end{cases} \tag{1.1}$$

Заменяем проивзодные на нули и решаем систему:

$$\begin{cases} p_0 = \frac{1}{3}, \\ p_1 = \frac{1}{3}, \\ p_2 = \frac{1}{6}, \\ p_3 = \frac{1}{6}. \end{cases} \tag{1.2}$$

После того, как предельные вероятности будут найдены, нужно найти время пребывания системы в стационарном состоянии. Для этого необходимо с интервалом Δt находить вероятность в момент времени $t + \Delta t$. Когда найденная вероятность будет равна соответствующей предельной с точностью до заданной погрешности, можно завершить вычисления. Начальные значения для p_i задаются. Например, $p_i = \frac{1}{n}$, где n — количество состояний системы.

2 Примеры работы программы

На рисунках 2.1–2.3 показаны примеры работы программы при разном количестве состояний системы и при различных значениях интенсивностей.

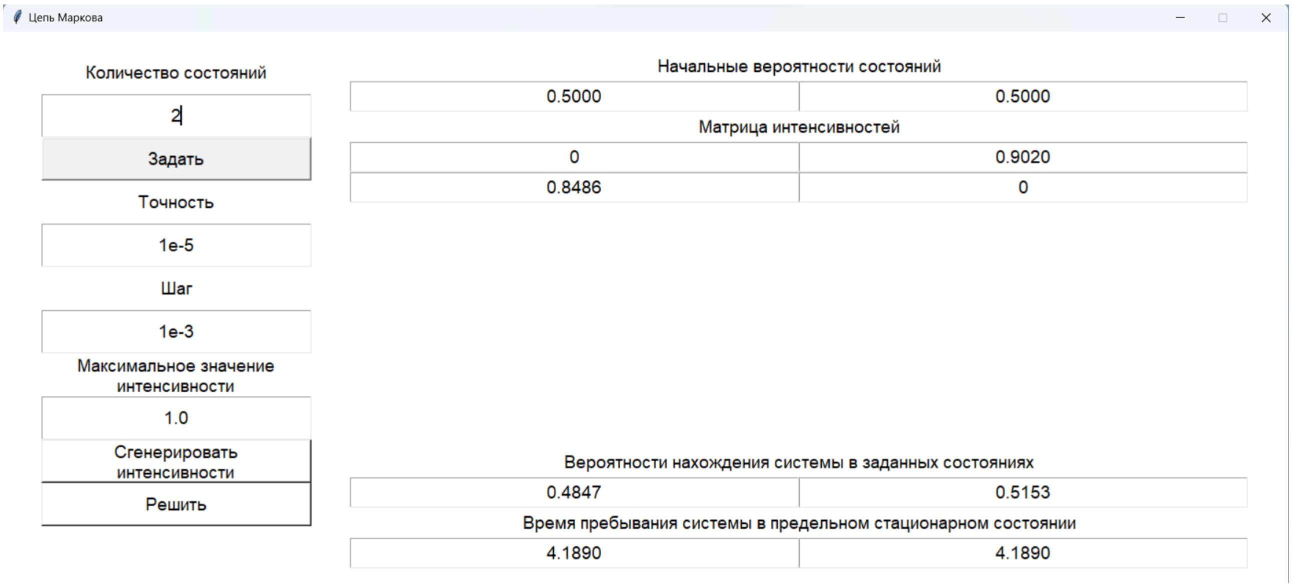

Рисунок 2.1 – Пример работы программы при двух состояниях системы

Рисунок 2.2 – Пример работы программы при пяти состояниях системы

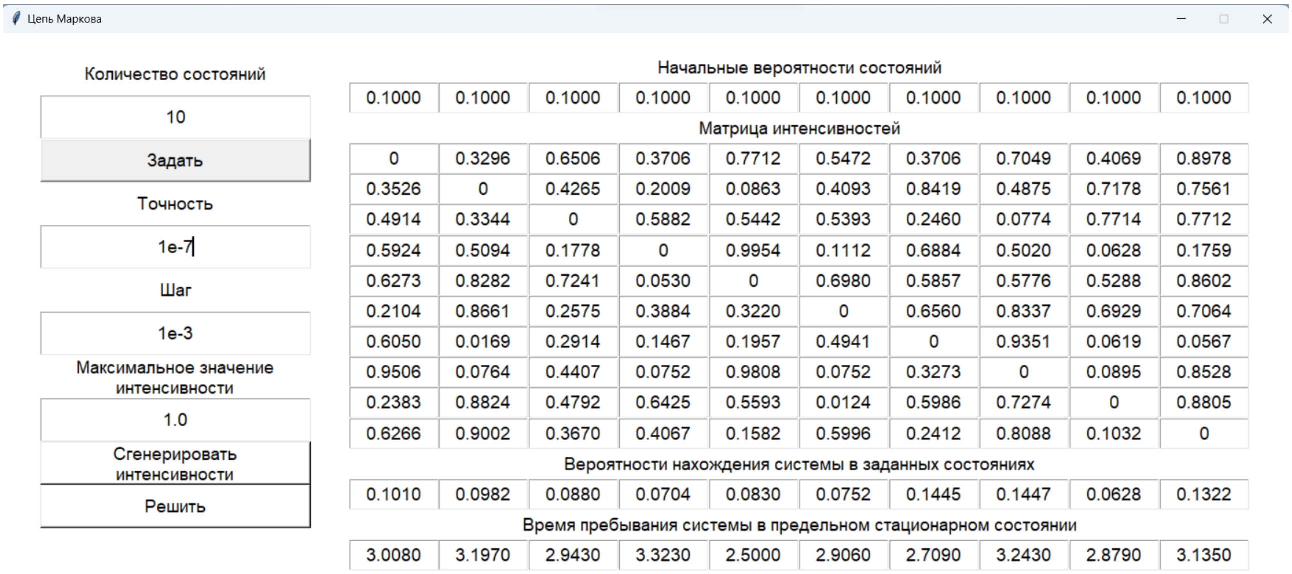

Рисунок 2.3 – Пример работы программы при десяти состояниях системы