



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ

по лабораторной работе № 4

по курсу «Моделирование»

на тему: «Моделирование системы массового обслуживания с одним
генератором и обслуживающим аппаратом»

Вариант № 11

Студент ИУ7-73Б
(Группа)

(Подпись, дата)

Марченко В.
(И. О. Фамилия)

Преподаватель

(Подпись, дата)

Рудаков И. В.
(И. О. Фамилия)

2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1	Теоретическая часть	3
1.1	Задачи на лабораторную работу	3
1.2	Равномерное распределение	3
1.3	Распределение Эрланга	4
1.4	Принцип « Δt »	4
1.5	Событийный принцип	5
2	Примеры работы программы	6

1 Теоретическая часть

1.1 Задачи на лабораторную работу

Разработать программу для моделирования системы, состоящей из генератора, буферной памяти и обслуживающего аппарата. Генератор подает сообщения, распределенные по равномерному закону, они приходят в память и выбираются на обработку по закону распределения Эрланга. Количество заявок конечно и задано. Предусмотреть случай, когда обработанная заявка возвращается обратно в очередь. Определить длину очереди, при которой не будет потерянных сообщений. Реализовать двумя способами: используя событийный и « Δt » принципы.

1.2 Равномерное распределение

Говорят, что случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке $[a, b]$, где $a, b \in \mathbb{R}$, если ее плотность вероятности $f_X(x)$ имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b], \\ 0, & x \notin [a, b]. \end{cases} \quad (1.1)$$

Функция распределения имеет вид:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b, \\ 1, & x \geq b. \end{cases} \quad (1.2)$$

Обозначение равномерно распределенной случайной величины: $X \sim U[a, b]$.

Для генерации времени с помощью равномерного распределения используется следующая формула:

$$t = a + (b - a)R, \quad (1.3)$$

где $R \sim U[0, 1]$.

1.3 Распределение Эрланга

Распределение Эрланга представляет собой двухпараметрическое непрерывное распределение вероятностей при $x \in [0, \infty)$. Два параметра: положительное целое число k (т. н. «форма») и положительное действительное число λ (т. н. «интенсивность»). Иногда вместо параметра λ используют т. н. «масштаб» $\beta = \frac{1}{\lambda}$.

Плотность вероятности распределения Эрланга:

$$f_X(x; k, \lambda) = \frac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!}, \quad x, \lambda \geq 0. \quad (1.4)$$

Если вместо λ использовать β , то плотность вероятности будет иметь вид:

$$f_X(x; k, \beta) = \frac{x^{k-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^k (k-1)!}, \quad x, \beta \geq 0. \quad (1.5)$$

Функция распределения случайной величины:

$$F_X(x; k, \lambda) = \frac{\gamma(k, \lambda x)}{\Gamma(k)} = \frac{\gamma(k, \lambda x)}{(k-1)!}, \quad (1.6)$$

где Γ — гамма-функция, а γ — нижняя неполная гамма-функция.

Обозначение случайной величины, распределенной по закону Эрланга: $X \sim \text{Erlang}(k, \lambda)$.

Для генерации времени с помощью распределения Эрланга используется следующая формула:

$$t = -\frac{1}{k\lambda} \sum_{i=1}^k \ln(1 - R_i), \quad (1.7)$$

где $R_i \sim U[0, 1]$.

1.4 Принцип « Δt »

Данный принцип заключается в последовательном анализе состояний всех блоков системы в момент $t + \Delta t$ по заданному состоянию в момент t . При этом новое состояние блоков определяется в соответствии с их алгоритмическим описанием с учетом действующих случайных факторов. В результате этого анализа принимается решение о том, какие системные события должны

имитироваться в данный момент времени. Основной недостаток: значительные затраты вычислительных ресурсов при малом значении Δt , а при больших значениях Δt появляется вероятность пропуска события.

1.5 Событийный принцип

Характерное свойство модели системы обработки информации: состояние отдельных устройств изменяется в дискретные моменты времени, совпадающие с моментами поступления сообщения, окончания решения задачи, возникновения аварийных сигналов и т. д. При использовании событийного принципа состояния всех блоков системы анализируются лишь в момент появления какого-либо события. Момент наступления следующего события определяется минимальным значением из списка будущих событий, представляющий собой совокупность моментов ближайшего изменения состояния каждого из блоков. Момент наступления следующего события определяется минимальным значением из списка событий.

2 Примеры работы программы

На рисунках 2.1–2.4 показаны результаты работы программы при различных значениях параметров.

The screenshot shows a software window titled "Лабораторная работа №4". It contains two main sections: "Параметры генератора (равномерное распределение)" and "Параметры обслуживающего аппарата (распределение Эрланга)".

Параметры генератора (равномерное распределение):

- Левая граница: 1
- Правая граница: 10

Параметры обслуживающего аппарата (распределение Эрланга):

- Форма: 7
- Интенсивность: 2.0

Параметры очереди:

- Количество заявок: 1000
- Процент повторяющихся заявок: 0
- Шаг: 0.01

Результаты:

- Принцип Δt : Длина очереди: 5
- Событийный принцип: Длина очереди: 3

At the bottom, there are two buttons: "Начальные параметры" and "Моделировать".

Рисунок 2.1 – Результат работы программы № 1

The screenshot shows the same software window as Figure 2.1, but with different parameter values and results.

Параметры генератора (равномерное распределение):

- Левая граница: 1
- Правая граница: 10

Параметры обслуживающего аппарата (распределение Эрланга):

- Форма: 7
- Интенсивность: 2.0

Параметры очереди:

- Количество заявок: 1000
- Процент повторяющихся заявок: 33
- Шаг: 0.01

Результаты:

- Принцип Δt : Длина очереди: 22
- Событийный принцип: Длина очереди: 19

The buttons "Начальные параметры" and "Моделировать" are still present at the bottom.

Рисунок 2.2 – Результат работы программы № 2

Лабораторная работа №4

Параметры генератора (равномерное распределение)		Результаты	
Левая граница	1	Принцип Δt	
Правая граница	10	Длина очереди	319
Параметры обслуживающего аппарата (распределение Эрланга)		Событийный принцип	
Форма	7	Длина очереди	336
Интенсивность	2.0		
Параметры очереди			
Количество заявок	1000		
Процент повторяющихся заявок	66		
Шаг	0.01		
Начальные параметры			
Моделировать			

Рисунок 2.3 – Результат работы программы № 3

Лабораторная работа №4

Параметры генератора (равномерное распределение)		Результаты	
Левая граница	1	Принцип Δt	
Правая граница	10	Длина очереди	640
Параметры обслуживающего аппарата (распределение Эрланга)		Событийный принцип	
Форма	7	Длина очереди	657
Интенсивность	2.0		
Параметры очереди			
Количество заявок	1000		
Процент повторяющихся заявок	100		
Шаг	0.01		
Начальные параметры			
Моделировать			

Рисунок 2.4 – Результат работы программы № 4