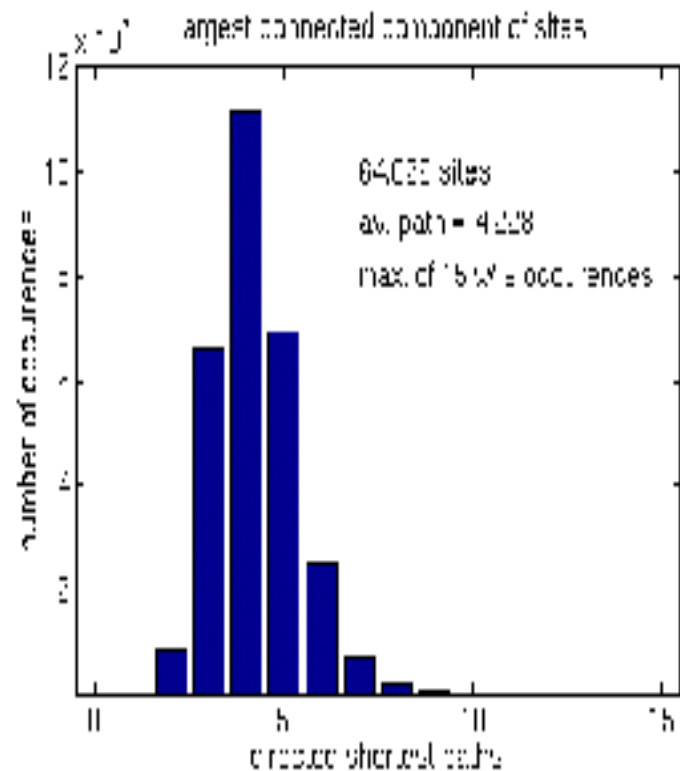
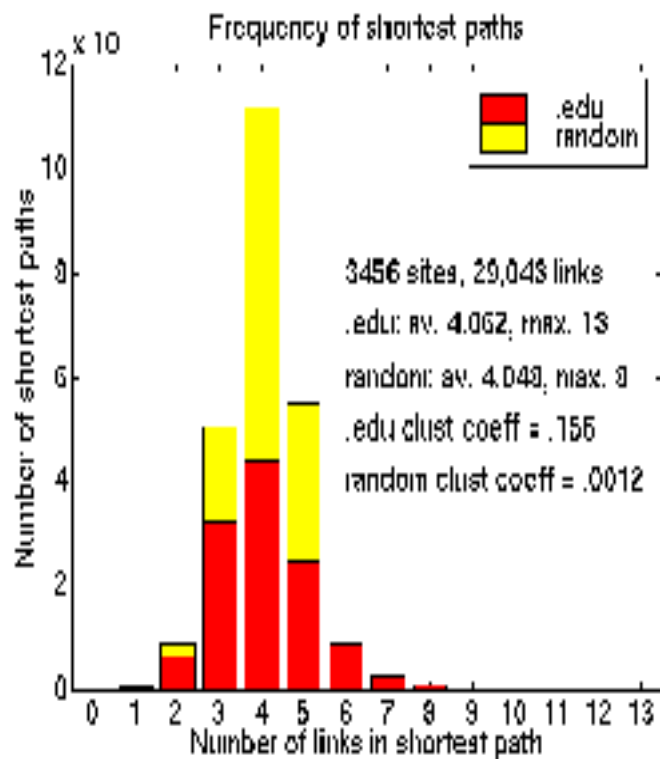


Les réseaux petits mondes

Web...

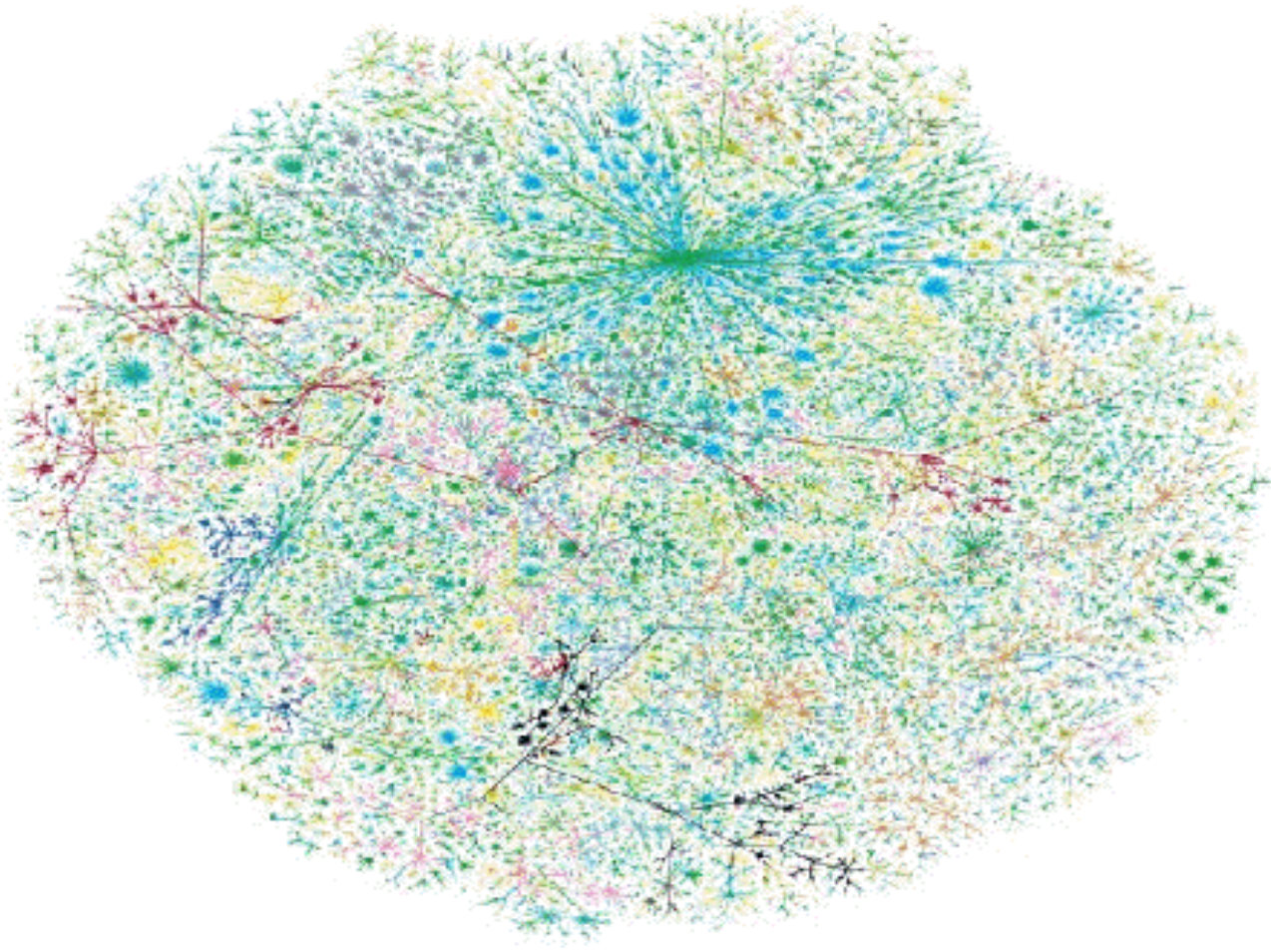
- Comprendre le réseau (2015)
 - Nombre de pages indexé $\geq 4,85 \cdot 10^{12}$
 - Nombres de liens par pages 4,59 (degré)
 - Diamètre et excentricité (distance entre 2 noeuds) moyenne (18,59 pour l'excentricité moyenne)
 - Toute page web est (en moyenne) à moins de 9 clics
 - coefficients de clustering fort

Distribution des distances



Lada A. Adamic. The Small World Web. 2000.

Structure du réseau



Quel est le rapport entre ...

- Graphe du Web
- Réseaux sociaux:
 - collaborations scientifiques - Erdős Number;
 - Hollywood graph- Kevin Bacon
 - Facebook (en 2011, sur $721 \cdot 10^6$ personnes, excentricité moyenne 4,74)
- Réseaux pair-à-pair;
-

- Petit nombre d'arêtes
- Diamètre et excentricité moyenne très petits
- Distribution des degrés suivant une loi de puissance $\text{Prob}(\text{degré}(u)=d) \propto d^{-a}$

a varie suivant le graphe considéré typiquement entre 2 et 3

- Forte interconnectivité locale

Ce sont tous des graphes
petits mondes !


Pas de définition précise mais
existence de nombreux courts
chemins.

Différence de comportement

- Dans un **graphe aléatoire uniforme**, une proportion minimale de personnes initialement contaminées est nécessaire pour qu'une épidémie contamine tous les individus (seuil épidémique)
- Alors que dans un **graphe aléatoire dont la distribution des degrés suit une loi de puissance** fixée, ce phénomène de seuil disparaît. Une contamination initiale infime suffit pour toucher tous les individus.

Contexte

Caractériser ce type de réseaux

-  En partant de données réelles ... qui partagent des propriétés structurelles particulières;
 - En proposant de bons « modèles »

Etudier les conséquences algorithmiques:

- Requêtes: Routage, recherche information ;
- Tolérance aux pannes;
- Diffusion/propagation d'information, d'épidémie ou rumeurs.

Bons candidats pour des réseaux logiques

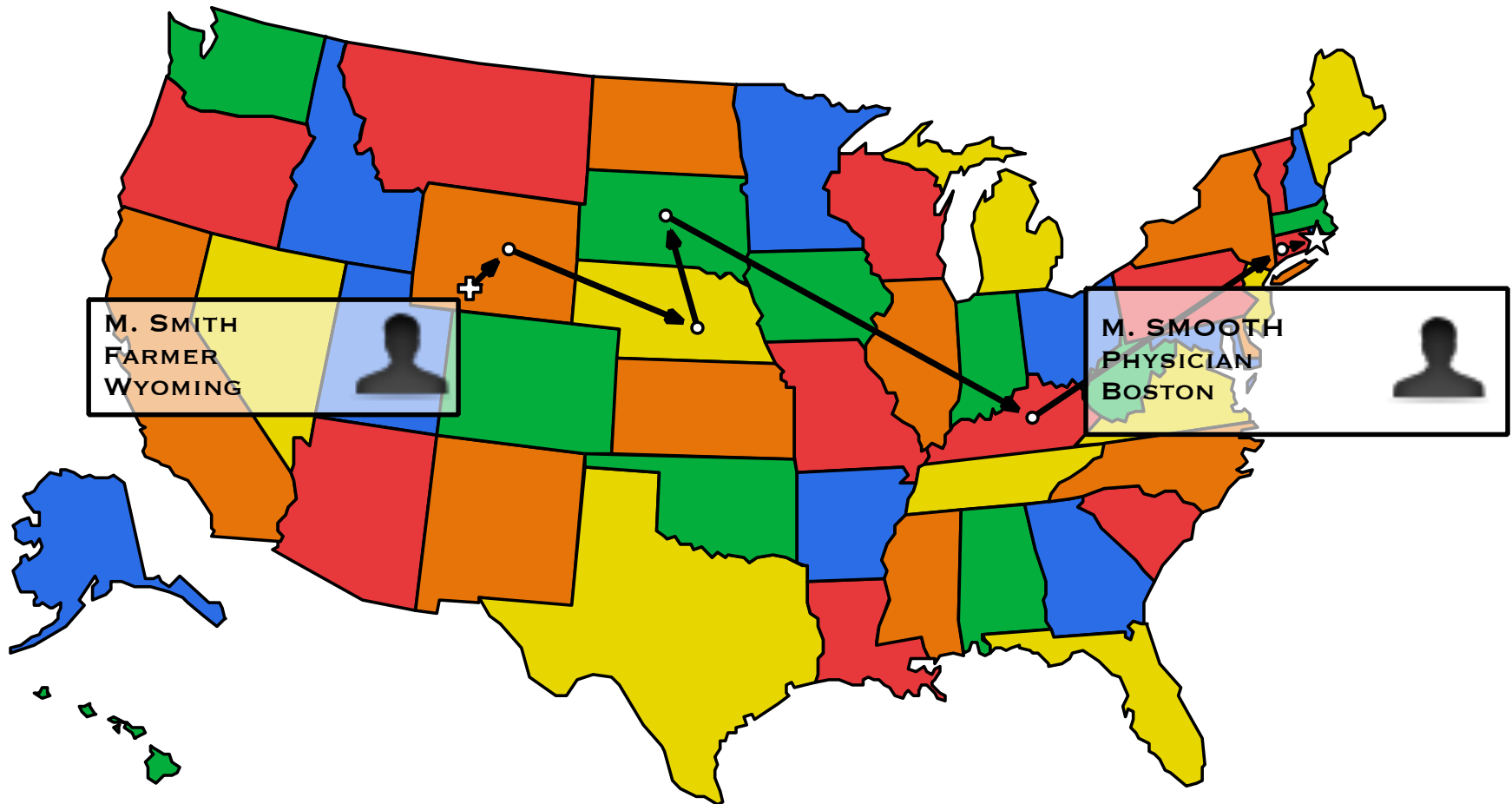
Caractérisation des petits mondes

- **Statistiques** sur des paramètres de graphes:
 - Petit diamètre: logarithmique par rapport à la taille du graphe
 - Densité locale forte (mes voisins se connaissent);
 - Densité globale faible = degré moyen faible;
 - Distribution des degrés: hétérogène ou homogène;
 - ...
- **Algorithmique**: on peut router facilement et rapidement dans un petit monde (espoir).

Petit monde

- Expérience de Milgram:
 - 300 lettres depuis Omaha (Nebraska) destinées un agent de change à Sharon (Massachusetts)
 - Règle:
 - Transmission en mains propres à des amis (ou amis d'amis)
 - Résultat:
 - (beaucoup de pertes) 20% sont arrivées
 - Les lettres qui sont arrivées à destination ne passent que par 6 intermédiaires (5,2 en moyenne)
 - Notion de petit-monde

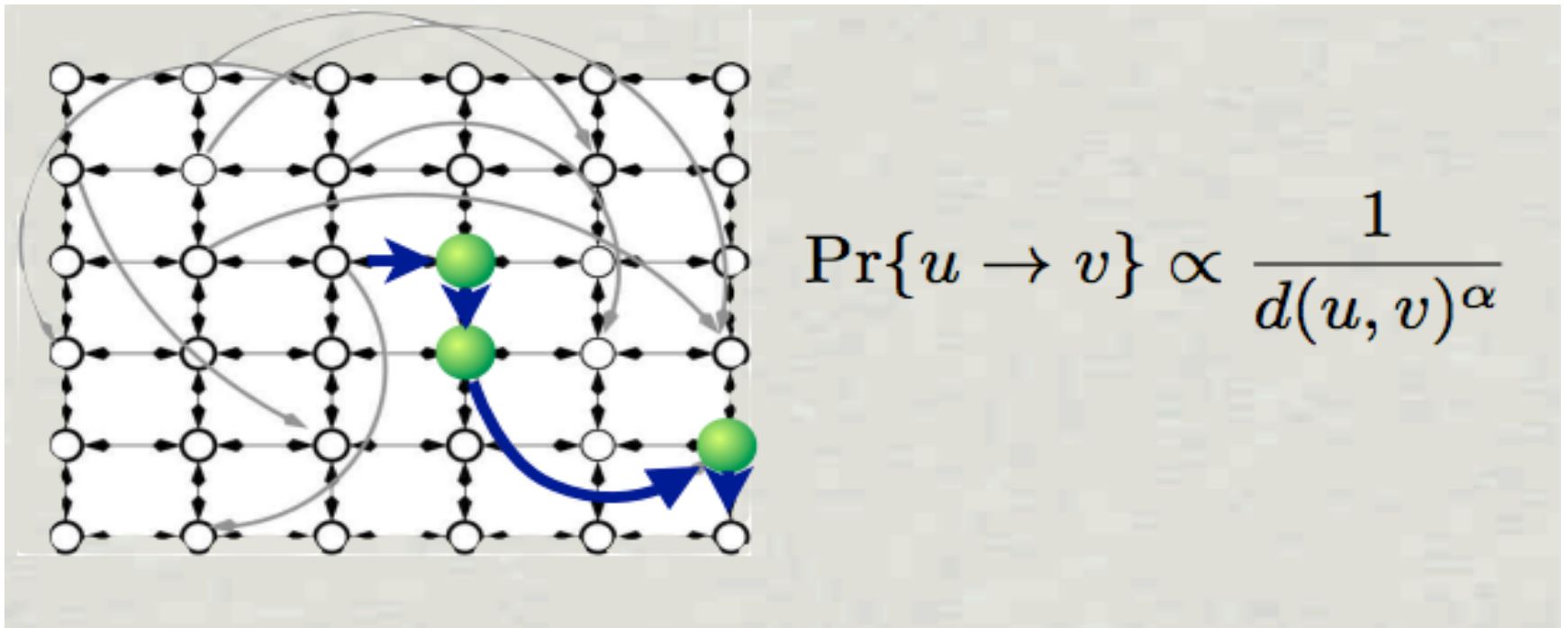
Milgram



Global/local

- Les noeuds ne connaissent pas le plus court chemin d'un point à un autre
- Notion de distance entre les nœuds:
« métrique » (géographique + professionnel)
- Le routage se fait avec les informations locales
- Notion de **réseau navigable**, dans lequel un nœud peut trouver des **chemins courts** vers un autre nœud en se basant uniquement sur sa **vision locale** du réseau.

Kleinberg



d dimension de la grille, k arcs aléatoires

- Le graphe ainsi obtenu a un petit diamètre (information globale)
- Ce graphe n'est navigable que pour $d = \alpha$
 - Algorithme glouton
- Si $d \neq \alpha$, tout algorithme **décentralisé** calculera nécessairement des chemins de longueur moyenne polynomiale

Kleinberg

- Algorithme glouton:

Source s cible t

x:=s

Tant que x≠t

Passer le msg au contact y (local ou distant) de x qui minimise |y-t|,

x:=y

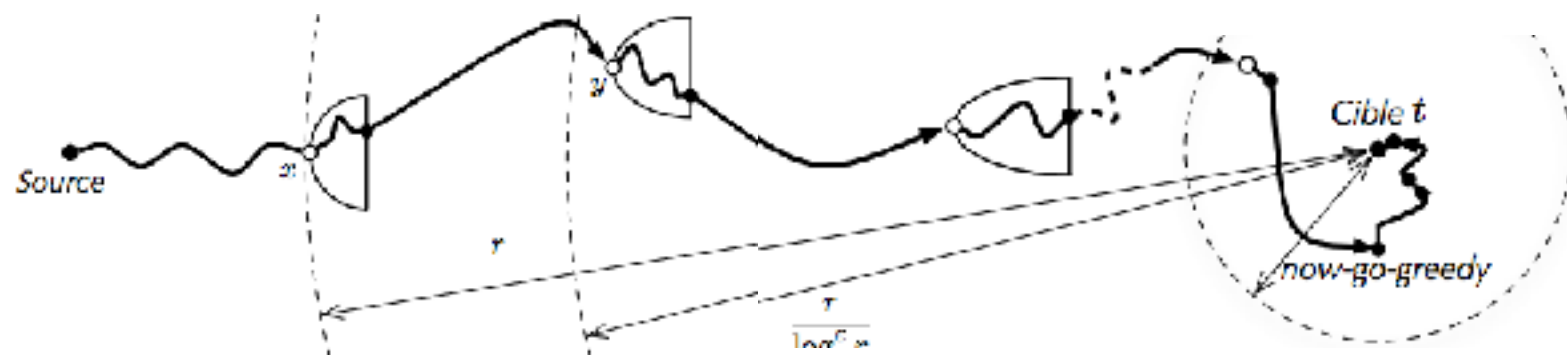
- Le chemin de s à t obtenu est en moyenne de longueur

$$\Theta((\log n)^2/k)$$

Faire mieux?

- Ajouter une phase d'exploration pour trouver le meilleur lien
- On obtient un algorithme *décentralisé* des chemins considérablement plus courts, de longueur quasi-optimale:

$$O(\log n \log \log n)$$



(c) Progression de l'algorithme : diminution de la distance à la cible d'un facteur $\log^c r$ avec probabilité constante après chaque phase d'exploration pour $r > \text{now-go-greedy}$, puis algorithme glouton pour $r \leq \text{now-go-greedy}$.

- L'inconvénient majeur du modèle de Kleinberg est son absence d'explication sur les raisons de l'apparition du phénomène des petits mondes

Petit-monde navigable

- **Petit-monde navigable**: tout graphe peut-il être transformé en petit-monde navigable?
- **Petite-mondialisation**: augmenter le graphe avec des liens supplémentaires à chaque sommet pour obtenir un petit-monde navigable.
- Pas toujours possible

Perspectives

- Réseau logique:
 - Petit-Mondes: Bons candidats pour la construction décentralisée de réseaux faiblement structurés mais efficaces pour les opérations de recherche.
 - Etude de la *congestion*, *diffusion* dans les réseaux petit-monde.
- Logique / Physique:
 - Comment tenir compte du réseau physique ?
- Dynamisme:
 - garantir des propriétés de petit-monde à moindre coût (proactif, réactif)

Perspectives

- Problèmes pratiques:
 - la *construction* des liens longue-distance est *coûteuse* en ressources (temps et mémoire).
 - Implantation dans un réseau pair-à-pair: nécessite la *construction distribué* des liens longue-distance.