1. Trobeu els polinomis de Taylor d'ordre 4 en el punt indicat per a les funcions següents:

(a) $f(x) = e^{2x}$ en el punt $a = 0$,

(b) $f(x) = x^5 + x^3 + x$ en els punts $a = 0$ i $a = 1$,

(c) $f(x) = e^{x^2} + \sin x$ al punt $a = 0$,

(d) $f(x) = x \log x$ al punt $a = 1$,

(e) $f(x) = 2x^4 - x + 1$ als punt $a = 0$ i $a = 1$.

2. (a) Calculeu els desenvolupaments de Taylor amb restes de Lagrange d'ordres 1 i 3 de la funció cosinus en l'origen.

(b) Demostreu que $1 - \dfrac{x^2}{2} \le \cos x \le 1 - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24}$, per a tot $x \in \mathbb{R}$.

3. Proveu les desigualtats següents:

(a) $1 + \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{8} \le \sqrt{1+x} \le 1 + \dfrac{x}{2}$, per a tot $x \ge 0$,

(b) $x - \dfrac{x^2}{2} \le \log(1+x) \le x$, per a tot $x \ge 0$.

4. Utilitzeu els desenvolupaments de Taylor adients per a calcular els límits següents:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\log x - (x-1)}{x-1}$

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^3 \tan x^2}{\log^5(1+x)}$

(d) $\displaystyle\lim_{x\to \pi/2} \frac{\cos x \log(2x/\pi)}{(x-\pi/2)^2}$

5. Siguin $m, n \in \mathbb{N}$. Discutiu l'existència dels límits següents i calculeu el seu valor quan existeixin.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(e^{x^2} - 1 - x^2)^m}{x^{2n}}$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(\log(1+x) - x + \frac{x^2}{2})^m}{(1-\cos x)^n}$