

CÀLCUL INTEGRAL EN DIVERSES VARIABLES 2012
EXAMEN FINAL. PRIMERA PART

1. a) (2 punts) Si E és un conjunt mesurable, i $f : E \rightarrow \overline{\mathbf{R}}$ una funció mesurable, quan té sentit $\int_E f$?
b) (3 punts) Enuncieu el teorema de Fubini en \mathbf{R}^3 .

2. (10 punts) a) Proveu que les equacions

$$\begin{cases} u = x + y + z \\ uv = y + z \\ uvw = z \end{cases}$$

defineixen un canvi de variables g entre el conjunt $U = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x > 0, y > 0, z > 0\}$ i $g(U)$.

- b) Sigui A el tetraedre definit per $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x > 0, y > 0, z > 0, x + y + z < 1\}$.

Calculeu $\int_A xyz(1 - x - y - z) \, dx \, dy \, dz$

3. (10 punts) Estudieu la integrabilitat de les funcions:

a) $f(x, y) = \frac{\sin(xy)}{x^2(1+y^2)}$ sobre el conjunt mesurable $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 1 < x < +\infty, 0 < y < 1\}$

b) $f_\alpha(x, y, z) = xyz(x^2 + y^2)^\alpha$ sobre el conjunt mesurable

$A = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x > 0, y > 0, 0 < z < x^2 + y^2 < 4\}$, segons els valors d' $\alpha \in \mathbf{R}$.

ENTREGUEU ELS EXERCICIS EN FULLS SEPARATS

POSEU EL NOM EN TOTS ELS FULLS