

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

ESCRIVIU ELS VOSTRES NOM, COGNOMS I GRUP EN CADA FULL

1. Considereu la funció definida per  $f(x) = \sqrt{\frac{4-x^2}{x^2-9}}$ .

(a) Calculeu el domini de  $f$ ,  $D(f)$ .

(b) Calculeu el recorregut de  $f$ .

*Indicació:* Feu la divisió entera del polinomi  $4 - x^2$  entre el polinomi  $x^2 - 9$ .

(c) Comproveu que  $f_{/D(f) \cap [0, +\infty)}$  és injectiva.

(d) Calculeu la inversa de  $f_{/D(f) \cap [0, +\infty)}$ .

Justifiqueu detalladament les respostes.

2. Per a cada  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  considerem la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x), & \text{si } x < 0, \\ \frac{x^\alpha}{\sqrt{1+x}-1}, & \text{si } 0 < x < 1, \\ \beta x^2, & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

a) Proveu que  $f$  és contínua en cada punt  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ .

b) Determineu per a quins  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  és possible definir el valor  $f(0)$  a fi que la funció  $f$  sigui contínua a tot  $\mathbb{R}$ .

Justifiqueu detalladament les respostes.

3. (a) Definiu el concepte de límit finit d'una funció en un punt finit.

(b) Demostreu que si  $a \in \mathbb{R}$ ,  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  és una funció acotada i  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  és una funció tal que

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0,$$

aleshores

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = 0.$$

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

ESCRIVIU ELS VOSTRES NOM, COGNOMS I GRUP EN CADA FULL