

CÀLCUL INTEGRAL EN DIVERSES VARIABLES

EXAMEN PARCIAL

Abril 2011

1. a) (1 punt) Doneu la definició de funció mesurable.
b) (2 punts) Definiu la integral d'una funció simple, mesurable, positiva.
c) (1 punt) Definiu la integral d'una funció mesurable positiva.
d) (1 punt) Definiu la integral d'una funció mesurable.
e) (3 punts) Enuncieu les propietats fonamentals de les funcions integrables.
f) (2 punts) Expliqueu el canvi a coordenades esfèriques en \mathbf{R}^3 .

2. (10 punts) Sigui $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 < y < 10x^2, \frac{y^2}{2} < x < 6y^2\}$.

Proveu que les equacions $u = \frac{y^2}{x}, \quad v = \frac{x^2}{y}$, defineixen un canvi de variables en $(0, +\infty)^2$.

Si $f(x, y) = \exp(-\frac{x^3 + y^3}{xy})$, calculeu $\int_A f$.

3. (10 punts) Es consideren les funcions $f_p(x, y, z) = \frac{xz \sin(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^p}$

Estudieu, en termes del paràmetre $p \in \mathbf{R}$, la seva integrabilitat sobre el conjunt mesurable

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x > 0, y > 0, 0 < z < x^2 + y^2 < 1\}$$

ENTREGUEU ELS EXERCICIS EN FULLS SEPARATS

POSEU EL NOM EN TOTS ELS FULLS