

Càlcul Diferencial en Diverses Variables - 2011-2012

Final- Part 1

- Feu els problemes en fulls separats.
- Justifiqueu detalladament les respostes.

- (1) (a) Definiu els conceptes de punt interior, punt adherent i de punt de la frontera.
(b) Considerem el conjunt $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4 \leq y \leq 4 - x^2\}$.
(i) Dibuixeu-lo.
(ii) Proveu que el conjunt A és compacte.
(iii) Determineu la frontera de A . Justifiqueu detalladament la resposta.
- (2) (a) Proveu que si $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ és diferenciable en un punt $p \in \mathbb{R}^n$, llavors f és contínua en aquest punt.
(b) Per a $m \in \mathbb{N}$ definim les funcions

$$f_m(x, y) = \begin{cases} \frac{2y^m}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (i) Per a quins valors de m són contínues en \mathbb{R}^2 ?
(ii) Per a quins valors de m són diferenciables en \mathbb{R}^2 ?
(iii) Quina és l'equació del pla tangent a la gràfica de f_5 en el punt $(1, -1, -1)$?