

1. Quins són els nombres $x \in \mathbb{R}$ que satisfan cadascuna de les desigualtats següents?

(a) $\frac{1-x}{2+x} \leq 0$

(b) $|x^2 - 3| \geq 1$

(c) $|4 + x| - |x - 5| > 2$

2. Siguin els conjunts $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 9\}$ i $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| + |2x + 1| < 2\}$.

(a) Doneu una descripció en intervals dels conjunts A i B .

(b) Calculeu $A \cap B$, $A \cup B$, A^c , B^c , $A \setminus B$ i $B \setminus A$.

3. Trobeu els $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ que compleixen que $\frac{x^2 - 2x - 1}{1 - x^2} - 1 \leq 0$.

4. Resoleu les equacions següents:

a) $|x - 1| = 2$

c) $|1 - |x + 1|| = 2$

b) $|x + 2| \cdot |x| = 4$

d) $||x| - 2| = 3$

5. Expliciteu els nombres reals diferents de zero que compleixen la desigualtat següent:

$$\frac{|x + \sqrt{2}|}{x} \geq -\frac{1}{2}.$$

(Indicació: Estudieu separatament els casos on $x > 0$ i on $x < 0$.)

6. Quins són els nombres $x \in \mathbb{R}$ que compleixen cadascuna de les desigualtats següents?

a) $|x^2 - 1| \leq 1$

c) $\frac{\cos x}{x^4 + x^2 + 1} \leq 1$

b) $|x + 1| > |x|$

d) $|x + 1| + |x - 1| < 3$

7. Trobeu el domini de les funcions:

a) $f(x) = \frac{1}{\sin(2x)}$

c) $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$

b) $f(x) = \tan(3x)$

d) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{1 - x^2}}$

8. Sigui $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funció definida per $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

(a) Calculeu el domini i el recorregut de f .

- (b) Demostreu que $f|_{[0,1]}$ i $f|_{[-1,0]}$ són injectives i calculeu les seves inverses.
9. (a) Trobeu el domini i el recorregut de la funció definida per $f(x) = \sqrt{\frac{9-x^2}{x^2-1}}$.
 (b) Demostreu que $f|_{D(f) \cap (0,+\infty)}$ és injectiva i calculeu la seva inversa.
10. Sigui $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\} \longrightarrow \mathbb{R}$ l'aplicació definida per $f(x) = \frac{1}{4-x^2}$.
 (a) Calculeu $f^{-1}([-1, 1])$ i $f^{-1}([0, 1])$.
 (b) Calculeu $f \circ f$ allà on estigui definida.
 (c) És f injectiva? És f exhaustiva?
11. Sigui la funció $f(x) = \log(\sqrt{x^2 - x - 2})$.
 (a) Trobeu-ne el domini.
 (b) Determineu el conjunt $f^{-1}(0)$. És f injectiva?
 (c) Determineu si $f|_{D(f) \cap [0,+\infty)}$ és injectiva, i en cas que ho sigui calculeu la seva inversa.
12. Sigui $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funció definida per $f(x) = |x^2 + x - 2|$. Calculeu $f^{-1}((-\infty, 1])$.
13. Donada la funció $f(x) = \sqrt{x^2} \sqrt{x+1}$
 (a) Trobeu el seu domini i recorregut.
 (b) És f una funció injectiva? I exhaustiva? I bijectiva?
14. Considereu la funció f definida per $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{(|x|-1)^2}}$.
 (a) Determineu el seu domini.
 (b) És f una funció parella?
 (c) Determineu el seu recorregut. (Indicació: Comproveu que
- $$\frac{x^2-1}{(|x|-1)^2} = 1 + \frac{2}{|x|-1}$$
- i dibuixeu les gràfiques de les funcions $\frac{2}{x-1}$ i de $1 + \frac{2}{x-1}$.)
 (d) Comproveu que $f|_{D(f) \cap (0,+\infty)}$ és injectiva i calculeu la seva inversa.
15. Per a cadascuna de les funcions següents, indiqueu el seu domini i recorregut, i digueu si són injectives, exhaustives (en tot \mathbb{R}) o bijectives. Trobeu, a més, les inverses de les que siguin inversibles : a) $f(x) = e^{2x+1}$. b) $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$.