

CÀLCUL INTEGRAL EN DIVERSES VARIABLES

EXAMEN FINAL - PRIMERA PART

Juny 2011

1. a) (3 punts) Sigui $A \in \mathbf{R}^n$ un conjunt mesurable, i $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \overline{\mathbf{R}}$ una funció mesurable.

Digueu quan existeix, i doneu la definició, de $\int_A f$. Proveu que $\left| \int_A f \right| \leq \int_A |f|$.

- b) (2 punts) Enuncieu el teorema de Fubini en \mathbf{R}^2 .

2. (10 punts) Sigui $a > 1$, i $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid \frac{x}{a} \leq y \leq x, \frac{1}{x} \leq y \leq \frac{a}{x}\}$.

Proveu que les equacions $u = \frac{y}{x}$, $v = xy$, defineixen un canvi de variable en $(0, +\infty)^2$.

Calculeu $\int_A xy \, dx \, dy$.

3. (10 punts) Sigui $f(x, y, z) = \frac{z^2 e^{-(x^2+y^2+z^2)}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}$.

Sigui A el conjunt mesurable $\{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z > \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 + z^2 > 1\}$.

Calculeu $\int_A f$.

ENTREGUEU ELS EXERCICIS EN FULLS SEPARATS

POSEU EL NOM EN TOTS ELS FULLS