

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

ESCRIVIU ELS VOSTRES NOM, COGNOMS I GRUP EN CADA FULL

1. a) Trobeu el desenvolupament de Taylor d'ordre 2 de la funció $f(x, y) = e^{x-y} \sin(x + y)$ al voltant de l'origen.
b) Calculeu el límit següent:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - f(y, x) - 3x^2 + y^2}{x^2 + y^2}.$$

Justifiqueu detalladament les respostes.

2. a) Enuncieu el teorema de la funció implícita.
b) Demostreu que l'equació $x \log(1 + xy) + y \cos(z^2) + ze^{-x} = 0$ defineix una funció implícita $z = g(x, y)$ en un entorn del punt $(1, 0, 0)$, i calculeu la diferencial de g en el punt $(1, 0)$.
c) És la funció $h(x, y) = (g(x^2, y), xg(x, y))$ un difeomorfisme local en el punt $(1, 0)$?
Justifiqueu detalladament les respostes.

3. a) Sigui $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una funció diferenciable en un punt $a \in \mathbb{R}^n$. Demostreu que si a és un extrem relatiu de f llavors

$$\frac{\partial f}{\partial x_j}(a) = 0, \quad \text{per a } j = 1, \dots, n.$$

- b) Calculeu els extrems relatius de la funció $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida per $f(x, y) = x(1 + y)$.
c) Calculeu els extrems absoluts de f restringida al conjunt

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 \}.$$

Justifiqueu detalladament les respostes.

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

ESCRIVIU ELS VOSTRES NOM, COGNOMS I GRUP EN CADA FULL