

**Problema 50.**

1. Trobeu els divisors elementals i els factors invariants de tots els grups abelians d'ordre 200.

**Solució:**

La descomposició de 200 com a producte de primers és,  $200 = 2^3 \cdot 5^2$ , per tant, podem classificar els factors invariants, de manera que si  $G \simeq C_{d_1} \times \dots \times C_{d_r}$ , tal que  $|G| = d_1 \cdot \dots \cdot d_r$  aleshores els factor invariants compleixen que  $d_1 | d_2, \dots, d_{r-1} | d_r$ . Per trobar els divisors elementals  $f_i$  cal dividir el factor invariant  $f_i = d_i / d_{i-1} \forall i > 1$ , tenint en compte que  $f_1 = d_1$ . Finalment doncs, obtenim les següents taules:

Factors invariants			Divisors elementals		
2	$2 \cdot 5$	$2 \cdot 5$	2	5	1
2	2	$2 \cdot 5^2$	2	1	$5^2$
2	$2^2 \cdot 5^2$		2	$2 \cdot 5^2$	
$2 \cdot 5$	$2^2 \cdot 5$		$2 \cdot 5$	2	
5	$2^3 \cdot 5$		5	8	
$2^3 \cdot 5^2$			$5^2 \cdot 2^3$		

2. Classifiquen el grup abelià  $Z/(2) \oplus Z/(5) \oplus Z/(20)$ .

**Solució:**

Com podem veure, el grup  $Z/(2) \oplus Z/(5) \oplus Z/(20)$  té ordre 200, per tant, els seus factors invariants i els divisors elementals han de coincidir amb algun dels esmentats a la taula anterior. Com que 2 i 5 són primers, tenim que el grup  $Z/(2) \oplus Z/(5) \simeq Z/(10)$  i per tant,  $Z/(2) \oplus Z/(5) \oplus Z/(20) \simeq Z/(10) \oplus Z/(20)$ . Aquest grup el podem classificar segons la llista de l'apartat 1; els seus factors invariants són  $(2 \cdot 5, 2^2 \cdot 5)$  i els seus divisors elementals són  $(2 \cdot 5, 2)$ .