

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

ESCRIVIU ELS VOSTRES NOM, COGNOMS I GRUP EN CADA FULL

1. Considereu la funció definida per  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

- (a) Calculeu el domini de  $f$ ,  $D(f)$ .
- (b) És  $f : D(f) \rightarrow \mathbb{R}$  exhaustiva?
- (c) És  $f$  injectiva? És  $f|_{D(f) \cap [0, +\infty)}$  injectiva?
- (d) Calculeu  $f^{-1}([2, 3])$ .
- (e) Calculeu  $f((0, 1))$ .

Justifiqueu detalladament les respostes.

2. Per a cada  $a > 0$  i  $b \in \mathbb{R}$ , sigui  $f_{a,b} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funció definida per

$$f_{a,b}(x) = \begin{cases} \frac{x+b}{\sqrt{x^6+2x^4+4}-\sqrt{x^6+x^4+1}}, & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{\sin(x^a)}{x^2}, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

- (a) Determineu els valors d' $a > 0$  i  $b \in \mathbb{R}$  per als quals  $f_{a,b}$  és contínua en  $x = 0$ .
- (b) Calculeu  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_{a,b}(x)$  i  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_{a,b}(x)$ .

Justifiqueu detalladament les respostes.

3. (a) Enuncieu el teorema de Bolzano.
- (b) Enuncieu el teorema de Weierstrass.

ESCRIVIU LA RESPOSTA A CADA PREGUNTA EN UN FULL DIFERENT

ESCRIVIU ELS VOSTRES NOM, COGNOMS I GRUP EN CADA FULL