

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika

Marcel Blagotinšek, Peter Milivojević

**Maximum number of edges in a connected graph with n
vertices and diameter d**

Skupinski projekt

Kratek opis

Advisers: doc. dr. Janoš Vidali,
prof. dr. Riste Škrekovski

Ljubljana, 2023

1. NAVODILO NALOGE

A connected graph with diameter d on n vertices with the minimal number of edges will be a tree and henceforth, it will have $n - 1$ edges. It will be harder to answer which graphs on a fixed number of vertices n and fixed diameter d have the maximal number of edges. We want to analyse the structure of such graphs. So, for a fixed number of vertices n and a fixed diameter d , when these two values are small, apply an exhaustive search. Next, for larger n and d , apply some metaheuristic. Try to obtain some specific properties of these graphs. Verify for how large n and d your exhaustive search and your metaheuristic implementations are efficient.

2. OPIS PROBLEMA

Želiva poiskati povezane grafe na n vozliščih s premerom d , ki bodo imeli maksimalno število povezav. Najin cilj je, na podlagi testiranja oz. generiranja, pridobiti kar se da dober vpogled v strukturo teh grafov in posledično ugotoviti, če za njih veljajo kakšne posebne lastnosti. Za majhne vrednosti n in d , se bova problema lotila z generiranjem grafov, za večje pa bova uporabila metodo simulated annealing. Ugotavljala bova tudi učinkovitost najinih metod v odvisnosti od vrednosti n in d .

3. POTEK DELA

Ideja prve faze projekta t.i. exhaustive search-a je, da z generiranjem vseh možnih povezanih grafov na n vozliščih s premerom d , poiščeva tiste, ki imajo maksimalno število povezav. To bova počela za majhne vrednosti n in d . Kako majhne, bo odvisno od časovne zahtevnosti samega algoritma, kajti je pričakovati, da bo že pri ne malo od 5 večjih vrednostih n algoritem počasen. Na podlagi generiranja grafov za različne n in d bova poskušala ugotoviti kakšne lastnosti, tako strukturne kot vizualne, lahko pripiševa tem grafom. Naraščanje/padanje števila povezav v odvisnosti od števila vozlišč oz. premetra bova prikazala tudi s pomočjo grafa, ki se bo morda obnašal podobno kot kakšna znana funkcija, kar bo vsekakor pomagalo pri oceni števila povezav za večje vrednosti n in d . Kot omenjeno bova poskusila najti kakšno formulo za maksimalno število povezav pri številu vozlišč n in premeru d . Tako pridobljene formule, četudi bo morda držala, ne bova dokazovala in jo bova posledično uporabila kot oceno v primeru generiranja grafov. Na koncu bova poleg ugotovitev glede lastnosti grafov v poročilu zapisala tudi pri kako velikih vrednostih n in d je najin algoritem prenehal učinkovito delovati. V drugi fazi projekta se bova problema lotila z metahevrstično metodo simulated annealing. Začela bova z nekim začetnim povezanim grafom G , ki bo ustrezal pogoju n in d , nato pa bova dodala povezavo iz množice povezav komplementa grafa G . V kolikor bo premer grafa $G + e$ ostal isti, imamo nov graf, ki ima isti premer vendar povezavo več. Če bo premer novega grafa manjši od d , pa bova poiskala vozlišči u in v na maksimalni razdalji in odstranjevala povezave iz poti med u in v toliko časa, dokler ne bo premer spet d . Seveda se lahko zgodi, da bo premer večji od d , takrat pa bova spet poiskala vozlišči u in v na maksimalni razdalji in dodajala neke povezave na poti med u in v toliko časa, dokler ne bo premer spet d . Povezave bova morala dodajati med ustreznimi vozlišči. Torej, če bo nov premer $d + 1$, bova dodala povezavo med vozliščema na oddaljenosti 2. Pri tem se zavedava, da z neko verjetnostjo v nekem koraku vzameva graf z manj povezavami, ki pa je morda boljše izhodišče za naprej. Tudi tukaj bova

začela na manjših vrednostih, in s tem preverila, če najin algoritem deluje, nato pa n in d povečevala. Tudi v drugi fazi projekta bova pozorna na efektivnost oz. časovno zahtevnost, ter bova ugotovitve glede tega zapisala v poročilu. Algoritme in programe bova v obeh fazah pisala v CoCalc Jupyter notebook-u.