AULA PRÁTICA Nº 3 – FUNÇÕES BOOLEANAS

Tópicos

- Termos mínimos e máximos de uma função booleana; formas canónicas
- Minimização de funções booleanas pelo método de Karnaugh.
- Condições irrelevantes (*don't care*)
- Síntese de circuitos lógicos

Definições

Termo mínimo de ordem i (m_i): *Produto lógico das n variáveis booleanas independentes, em que cada uma delas aparece uma e uma só vez, não complementada ou complementada consoante toma valores 1 ou 0, respectivamente, na i-ésima combinação das variáveis independentes.*

Termo máximo de ordem i (M_i): *Soma lógica das n variáveis booleanas independentes, em que cada uma delas aparece uma e uma só vez, não complementada ou complementada consoante toma valores 0 ou 1, respectivamente, na i-ésima combinação das variáveis independentes.*

Formas canónicas de uma função booleana

1ª Forma Canónica: $$f(x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}) = \sum_{i=0}^{2^n-1} f_i m_i$$ (Soma de produtos)

2ª Forma Canónica: $$f(x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}) = \prod_{i=0}^{2^n-1} \left(f_i + M_i \right)$$ (Produto de somas)

3ª Forma Canónica: $$f(x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}) = \overline{\prod_{i=0}^{2^n-1} \overline{f_i m_i}}$$

4ª Forma Canónica: $$f(x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}) = \overline{\sum_{i=0}^{2^n-1} \overline{f_i + M_i}}$$

Exercícios

1 Determine as formas canónicas da seguinte função booleana

$$f(x,y,z) = \bar{x}y + \bar{z} + x\bar{y}z$$

2 Relativamente às variáveis independentes *x*, *y*, e *z*, determine as formas canónicas das funções booleanas *f*, *g* *h* e *w* expressas na seguinte tabela de verdade

x	y	z	f	g	h	w
0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0	1

3 Determine as formas mais simples (em soma de produtos) das seguintes funções:

a) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m(0,1,2,4,6,9,11)$

b) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m(0,2,4,5,6,8,10,12,14)$

c) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m(0,1,4,5,8,9,10,11,12,14)$

d) $f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(0,2,4,5,6,8,9,10,12,14,17,18,20,24,25,28,30)$

4 Determine as formas mais simples (em soma de produtos) das duas funções seguintes. Compare os resultados obtidos e comente.

a) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m(0,1,4,5,12,13)$

b) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \prod M(2,3,6,7,8,9,10,11,14,15)$

5 Por vezes, a saída que corresponde a uma dada combinação das variáveis de entrada não se conhece ou é irrelevante. Esta circunstância pode ajudar na simpificação da função booleana, pois dá liberdade para se criarem novas adjacências no mapa de Karnaugh. Simplifique então as seguintes funções:

a) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m(4,5,6,8,9,10,13) + \sum d(0,7,15)$

b) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \sum m(1,3,5,7,9) + \sum d(6,12,13)$

c) $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = \prod M(1,2,3,11,12,14) \bullet \prod D(0,7,15)$

6 Mostre, através de um exemplo com 4 variáveis independentes, que uma função booleana pode admitir mais que uma forma mínima.

7 Preencha mapas de Karnaugh de 4 variáveis de forma a encontrar funções que obedeçam aos seguintes critérios:

a) A soma de produtos mínima e o produto de somas mínimo têm o mesmo nº de termos e variáveis.

b) A soma de produtos mínima tem menos termos e variáveis que o produto de somas mínimo.

c) O produto de somas mínimo tem menos termos e variáveis que a soma de produtos mínima.

8 Considere uma função booleana de 4 variáveis que assume o valor lógico 1 sempre que um nº ímpar de variáveis independentes vale 1.

a) Construa a correspondente tabela de verdade

b) Exprima a função nas 1ª e 2ª formas canónicas

c) Determine uma expressão mínima na forma de soma de produtos.

d) Tente exprimir a função com base na operação “ou exclusivo” (símbolo ‘$\oplus$’).