

Algorytmy online: lista 12

Zadanie 1. (2 pkt.) W problemie drzewa Steinera dany jest n -wierzchołkowy graf z wyróżnionym wierzchołkiem r . Wejście jest ciągiem wierzchołków grafu; jeśli na wejściu pojawia się wierzchołek v , algorytm musi zwrócić pewną ścieżkę łączącą r z v . W każdym momencie rozwiązaniem algorytmu jest zatem pewne drzewo łączące r i wszystkie żądania, zaś jego kosztem jest sumaryczna waga krawędzi tego drzewa. Skonstruuj randomizowany $O(\log n)$ -konkurencyjny algorytm dla tego problemu.

Wskazówka: Skonstruuj 1-konkurencyjny algorytm online ALG, gdy grafu będącego drzewem. Przybliż graf losowym drzewem konstrukcją FRT z wykładu i uruchom na tym drzewie ALG.

Zadanie 2. (2 pkt.) Mamy do dyspozycji k -konkurencyjny algorytm dla problemu k serwisantów dla drzew.¹ Dany jest n -wierzchołkowy graf. Skonstruuj randomizowany $O(k \cdot \log n)$ -konkurencyjny algorytm dla tego grafu.

Zadanie 3. (2 pkt.) Drzewo T otrzymane w przedstawionej na wykładzie konstrukcji FRT składa się z liści odpowiadających wierzchołkom grafu V i wierzchołków wewnętrznych V' . Pokaż, jak na podstawie T skonstruować drzewo T' , w którym zbiór wierzchołków jest równy V a odległości w T' między dowolną parą $v, w \in V$ różnią się od odległości w T co najwyżej $O(1)$ razy. *Wskazówka:* usuwaj niektóre krawędzie.

Zadanie 4. W pewnym kraju linia brzegowa jest prostą oddzielającą brzeg od morza. Pewien kapitan odpłynął od brzegu na odległość 1 km, rzucił kotwicę i zrobił wielką balangę. Kiedy następnego dnia obudził się na kacu, nie wiedział skąd ani jak się tu wziął; pamiętał tylko, że od odpłynął od brzegu na odległość 1 km. Oczywiście panuje gęsta mgła a kapitan jest głuchy i ślepy. Na pokładzie nie ma krowy, która mogłaby pomóc znaleźć mu brzeg, jest to zatem zadanie dla Ciebie. (Jest to wariant poszukiwania prostej na płaszczyźnie: tym razem wiadomo tylko, że prosta jest w odległości równej 1).

- a) (2 pkt.) Skonstruuj deterministyczny algorytm, którego współczynnik ścisłej konkurencyjności wynosi dokładnie $1 + 2 \cdot \pi$.
- b) (2 pkt.) Skonstruuj deterministyczny algorytm, którego współczynnik ścisłej konkurencyjności jest mniejszy niż $1 + 2 \cdot \pi$.

Marcin Bienkowski

¹Przedstawiony na wykładzie algorytm DOUBLE COVERAGE można łatwo rozszerzyć do drzew: do żądania przesuwa on ze stałą prędkością “niezasłoniętych” serwisantów. (Serwisant x jest niezasłonięty jeśli ścieżka od żądania do x nie zawiera innych serwisantów).