

# Algorytmy online

## Lista 4

**Zadanie 1 (2 pkt.)** Rozważmy deterministyczny algorytm HALF-MTF dla statycznej reorganizacji listy, który obsługuje odwołanie do elementu  $x$  w następujący sposób: jeśli jest to parzyste odwołanie do elementu  $x$ , to  $x$  zostaje przeniesiony na początek. Pokaż, że HALF-MTF jest 3-konkurencyjny.

**Zadanie 2 (4 pkt.)** Rozważ algorytm RAND-MTF dla problemu reorganizacji listy o długości  $\ell$ , który w przypadku odwołania do elementu  $x$  przesuwa go na początek listy z prawdopodobieństwem  $1/2$ . Udowodnij, że współczynnik konkurencyjności tego algorytmu wynosi co najmniej  $2 - O(1/\sqrt{\ell})$ .<sup>1</sup>

Wskazówka: Niech początkowa lista zawiera elementy  $x_1, x_2, \dots, x_\ell$ . Załóż, że współczynnik wynosi  $2 - \epsilon$  i rozważ ciąg odwołań do elementów  $x_\ell^k, x_{\ell-1}^k, \dots, x_1^k$  powtórzony wiele razy.

**Zadanie 3 (4 pkt.)** Na wykładzie zaprezentowany został algorytm RAND dla problemu pamięci podręcznej, który — w przypadku chybienia — wyrzuca z pamięci podręcznej losową stronę. Pokaż, że konkurencyjność takiego algorytmu wynosi co najmniej  $k$ .<sup>2</sup>

*Marcin Bienkowski*

---

<sup>1</sup>Można zastąpić  $O(1/\sqrt{\ell})$  inną funkcją malejącą wraz z  $\ell$ .

<sup>2</sup>Na wykładzie wspomniałem, że  $k$ -konkurencyjność algorytmu RAND zachodzi również dla silniejszego, adaptującego się adversarza. Należy rozwiązywać to zadanie, jak gdyby tej uwagi nie było, tj. pokazać dolne ograniczenie wykorzystując słabszego adversarza, który nie widzi bitów losowych algorytmu (czyli takiego, jak rozważaliśmy do tej pory).