

Algorytmy online: lista 2

Zadanie 1. (2 pkt.) Aby zrobić miejsce w pamięci podręcznej, algorytm FIFO usuwa z niej stronę, która była tam najdłużej. Pokaż, że FIFO jest nie jest algorytmem zaznaczającym. Pokaż, że FIFO jest k -konkurencyjny.

Zadanie 2. (2 pkt.) LFU (*Least Frequently Used*) to algorytm, który z każdą stroną wiąże licznik określający, ile odwołań wystąpiło do tej strony. Zapisanie strony w pamięci podręcznej lub wyrzucenie jej stamtąd nie powoduje zerowania takiego licznika. Aby zrobić miejsce w pamięci podręcznej, LFU wyrzuca z niej stronę o najmniejszej wartości licznika. Pokaż, że LFU nie jest konkurencyjny.

Zadanie 3. (2 pkt.) Celem tego zadania jest udowodnienie, że konkurencyjność dowolnego algorytmu deterministycznego DET dla problemu pamięci podręcznej wynosi co najmniej k . Załóżmy, że algorytm DET startuje z pełną pamięcią podręczną. Rozważ ciąg wejściowy σ^n o długości n składający się z $k + 1$ różnych stron, w którym przeciwnik zawsze pyta o stronę, której DET nie ma w pamięci podręcznej.

- a) Pokaż, że $\text{OPT}(\sigma^n) \leq 1 + n/k$. *Wskazówka: jak na ciągu σ^n zachowa się algorytm Longest Forward Distance?*
- b) Wywnioskuj, że $\text{DET}(\sigma^n) \geq k \cdot \text{OPT}(\sigma^n) - k$.
- c) Jak z poprzedniego punktu wynika dolne ograniczenie na konkurencyjność DET?

Zadanie 4. Załóżmy, że algorytm dysponuje pamięcią podręczną o rozmiarze k , a optymalny algorytm pamięcią o rozmiarze $h \leq k$.

- a) (1 pkt.) Pokaż, że dowolny deterministyczny algorytm zaznaczający jest $\frac{k}{k-h+1}$ -konkurencyjny.
- b) (3 pkt.) Pokaż, że konkurencyjność dowolnego algorytmu deterministycznego (niekoniecznie zaznaczającego) wynosi co najmniej $\frac{k}{k-h+1}$.

Marcin Bienkowski