

Algorytmy online

Lista 9

Zadanie 1 Chcemy za pomocą jednej transakcji zamienić jednego bitcoina na złotówkę w ciągu najbliższych T dni. Każdego dnia dowiadujemy się, jaki jest kurs danego dnia; jest on dowolną liczbą rzeczywistą z zakresu $[1, M]$. Wartości T i M są znane algorytmowi od początku.

- (1 pkt.) Skonstruuj deterministyczny algorytm, który będzie ścisłe \sqrt{M} -konkurencyjny.
- (2 pkt.) Skonstruuj randomizowany algorytm, który będzie ścisłe $O(\log M)$ -konkurencyjny.

Zadanie 2 (2 pkt.) Rozważmy problem k serwisantów na okręgu, tj. przestrzeń, w której występują odwołania jest okręgiem, a odległość między dwoma punktami okręgu jest najkrótszą odległością liczoną wzduż okręgu. Rozważmy następujący randomizowany algorytm CIRC:

Na początku sekwencji wejściowej wybierz losowo jeden punkt P z okręgu. P jest barierą, która dzieli okrąg na odcinek (o początku i końcu w punkcie P). Następnie do obsługi żądań CIRC uruchamia algorytm DOUBLE COVERAGE na tym odcinku (tj. nigdy nie przekracza punktu P).

Pokaż, że CIRC jest $2k$ -konkurencyjny.

Zadanie 3 (3 pkt.) Rozważmy następujący algorytm rozwiązujejący problem 2 serwisantów na płaszczyźnie euklidesowej. Aby obsłużyć żądanie w punkcie r , algorytm wykonuje następujące kroki:

- Niech x będzie serwisantem bliższym r zaś y dalszym (remisy rozstrzygamy dowolnie).
- Przesuń y o $\frac{1}{2} \cdot (d(x, r) + d(x, y) - d(y, r))$ w stronę x .¹
- Przesuń x do r .

Pokaż, że powyższy algorytm jest $O(1)$ -konkurencyjny. *Wskazówka:* wykorzystaj funkcję potęgę podobną do tej wykorzystywanej w algorytmie DOUBLE COVERAGE.

Zadanie 4 (2 pkt.) Rozważmy graf czterowierzchołkowy będący kwadratem o równych długościach krawędzi. Rozważmy następujący algorytm randomizowany ALG dla problemu dwóch serwisantów w tym grafie. ALG rozpoczyna z serwisantami w dwóch różnych wierzchołkach. Aby obsłużyć żądanie w punkcie r :

- jeśli ALG ma serwisanta w r , to nic nie robi;
- w przeciwnym przypadku do r przesuwany jest ten z serwisantów, który jest bliższy r ;
- jeśli obaj serwisanci mają taką samą odległość do r , to serwisant do przesunięcia wybierany jest przez rzut monetą.

Pokaż, że ALG jest $O(1)$ -konkurencyjny. Jakie jest najlepsze ograniczenie jakie potrafisz podać?

Marcin Bienkowski

¹Na prostej algorytm zachowuje się jak DOUBLE COVERAGE.