

# Algorytmy online: lista 11

**Zadanie 1. (2 pkt.)** Przypomnijmy, że algorytm MOVE-TO-MIN (MTM) dla problemu migracji pliku. na końcu fazy przenosił plik do wierzchołka  $\arg \min_x \sum_{i=1}^D d(x, r_i)$ . Algorytm MOVE-TO-LOCAL-MIN (MTLM) jest jego modyfikacją, która przenosi plik do wierzchołka  $\arg \min_x D \cdot d(v_{\text{ALG}}, x) + 2 \cdot \sum_{i=1}^D d(x, r_i)$ . W powyższym wzorze  $v_{\text{ALG}}$  jest wierzchołkiem, w którym algorytm ma plik w trakcie fazy. Pokaż, że konkurencyjność algorytmu MTLM wynosi co najmniej 5.<sup>1</sup>

*Wskazówka:* najprościej wykorzystać do tego celu program liniowy z poprzedniej listy. Wystarczy dopisać w nim wymaganie `potential_start = potential_end`; i odpowiednio zmienić 3 wiersze definiujące algorytm.

**Zadanie 2.** W tym i następnym zadaniu rozważamy problem migracji pliku na grafie o dwóch wierzchołkach  $v_0$  i  $v_1$  połączonych krawędzią długości 1, gdzie rozmiar pliku jest równy  $D \in \mathbb{N}$ , zaś algorytm bezpośrednio po zobaczeniu żądania w kroku  $t$  i zapłaceniu za nie oblicza funkcję pracy  $w_t$ .

- a) (1 pkt.) Niech  $W_t = (w_t(v_0) + w_t(v_1))/2$ . Pokaż, że dla dowolnego wejścia  $\sigma$  o długości  $T$  zachodzi  $W_T \leq \text{OPT}(\sigma) + O(D)$ .
- b) (3 pkt.) Niech  $v_i$  będzie wierzchołkiem, w którym algorytm DET ma obecnie plik. Jeśli  $w_t(v_i) \geq w_t(v_{1-i}) + D$ , to DET przenosi plik do  $v_{1-i}$ . Pokaż, że DET jest  $O(1)$ -konkurencyjny. Jakie najlepsze oszacowanie potrafisz uzyskać?

**Zadanie 3. (4 pkt.)** Rozważmy model, w którym OPT musi przechowywać plik w jednym z wierzchołków, ale algorytm online może przechowywać plik w dowolnym miejscu krawędzi pomiędzy wierzchołkami  $v_0$  i  $v_1$ . Zakładamy że  $v_0$  ma współrzędną 0 zaś  $v_1$  współrzędną 1. Po obliczeniu funkcji pracy  $w_t$ , algorytm CONT przenosi plik do punktu o współrzędnej

$$p_t = \frac{1}{2} + \frac{w_t(v_0) - w_t(v_1)}{2D}.$$

Pokaż, że CONT jest  $O(1)$ -konkurencyjny. Jakie najlepsze oszacowanie potrafisz uzyskać?

Marcin Bieńkowski

---

<sup>1</sup>Możesz założyć, że  $D$  jest wielokrotnością wybranej przez Ciebie liczby.