

# Algorytmy online: lista 3

**Zadanie 1. (3 pkt.)** Rozważmy wariant problemu MTS (*Metrical Task System*) z metryką dyskretną  $n$ -elementową, gdzie odległość między każdymi dwoma różnymi punktami wynosi  $D \in \mathbb{N}$ . W każdym kroku wektor kar zawiera tylko zera i jedynki. Skonstruuj  $O(\log n)$ -konkurencyjny randomizowany algorytm. *Wskazówka: zrandomizuj deterministyczny algorytm zaznaczający z wykładu.*

**Zadanie 2. (2 pkt.)** Rozważmy następujące algorytmy dla problemu reorganizacji listy długości  $\ell$ .

- Algorytm TRANSPOSE po dostępie do elementu  $x$  przesuwa  $x$  o jedno miejsce w stronę początku listy.
- Algorytm FREQUENCY COUNT po każdym żądaniu reorganizuje listę, tak żeby była posortowana pod względem częstotliwości wystąpienia elementów w już widzianej części sekwencji wejściowej.

Pokaż, że konkurencyjność obu tych algorytmów wynosi  $\Omega(\ell)$ .

**Zadanie 3. (3 pkt.)** Wykorzystując funkcję potencjału, pokaż, że dla listy dwuelementowej algorytm MOVE TO FRONT jest  $4/3$ -konkurencyjny. Funkcja potencjału nie powinna zależeć od historii, tylko od bieżącego stanu listy OPT i MTF.

**Zadanie 4. (2 pkt.)** Wykorzystując funkcję potencjału, pokaż, że algorytm, który kupuje narty dnia  $B$ , jest 2-konkurencyjny. Funkcja potencjału może zależeć od stanu algorytmu, stanu OPT i numeru dnia.

Marcin Bienkowski