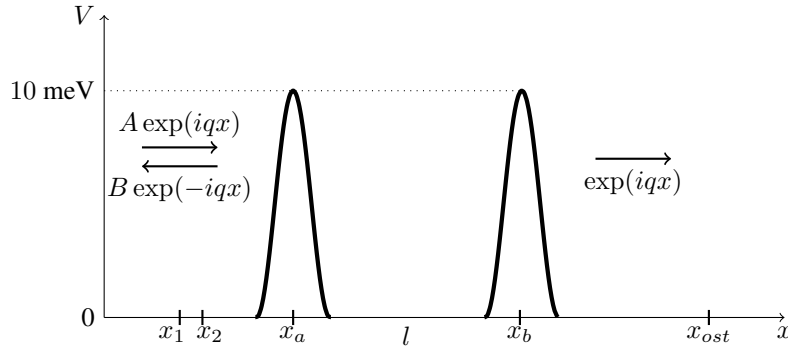


Jednowymiarowe problemy rozproszeniowe

20 października 2025



1 opis metody

Problem rozpraszania na podwójnej barierze rozwiążemy metodą różnic skończonych. Przyjmijmy krok siatki $\Delta x = 0.5$ nm. Zbadamy przypadek gładkiego potencjału barier, danego przez (zgodnie z rysunkiem):

$$V(x) = \begin{cases} V_{max}(1 + \cos(2\pi(x - x_a)/w))/2, & x_a - w/2 \leq x \leq x_a + w/2 \\ V_{max}(1 + \cos(2\pi(x - x_b)/w))/2, & x_b - w/2 \leq x \leq x_b + w/2 \\ 0, & \text{pozostałe } x \end{cases}$$

gdzie $w = 20\Delta x$, $x_a = 110\Delta x$, $x_b = 230\Delta x$, $V_{max} = 10$ meV. Za barierą i przed barierą przyjmijmy po 100 oczek siatki (łącznie 340 oczek siatki).

Przyjmając $m = 0.067m_0$. Energia elektronu $E = \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$ związana jest z wektorem falowym q w obszarze gdzie potencjał jest równy zero ($q = \sqrt{2mE/\hbar^2}$).

Elektron pada na barierę z lewej strony. Na lewo od bariery mamy fale padającą i odbitą, $\Psi_{<} = A \exp(iqx) + B \exp(-iqx)$, a za prawą barierą tylko falę, którą przeszła $\Psi_{>} = D \exp(iqx)$.

Na ostatnim punkcie siatki x_{ost} mamy prawo przyjmując, $\Psi_{x>l}(x_{ost}) = 1$. Wtedy, z formy funkcji falowej za barierą wiemy, że $\Psi_{>}(x_{ost} - \Delta x) = \exp(-iq\Delta x)$. Całku-

jemy zdyskretyzowane równanie Schrödingera $H\Psi = E\Psi$ od prawej strony do lewej $\Psi(x - \Delta x) = -\frac{2m}{\hbar^2}(E - V(x))\Delta x^2\Psi(x) - \Psi(x + \Delta x) + 2\Psi(x)$.

Do określenia prawdopodobieństwa przejścia i odbicia musimy znać A oraz B . By wyznaczyć wybieramy dwa sąsiednie punkty x_1 oraz x_2 , skrajne dwa na siatce po lewej stronie (rysunek). Zapisujemy układ równań

$$\Psi_1 = A \exp(iqx_1) + B \exp(-iqx_1), \quad (1)$$

$$\Psi_2 = A \exp(iqx_2) + B \exp(-iqx_2), \quad (2)$$

gdzie Ψ_1 oraz Ψ_2 to wartości funkcji falowej na ostatnich punktach siatki. Rozwiązanie układu równań:

$$A = \frac{\Psi_1 e^{iqx_1} - \Psi_2 e^{iqx_2}}{(e^{iqx_1})^2 - (e^{iqx_2})^2}, \quad B = -\frac{(-\Psi_2 e^{iqx_1} + e^{iqx_2} \Psi_1) e^{iqx_1 + iqx_2}}{(e^{iqx_1})^2 - (e^{iqx_2})^2}.$$

Prawdopodobieństwo odbicia, $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$ oraz przejścia $T = \frac{1}{|A|^2}$.

2 funkcja falowa

Weźmy $E = 7$ meV. Narysować kwadrat modułu funkcji falowej i potencjał. **20 pkt**
Policzyć A i B z powyższych wzorów i odtworzyć funkcję $\Psi_<$. Dorysować jej kwadrat modułu na poprzednim rysunku. **20 pkt**.

3 T(E),R(E)

Narysować $T(E)$ oraz $R(E)$ dla $E \in (0, 50\text{meV}]$ (nie obejmując $E = 0$). **40 pkt**

4 rezonanse

Proszę narysować kwadrat modułu z funkcji falowych dla czterech najniższych wartości energii, przy których $T(E) = 1$. **20 pkt**