Autor: Marcin Sitko

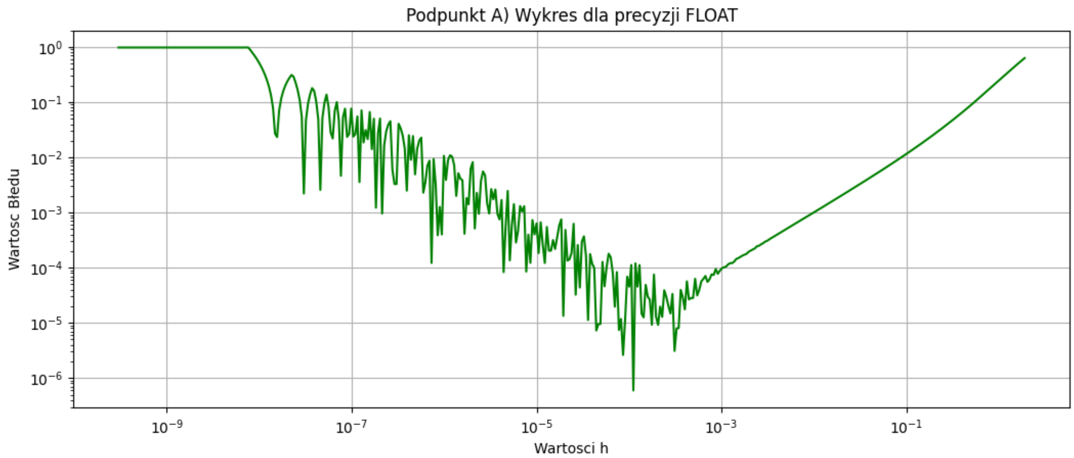
Sprawozdanie - NUM1

Zachowanie błędu : $|Dhf(x) - f'(x)|$ dla funkcji $f(x) = sin(x)$ oraz punktu $x = 0.2$ przy zmianie parametru h dla różnych typów zmiennoprzecinkowych

Podpunkt A)

$$D_h f(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Wykres dla typu FLOAT (float32)



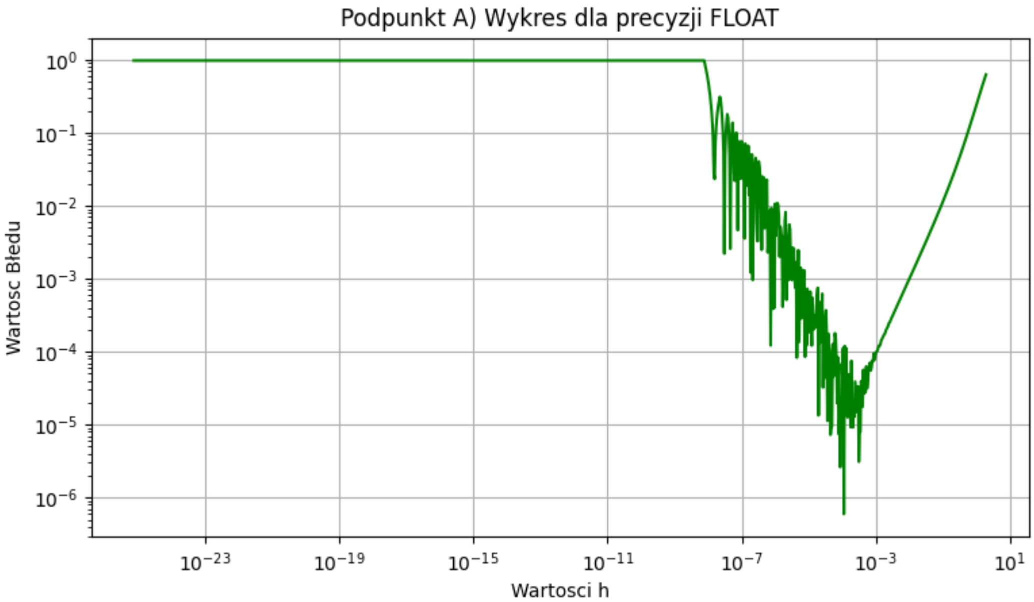
Wykres pokazuje nam zależność pomiędzy zmieniającą się wartością **h** a wartością błędu.

Widać, że błąd numeryczny występuje znaczniej częściej oraz wyraźniej zaznacza swoją obecność gdy wartość **h** osiąga coraz to mniejsze wartości.

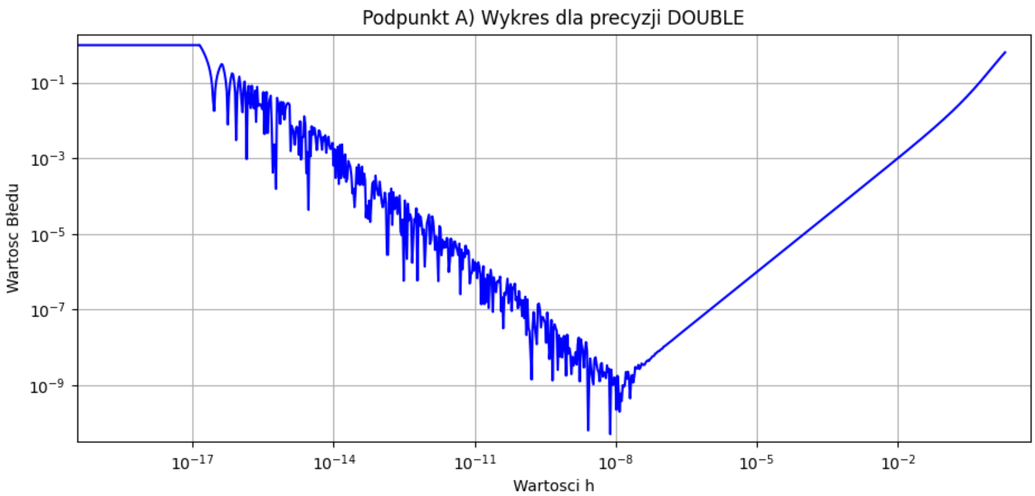
Jest to spowodowane tym, że wartości $f(x+h)$ oraz $f(x)$ są do siebie bardzo zbliżone, wówczas ich różnica $f(x+h) - f(x)$ będzie obarczona bardzo dużym ryzykiem wystąpienia błędu numerycznego Wynika to z faktu, że aby komputer mógł odejmować dwie liczby, Ich wykładniki musza być takie same a to w przypadku bardzo małych liczb zbliżonych do siebie może prowadzić do „obcięcia" cyfr znaczących – w efekcie skutkując znacznym błędem.

Na Wykresie można zauważyć, że gdy wartość **h** przekracza rząd wielkości: $1e-7$, błąd stabilizuję się, co spowodowane jest tym, iż skończyła się precyzja typu zmiennoprzecinkowego **float32** i błąd pozostaje rzędu 10.

Ten sam wykres, lecz nieco lepiej obrazujący zachowanie stabilizacji się błędu po przekroczeniu precyzji typu zmiennoprzecinkowego **float32** (float).



Wykres dla typu DOUBLE (float64)



Na wykresie widzimy sytuacje bardzo zbliżoną do tej którą można obserwować dla typu zmiennoprzecinkowego typu **float32.** Zasadnicza różnica znajduje się na osi X, można zauważyć iż błąd stabilizuje się dopiero gdy **h** przekroczy rząd wielkości $e-17$, ponieważ dla wartości 10^-17 kończy się precyzja typu zmiennoprzecinkowego **double.**

Dodatkowo na wykresie widać, że minimalna wartość błędu jest znacznie mniejsza w porównaniu do typu zmiennoprzecinkowego **float.**

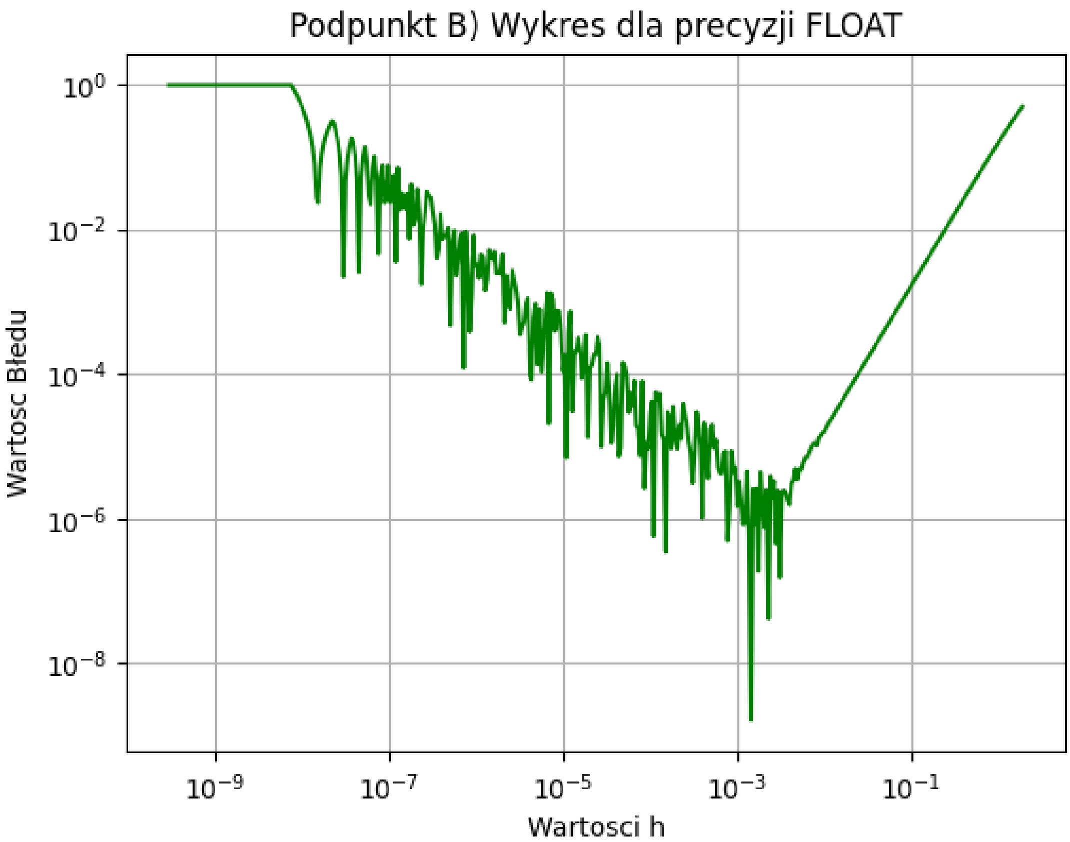
Dla Float najmniejsza wartość błędu wynosi: $5.9604645e-07$.

Natomiast dla typu Double najmniejsza wartość błędu wynosi: $5.153177884409388e-11$.

To oznacza, że dzięki typowi zmiennoprzecinkowemu **double** osiągamy dużo mniejszy błąd.

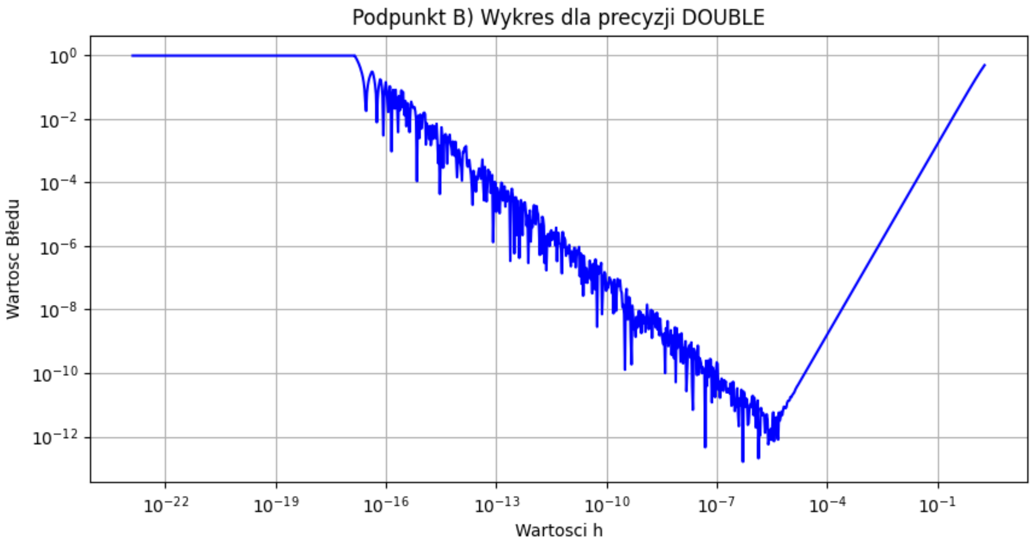
Podpunkt B)

$$D_h f(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$



Na wykresie z podpunktu **b)** widać, że błąd jest dużo mniejszy dla typu zmiennoprzecinkowego float32, najmniejsza wartość błędu wynosi: $1.6551152e - 09$

myślę ze jest to spowodowane tym, że wartości w liczniku : $f(x + h)\ oraz\ f(x - h)$ są od siebie bardziej oddalone niż wartości licznika a podpunktu **a)** $f(x + h)\ oraz\ f(x)$. Inaczej mówiąc różnica : $f(x + h) - f(x - h) > \ f(x + h) - f(x)$. Dodatkowo licznik z podpunktu **b)** jest podzielony przez **2h** czyli przez liczbę 2-krotnie większa niż w przypadku podpunktu **a)**



Najmniejsza wartość błędu dla typu zmiennoprzecinkowego **double:** $1.6120438317557273e - 13$

Dodatkowe eksperymentalne zadanie, wykresy funkcji e^x

Wykonałem także 3 dodatkowe wykresy

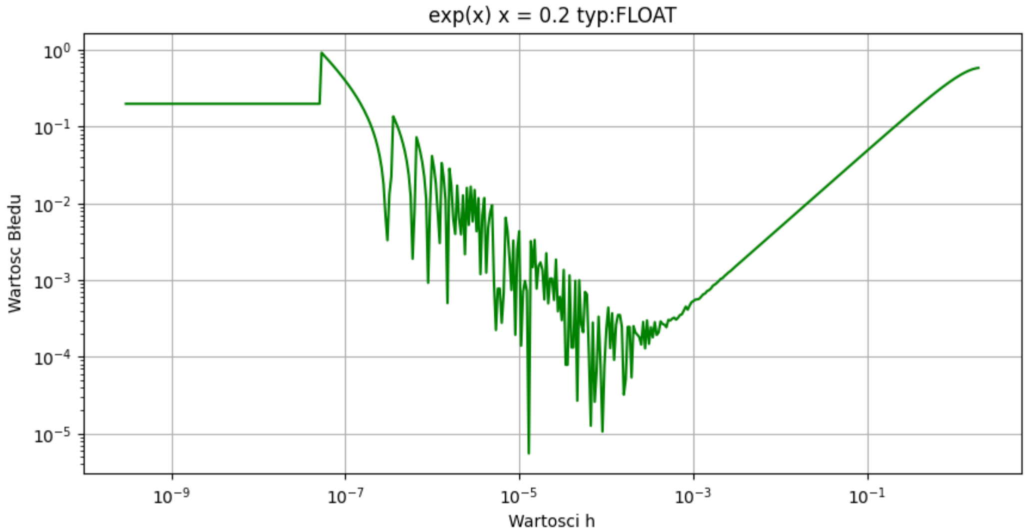
$$D_h f(x) = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$|Dhf(x) - f'(x)|$$

Dla funkcji $exp(x)$

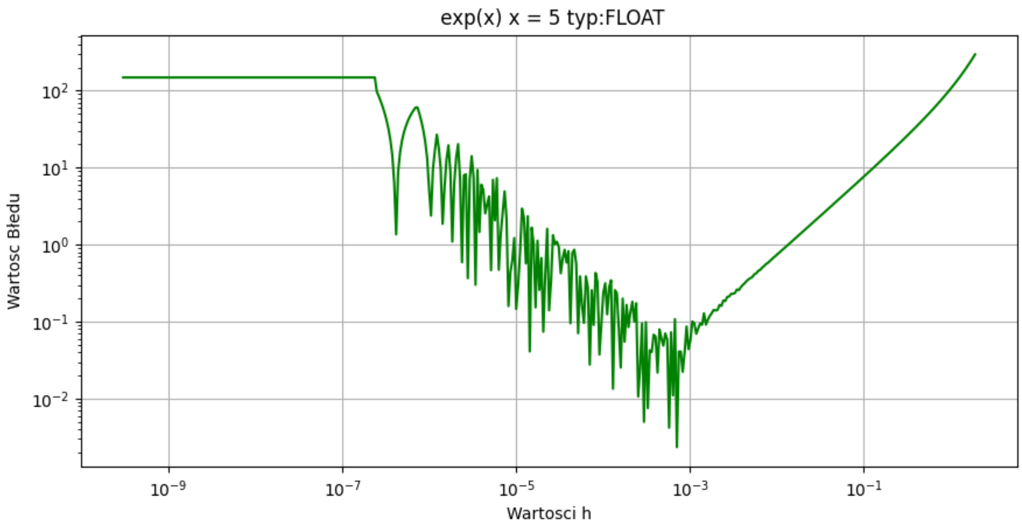
Przyjąłem 3 różne wartości x oraz zauważyłem pewną zależność maksymalnego błędu obliczeń w zależności od przyjętej wartości x

1) $X = 0.2$



Widać ze maksymalny błąd jest rzędu 10^{0}
Wykres dla funkcji $exp(x)$ zachowuje się bardzo podobnie do wykresów funkcji $sin(x)$

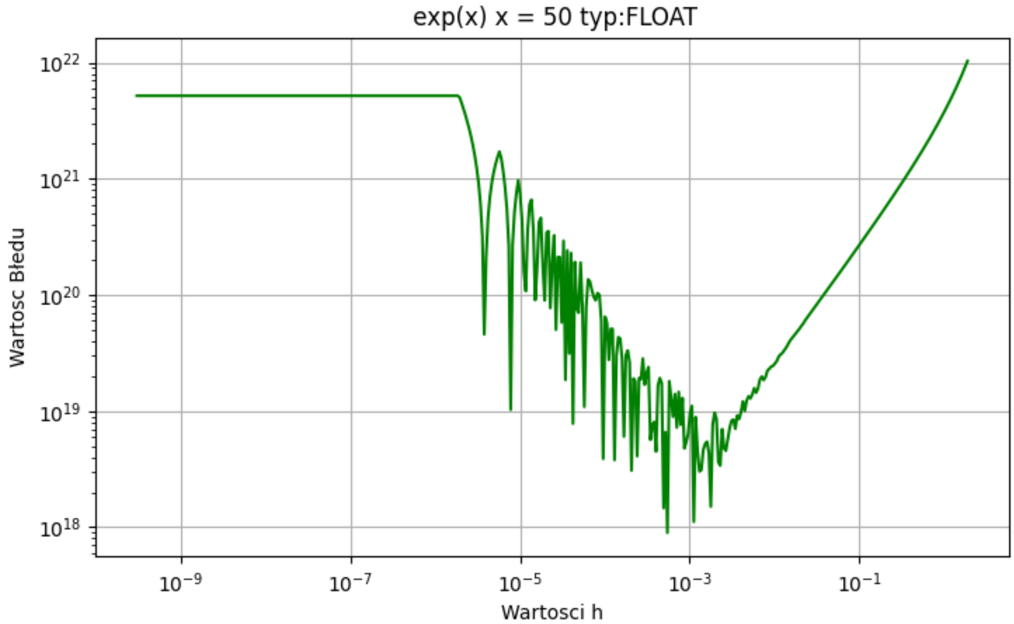
2) $X = 5$



Dla $x = 5$ maksymalny błąd rosnie do rzedu 10^{2}

X zostało powiekszyłem 25 razy natomiast błąd wzrósł zaledwie o 100%

3) $X = 50$



Dla x=50 maksymalny błąd jest rzędu 10^{22}
X powiekszylem 250 razy natomiast błąd wzrósł aż o 21 rzędów wielkosci

Wzrost maksymalnego błędu rośnie wykładniczo
Można go oszacować z góry jako przyblizenie funkcji wykładniczej zadanej wzorem:

$$Y = \left(\frac{3.98}{5} * 10^{\frac{1}{2}}\right)^{x}$$