Marcin Sarnecki 323034

Oblicz pochodną i podaj zbiór, na którym istnieje

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^4-x^8}}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^4-x^8}} = \frac{1}{(1-x^4-x^8)^{\frac{1}{2}}} = (1-x^4-x^8)^{-\frac{1}{2}}$$

Niech $f_1(x) = 1-x^4-x^8$, $g_1(x) = x^{-\frac{1}{2}}$

Wtedy $(g_1 \circ f_1)(x) = f(x)$ Korzystając z reguły łańcuchowej otrzymuję:

$$(g_1 \circ f_1)'(x) = g_1'(f(x))\, f_1'(x) = -\frac{1}{2}(1-x^4-x^8)^{-\frac{3}{2}} \cdot (1-x^4-x^8)' =$$

$$= \frac{-(-8x^7-4x^3)}{2(1-x^4-x^8)^{\frac{3}{2}}} = \frac{8x^7+4x^3}{2(1-x^4-x^8)^{\frac{3}{2}}} = \frac{4x^7+2x^3}{(1-x^4-x^8)^{\frac{3}{2}}}$$ szukana pochodna

$\sqrt{1-x^4-x^8} \neq 0$ $\quad 1-x^4-x^8 > 0$ $\quad$ Niech $t = x^4$

$$1-t-t^2 > 0$$

$\Delta = 5 \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$

$t_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{-2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \qquad t_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{-2} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

$t \in \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$

$x^4 = t$

$0 \leq x^4 < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$-\sqrt[4]{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} < x < \sqrt[4]{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$

zbiór, na którym pochodna istnieje

$$x \in \left(-\sqrt[4]{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}, \sqrt[4]{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}\right)$$