

Lista nr 6 z matematyki dyskretnej

1. Oblicz dwie ostatnie cyfry w rozwinięciu dziesiętnym liczby 71^{71} .

Wskazówka: przyda się chińskie twierdzenie o resztach.

2. Rozwiąż układ kongruencji:

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \\ x \equiv 4 \pmod{13} \end{cases}$$

3. Wykaż, że jeśli $2^n - 1$ jest liczbą pierwszą, to n jest liczbą pierwszą.

4. Wykaż, że jeśli $a^n - 1$ jest liczbą pierwszą, to $a = 2$.

5. Wykaż, że jeśli $2^n + 1$ jest liczbą pierwszą, to n jest potęgą liczby 2.

6. (-) Określ liczbę podzielną przez 7, która leży najbliżej liczby 10^{100000} .

7. Niech $a, b \in \mathbb{Z}$. Pokaż, że $a^3 | b^2$ implikuje $a | b^2$.

8. Pokaż, że $n^5 - n$ jest podzielne przez dla 30 każdego naturalnego n .

9. Podaj dwie ostatnie cyfry liczby $9^{8^{7^{6^{5^{4^{3^{2^1}}}}}}}$ w rozwinięciu dziesiętnym.

10. Z szachownicy 8×8 wyjmujemy jedno pole białe i jedno czarne. Czy w każdym wypadku pozostałą część szachownicy można pokryć kostkami domina?