Marcin Sarnecki quiz 1 Zasada indukcji 323034

Niech $N_{nieparzyste}$ oznacza zbiór liczb naturalnych nieparzystych.

Niech X będzie takim podzbiorem zbioru $N_{nieparzyste}$, że

1. $1 \in X$
2. dla wszystkich liczb naturalnych nieparzystych n spełniona jest implikacja: jeśli $n \in X$ to $(n+2) \in X$

Wtedy $X = N_{nieparzyste}$

Dowód: Przeprowadzę dowód nie wprost. Gdyby $X \neq N_{nieparzyste}$, to zbiór $N_{nieparzyste} - X$ byłby niepusty, więc z zasady minimum miałby element najmniejszy. Niech a będzie najmniejszą liczbą naturalną w zbiorze $N_{nieparzyste} - X$. Wtedy $a \neq 1$, bo $1 \in X$. Z faktu, że a jest najmniejszą liczbą naturalną nienależącą do X wnioskujemy, że $(a-2) \in X$. Wtedy z drugiego warunku otrzymujemy $a \in X$, więc otrzymaliśmy sprzeczność z założeniem $a \notin X$