

Marcin Sarnacki 323034 zadanie domowe 2.

- Udowodnij, że jeśli ciąg $\{a_n\}$ jest zbieżny, a ciąg $\{b_n\}$ jest rozbieżny do $+\infty$ (bran wystarczy $b_n \neq 0$), to ciąg $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ jest zbieżny do 0

Jeśli ciąg $\{a_n\}$ jest zbieżny, to jest on ograniczony.

Zatem $\exists M \forall n \in \mathbb{N} |a_n| \leq M$

$-M \leq a_n \leq M$ dla każdego $n \in \mathbb{N}$

Rozpatrzmy następujące 3 ciągi: $\left\{\frac{-M}{b_n}\right\}, \left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}, \left\{\frac{M}{b_n}\right\}$

Dla każdego $n \in \mathbb{N}$ mamy zachodzi: $\frac{-M}{b_n} \leq \frac{a_n}{b_n} \leq \frac{M}{b_n}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-M}{b_n} = 0$$

\nwarrow licznik jest stały
 \uparrow dąży do $+\infty$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M}{b_n} = 0$$

Zatem na mocy twierdzenia o 3 ciągach ciąg $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ jest zbieżny do 0