Marcin Sarnecki 323034

Zadanie 235.

Udowodnij, że jeśli $\{A_n\}_{n \in N}$ jest zstępującą rodziną zbiorów, to

$$\bigcup_{n=0}^{\infty} \bigcap_{i=0}^{n} A_i = \bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{i=0}^{n} A_i$$

Zauważmy, że $\bigcap_{i=0}^{n} A_i = A_n$, ponieważ $A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq A_{n-2} \subseteq \ldots \subseteq A_0$ z definicji rodziny zstępującej

Zauważmy, że $\bigcup_{i=0}^{n} A_i = A_0$, ponieważ $A_n \subseteq A_{n-1} \subseteq A_{n-2} \subseteq \ldots \subseteq A_0$

Wtedy $\bigcup_{n=0}^{\infty} \bigcap_{i=0}^{n} A_i = \bigcup_{n=0}^{\infty} A_n = A_0$

$$\bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{i=0}^{n} A_i = \bigcap_{n=0}^{\infty} A_0 = A_0$$

Zatem $\bigcup_{n=0}^{\infty} \bigcap_{i=0}^{n} A_i = \bigcap_{n=0}^{\infty} \bigcup_{i=0}^{n} A_i = A_0$