Marcin Sarnecki 323034 quiz 1 indukcja

- Wykaż, że dla dowolnego nieparzystego n liczba n^2-1 jest podzielna przez 8.

Niech $X = \{n \in \mathbb{N}_{\text{nieparzyste}} \mid n^2-1 \equiv 0 \pmod 8\}$

① Podstawa indukcji

~~Dla~~

Dla $n=1$ $\quad n^2-1=0$

$n^2-1 \bmod 8 = 0$

$0 \bmod 8 = 0$

Więc $1 \in X$

② Krok indukcyjny

Załóżmy, że $n \in X$. Wtedy $(n+2) \in X$, ponieważ:

$$(n+2)^2-1 = n^2+4n+4-1 = n^2+4n+4+3$$

Wiemy, że $n \in X$, więc n^2-1 jest podzielne przez 8.

$$n^2+4n+3 = \underbrace{n^2-1}_{\text{podzielne przez 8}} + 4n+4$$

też podzielne przez 8

$4n+4 = 4(n+1)$ ta liczba jest podzielna przez 8, ponieważ jest iloczynem 4 i liczby parzystej. $n+1$ jest parzyste, bo z założenia n jest nieparzyste. Więc $(n+2) \in X$

Zatem $X = \mathbb{N}_{\text{nieparzyste}}$

$(n+1) = 2\cdot k,\ k \in \mathbb{N}$ więc $4(n+1) = \underline{8\cdot k}$