

Zadanie 10

Najpierw rozważę przypadek z dwoma macierzami M_1 i M_2

Niech M_1' oznacza macierz ^{trójkątna} powstałą z M_1 poprzez dodawanie do wierszy wielokrotności innych wierszy i zmianę ~~innych~~ kolejności wierszy

$$\det(M_1) = d_1 \det(M_1')$$

ponieważ znak mógł się zmienić

$$[M_1] \rightarrow \begin{bmatrix} m_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & m_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\det(M_1') = m_{11}' \cdot m_{22}' \cdot \dots \cdot m_{nn}'$$

Analogicznie M_2' oznacza macierz trójkątną powstałą z M_2

$$\det(M_2) = d_2 \det(M_2')$$

$$\det(M_2') = m_{11}' \cdot m_{22}' \cdot \dots \cdot m_{nn}'$$

wyznacznik w macierzy trójkątnej jest iloczynem lub na przekątnej

Rozważmy macierz $\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$ i wykonajmy na niej te

same operacje na odpowiednich wierszach

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} M_1' \\ M_2' \end{bmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = d_1 d_2 \det \begin{pmatrix} M_1' \\ M_2' \end{pmatrix} = d_1 d_2 \underbrace{m_{11}' \cdot m_{22}' \cdot \dots \cdot m_{nn}'}_{\det(M_1)} \cdot \underbrace{m_{11}' \cdot m_{22}' \cdot \dots \cdot m_{nn}'}_{\det(M_2)}$$

$$= \det(M_1) \cdot \det(M_2)$$

w przypadku ogólnym gdy chcemy "dołożyć" macierze na przekątnej do ~~innych~~ macierzy, traktujemy je jako M_1 i M_2

$$\begin{bmatrix} M_1 & & \\ & \ddots & \\ & & M_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} M_1 = \begin{bmatrix} M_1 & & \\ & \ddots & \\ & & M_n \end{bmatrix} \\ M_2 = M_{n+1} \end{matrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \det(M_1) \cdot \det(M_2)$$

$$\det(M_1) \cdot \det(M_2) \cdot \dots \cdot \det(M_n)$$