Marcin Sarnecki 323034

Lista 5, zadanie 5

Wygrana jest zawsze możliwa dla n postaci $3a$ oraz $3a + 1$, gdzie $a \in N_+$
O dostępnych ruchach możemy myśleć jak o wektorach nad ciałem Z_2

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & & & & & \\ 1 & 1 & 1 & & & & \\ & 1 & 1 & 1 & & & \\ & & 1 & 1 & 1 & & \\ & & & 1 & 1 & 1 & \\ & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & & & & & \\ & 1 & 0 & 1 & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & 1 & & \\ & & & 1 & 1 & 1 & \\ & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(2 - 1, 2 + 3, 3 - 2, 4 - 3)

Operacjami elementarnymi doprowadzam pierwsze 3 wiersze do postaci schodkowej, reszta wierszy wygląda tak samo jak początek macierzy, więc mogę wykonywać te same operacje elementarne dla każdych kolejnych trzech wierszy

W przypadkach $n = 3a$ oraz $n = 3a + 1$ na końcu otrzymamy postać schodkową

$n = 3a$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & 1 & \\ & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$n = 3a + 1$

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & 1 & & \\ & & & 1 & 1 & 1 & \\ & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & & & & & & \\ & 1 & & & & & \\ & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & & \\ & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Zatem w przypadkach $n = 3a$ oraz $n = 3a + 1$ za pomocą dostępnych ruchów możemy uzyskać dowolną kombinację 0 i 1

Przypadek $n = 3a + 2$ jest inny

$$\begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & 1 & & & \\ & & & 1 & 1 & 1 & & \\ & & & & 1 & 1 & 1 & \\ & & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & 1 & 1 & 1 \\ & & & & & & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & & 1 & & & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Pojawił się wiersz zerowy, nie uzyskamy wszystkich kombinacji 0 i 1. Zatem w niektórych przypadkach $n = 3a + 1$ wygrana nie jest mozliwa, np. 00001

} {
Prosty algorytm zachłanny: (dla przypadków $3a$ oraz $3a + 1$)

- Po kolei wykonujemy ruchy tak, aby wszystko z lewej strony było zapalone aż do ostatnich

3 pól

- Pole $\underline{n-2}$ możemy zmieniać niezależnie od innych pól poprzez operacje na polach $\underline{n}$ oraz $\underline{n-1}$
- Jedno z pól $\{\underline{n-1}, \underline{n}\}$ możemy zmienić niezależnie od innych pól w następujący sposób:
  - ustawiamy pole $\underline{3}$ operacjami na pozycjach $\underline{1}$ i $\underline{2}$
  - zmianę na polu 3 przesuwamy dalej co 3 pola za pomocą 2 ruchów

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & 1 & 1 & 1 & & \\
 & & 1 & 1 & 1 & & & \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
(1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8)
\end{array}
\rightarrow
\begin{array}{cccccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
(1) & (2) & (3) & (4) & (5) & (6) & (7) & (8)
\end{array}
$$

Na końcu trafimy na pole $\underline{n-1}$ (w przypadku $3a+1$) lub na pole $\underline{n}$ (w przypadku $3a$) Zatem jeśli możemy niezależnie od innych pól zmienić dwa pola spośród ostatnich 3 pól, dokładając do tego operację na polu $\underline{n-1}$ uzyskujemy możliwość dowolnego ustawienia 3 ostatnich pól, zatem jesteśmy w stanie zapalić wszystkie pola niezależnie od początkowego ustawienia