



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE – UFS**

**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA - CCET  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

**DISCIPLINA: FISI0264 - LABORATÓRIO DE FÍSICA 1  
T09 2023.2**

**DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE  $\pi$**

Alunos: Carlos Henrique dos Santos Pereira

Gustavo Fiurini da Silva

João Vitor Souza Santos

Joseph Antony dos Santos Leite

Márcio Henrique Matos de Freitas

Professor: Marcelo Andrade Macedo

Data da experiência: 13/12/2023

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>3</b>
<b>OBJETIVO</b>	<b>3</b>
Objetivo Geral	3
Objetivo Específico	4
<b>MÉTODOS E MATERIAIS</b>	<b>4</b>
Materiais Utilizados	4
<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>7</b>
<b>CONCLUSÃO</b>	<b>10</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>10</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A determinação de  $\pi$  é bastante importante para analisar sistemas que possuem comportamento de periodicidade que aparece em várias situações na ciência. O número  $\pi$  (3,14) é definido pela razão do perímetro pelo diâmetro da circunferência pertencendo aos números irracionais. Mergulhando na história, mais especificamente há 4000 anos foi definida essa razão entre o comprimento e o diâmetro, onde seus primeiros estudos foram encontrados no Papiro de Rhind, aproximadamente, em 1700 a.C. Com a evolução da computação nas últimas décadas foi possível aumentar as casas decimais de  $\pi$ , e por consequência sua precisão, o primeiro cálculo de  $\pi$  em um computador foi realizado em 1949, com 2036 casas. Atualmente foi registrado uma aproximação de cerca de 1.241.100.000.000 cada vez que é possível aumentar a precisão de  $\pi$  novos algoritmos e métodos são criados para resolver problemas (Tadeu et al.(2018)).

## 2. OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

Este experimento foi realizado com o objetivo de efetuar as medidas dos diâmetros e perímetros de 5 canos, sendo assim possível a determinação experimental do valor de  $\pi$  com base nesses valores. Além disso, foi possível comparar a precisão instrumental do paquímetro com a fita métrica.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Aprender a manusear os instrumentos de medição como paquímetro, fita métrica e entender suas incertezas instrumentais.
- Entender corretamente a correlação entre os resultados obtidos com os experimentos e suas incertezas.
- Possíveis questionamentos que podem aparecer:
  - Apresentar o resultado experimental do valor de  $\pi$  e seu valor teórico, qual seria o erro percentual?
  - Discutir e apresentar as incertezas e o valor experimental de  $\pi$ ?

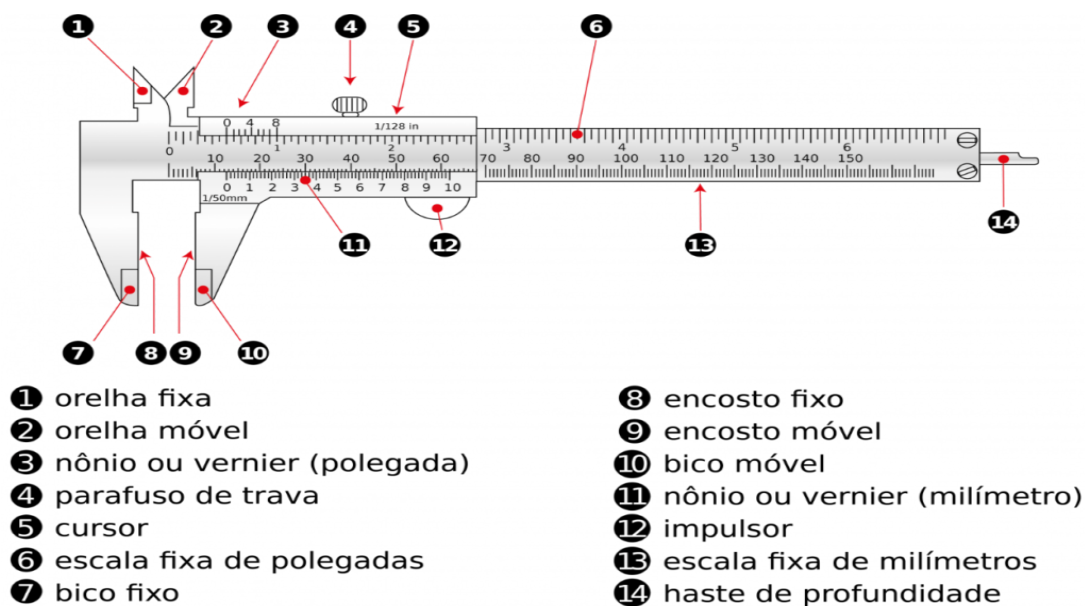
## 3. MATERIAIS E MÉTODOS

### 3.1 Materiais Utilizados

Durante o experimento foram utilizados três instrumentos, paquímetro, fita métrica e régua, o primeiro deles foi o paquímetro que geralmente é utilizado para medidas mais precisas, sua resolução é feita pela divisão de cada escala fixa pelo menor número de subdivisões, sua incerteza instrumental é de 0,05 mm. A fita

métrica nesse experimento foi utilizada para medir o perímetro, a régua foi utilizada para medir somente o diâmetro do menor cano, os objetos medidos foram cinco canos com cinco diâmetros diferentes. A fita métrica e a régua possuem incerteza instrumental de 0,5mm.

**Figura 1-Paquímetro**



Fonte: Hennings

Disponível em: <<https://hennings.com.br/paquimetro-universal-detalhamento-e-utilizacao/>>.

Acesso em: 23 dez. 2023.

**Figura 2 - Fita métrica**



Fonte: Amazon

Disponível em: <<https://www.amazon.com.br/metricas-medir-roupas-corpo-Medidas/dp/B0C7Q53CR9> >.

Acesso em: 23 dez. 2023.

**Figura 3 - Régua**



Fonte: Amazon

Disponível

em:<[https://www.amazon.com.br/Waleu-10270025-Regua-Super-30cm/dp/B083XMD3HZ/ref=asc\\_df\\_B083XMD3HZ/?tag=googleshopp00-20&linkCode=df0&hvadid=379793376947&hvpos=&h\\_vnetw=g&hvrnd=17602218965217898127&hvpon=&hvptwo=&hvqmt=&hvdev=c&hvdvcmdl=&hvlocint=&hvlocphy=9101361&hvtargid=pla-1589959300223&psc=1&mcid=5192f9b4d1293f0c953b02436409460c](https://www.amazon.com.br/Waleu-10270025-Regua-Super-30cm/dp/B083XMD3HZ/ref=asc_df_B083XMD3HZ/?tag=googleshopp00-20&linkCode=df0&hvadid=379793376947&hvpos=&h_vnetw=g&hvrnd=17602218965217898127&hvpon=&hvptwo=&hvqmt=&hvdev=c&hvdvcmdl=&hvlocint=&hvlocphy=9101361&hvtargid=pla-1589959300223&psc=1&mcid=5192f9b4d1293f0c953b02436409460c) > Acesso em: 23 dez. 2023.

Inicialmente, a fita métrica foi utilizada no experimento para medir o perímetro de cada um dos cinco canos. Após isso, foram feitas cinco medições, dos cinco canos com diferentes diâmetros, com o paquímetro. Em seguida também mediu-se o diâmetro do cano 1 (cano de menor diâmetro) com a régua 5 vezes. Essas medidas foram obtidas considerando a incerteza instrumental de cada instrumento. Assim, foram obtidos os dados necessários para realizar os cálculos. Os dados em detalhes estão dispostos na Tabela 1 - Dados coletados com o paquímetro, com a régua e com a fita métrica.

Primeiramente, foi feita a média aritmética de todas as medidas para estimar o melhor valor real do conjunto. Em seguida, foi realizado o cálculo do desvio padrão para quantificar o grau de dispersão dos valores medidos em relação ao valor da média obtido. Na incerteza tipo A, foi utilizada para estimar a medição do valor do desvio padrão. Na incerteza tipo B, foi utilizado o valor da incerteza instrumental. Por fim, a combinação das incertezas foi realizada utilizando a incerteza combinada.

#### 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tabela 1 – Dados coletados com o paquímetro, com a régua e com a fita métrica

	Cano 1 (menor diâmetro)	Cano 2	Cano 3	Cano 4	Cano 5	
Perímetro (mm)	79,0 ± 0,5	100,1 ± 0,5	150,0 ± 0,5	188,0 ± 0,5	234,6 ± 0,5	
	Diâmetro					
	Régua (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)	Paquímetro (mm)
Medida 1	25	24,7	31,75	49,65	59,45	74,95
Medida 2	25,1	24,85	31,8	49,7	59,55	75
Medida 3	25	24,7	31,85	49,7	59,5	74,65
Medida 4	25,1	24,7	31,8	49,7	59,75	74,85
Medida 5	25,2	24,75	31,9	49,65	59,4	74,9
Média	25,08	24,74	31,82	49,68	59,53	74,87
$\alpha$	0,083666003	0,065192024	0,057008771	0,027386128	0,135092561	0,135092561
$\alpha_A$	0,037416574	0,029154759	0,025495098	0,012247449	0,06041523	0,06041523
$\alpha_B$	0,5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$\alpha_C$	0,501398045	0,057879185	0,056124861	0,051478151	0,078421936	0,078421936
Resultado	25,08 ± 0,5	24,74 ± 0,06	31,82 ± 0,06	49,68 ± 0,05	59,53 ± 0,08	74,87 ± 0,08

Fonte: Esta pesquisa

Após realizar os cálculos foi gerada a tabela de dados acima, os valores foram preenchidos e foi-se necessário utilizar algarismos significativos para expor a precisão das medidas calculadas. Como foi mencionado durante o trabalho, as medidas foram do diâmetro e perímetro de 5 canos diferentes, e a seguir, utilizando as fórmulas de média, desvio padrão, incerteza tipo A e B e a incerteza combinada.

## **Fórmulas utilizadas para a efetuação dos cálculos:**

- **Incerteza do Tipo A ( $\alpha_A$ ):**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ (valor médio)}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \text{ (desvio padrão)}$$

$$\alpha_A = \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \text{ (desvio padrão da média)}$$

- **Incerteza Relativa (%):**

$$\alpha_{relativa} = \frac{\alpha_C}{\bar{x}} \times 100\%$$

- **Incerteza do Tipo B ( $\alpha_B$ ):**

$$\alpha_B = \alpha_{instrumento}$$

- **Incerteza Combinada ( $\alpha_C$ ):**

$$\alpha_C = \sqrt{\alpha_A^2 + \alpha_B^2}$$



## CÁLCULOS

### *CANO 1 (RÉGUA)*

Média:

$$\bar{x} = \frac{25,0 + 25,1 + 25,0 + 25,1 + 25,2}{5} = \frac{125,4}{5} = 25,08$$

Desvio padrão:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(25,0 - 25,08)^2 + (25,1 - 25,08)^2 + (25,0 - 25,08)^2 + (25,1 - 25,08)^2 + (25,2 - 25,08)^2}{4}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{(0,08)^2 + (0,02)^2 + (0,08)^2 + (0,02)^2 + (0,12)^2}{4}}$$

$$\alpha = 0,083666003$$

Incerteza do Tipo A ( $\alpha_A$ )

$$\alpha_A = \frac{0,083666003}{\sqrt{5}} = 0,037416574$$

Incerteza Tipo B ( $\alpha_B$ ) :

$$\alpha_B = 0,5$$

Incerteza Combinada ( $\alpha_C$ )

$$\alpha_C = \sqrt{(0,037416574)^2 + (0,5)^2} = 0,501398045$$

Incerteza relativa (%)

$$\alpha_{relativa} = \frac{0,501398045}{25,08} \times 100\% = 2\%$$

**Resultado:** 25,08  $\pm$  0,5

### *CANO 1 (PAQUÍMETRO)*

Média:

$$\bar{x} = \frac{24,7 + 24,85 + 24,7 + 24,7 + 24,75}{5} = \frac{123,7}{5} = 24,74$$

Desvio Padrão:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(24,7 - 24,74)^2 + (24,85 - 24,74)^2 + (24,7 - 24,74)^2 + (24,7 - 24,74)^2 + (24,75 - 24,74)^2}{4}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{0,0016 + 0,0121 + 0,0016 + 0,0016 + 0,0001}{4}}$$

$$\alpha = 0,065192024$$

Incerteza do Tipo A ( $\alpha_A$ )

$$\alpha_A = \frac{0,065192024}{\sqrt{5}} = 0,029154759$$

Incerteza do Tipo B ( $\alpha_B$ )

$$\alpha_B = 0,05$$

Incerteza do Tipo C ( $\alpha_C$ )

$$\alpha_C = \sqrt{(0,029154759)^2 + (0,05)^2} = 0,057879185$$

Incerteza relativa (%)

$$\alpha_{relativa} = \frac{0,057879185}{24,74} \times 100\% = 0,23\%$$

**Resultado:**  $24,74 \pm 0,06$

## ***CANO 2 (PAQUÍMETRO)***

Média:

$$\bar{x} = \frac{31,75 + 31,80 + 31,85 + 31,80 + 31,90}{5} = \frac{159,1}{5} = 31,82$$

Desvio Padrão:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(31,75-31,82)^2 + (31,80-31,82)^2 + (31,85-31,82)^2 + (31,80-31,82)^2 + (31,90-31,82)^2}{4}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{0,0049 + 0,0004 + 0,0009 + 0,0004 + 0,0064}{4}}$$

$$\alpha = 0,057008771$$

Incerteza Tipo A ( $\alpha_A$ ):

$$\alpha_A = \frac{0,057008771}{\sqrt{5}} = 0,025495098$$

Incerteza Tipo B ( $\alpha_B$ ):

$$\alpha_B = 0,05$$

Incerteza Tipo C ( $\alpha_c$ ):

$$\alpha_c = \sqrt{(0,025495098)^2 + (0,05)^2} = 0,056124861$$

$$\text{Resultado} = 31,82 \pm 0,06$$

### ***CANO 3 (PAQUÍMETRO)***

Média:

$$\bar{x} = \frac{49,65 + 49,70 + 49,70 + 49,65 + 49,70}{5} = \frac{248,4}{5} = 49,68$$

Desvio Padrão:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(49,65-49,68)^2 + (49,70-49,68)^2 + (49,70-49,68)^2 + (49,65-49,68)^2 + (49,70-49,68)^2}{4}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{0,0009 + 0,0004 + 0,0004 + 0,0009 + 0,0004}{4}}$$

$$\alpha = 0,027386128$$

Incerteza Tipo A ( $\alpha_A$ ):

$$\alpha_A = \frac{0,027386127}{\sqrt{5}} = 0,012247449$$

Incerteza Tipo B ( $\alpha_B$ ):

$$\alpha_B = 0,05$$

Incerteza Tipo C ( $\alpha_c$ ):

$$\alpha_c = \sqrt{(0,012247449)^2 + (0,05)^2} = 0,051478151$$

$$\text{Resultado} = 49,68 \pm 0,05$$

#### **CANO 4 (PAQUÍMETRO)**

Média

$$\bar{x} = \frac{59,45 + 59,55 + 59,50 + 59,75 + 59,40}{5} = \frac{297,65}{5} = 59,53$$

Desvio Padrão:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(59,45-59,53)^2 + (59,55-59,53)^2 + (59,50-59,53)^2 + (59,75-59,53)^2 + (59,40-59,53)^2}{4}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{0,08 + 0,02 + 0,03 + 0,22 + 0,13}{4}}$$

$$\alpha = 0,135092561$$

Incerteza Tipo A ( $\alpha_A$ ):

$$\alpha_A = \frac{0,135092561}{\sqrt{5}} = 0,06041523$$

Incerteza Tipo B ( $\alpha_B$ ):

$$\alpha_B = 0,05$$

Incerteza do Tipo C ( $\alpha_C$ )

$$\alpha_C = \sqrt{(0,06041523)^2 + (0,05)^2} = 0,078421936$$

**Resultado:** 59,53  $\pm$  0,08

#### **CANO 5 (PAQUÍMETRO)**

Média

$$\bar{x} = \frac{74,95 + 75,00 + 74,65 + 74,85 + 74,90}{5} = \frac{374,35}{5} = 74,87$$

Desvio Padrão:

$$\alpha = \sqrt{\frac{(74,95-74,87)^2 + (75,00-74,87)^2 + (74,65-74,87)^2 + (74,85-74,87)^2 + (74,90-74,87)^2}{4}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{0,0064 + 0,0169 + 0,0484 + 0,0004 + 0,0009}{4}}$$

$$\alpha = 0,135092561$$

Incerteza Tipo A ( $\alpha_A$ ):

$$\alpha_A = \frac{0,135092561}{\sqrt{5}} = 0,06041523$$

Incerteza Tipo B ( $\alpha_B$ ):

$$\alpha_B = 0,05$$

Incerteza do Tipo C ( $\alpha_C$ )

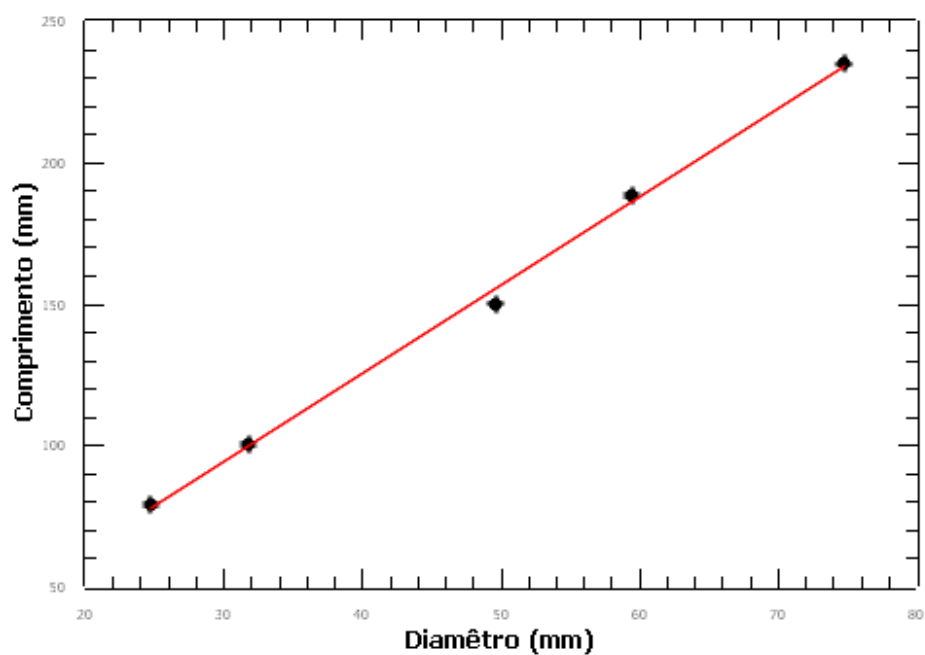
$$\alpha_C = \sqrt{(0,06041523)^2 + (0,05)^2} = 0,078421936$$

**Resultado:**  $74,87 \pm 0,08$

Os resultados finais obtidos dos respectivos cálculos foram a partir dos valores da média, levando a seguir a incerteza do resultado, que é a incerteza combinada.

Através do programa SciDavis, foi montado um gráfico com as 5 medidas dos perímetros de cada cano versus as 5 médias de seus respectivos diâmetros, juntamente de suas incertezas. Como mostrado na imagem abaixo:

**Imagem 1 - Gráfico**



Feito o gráfico, foi gerado o coeficiente angular da curva e sua incerteza:

## Imagem 2 - Resultados

Results Log	
[quarta-feira, 20 de dezembro de 2023 09:31:25 Hora oficial do Brasil	Plot: "Graph1"]
Linear Regression fit of dataset: Table1_2, using function: A*x+B	
Y standard errors: Associated dataset (Table1_4)	
From x = 24,74 to x = 74,87	
B (y-intercept) = 0,493326928348239 +/- 0,631455732384433	
A (slope) = 3,11350301428798 +/- 0,0122701759187975	
-----	
Chi^2 = 139,544119329771	
R^2 = 0,997837409362173	
-----	

Com a aproximação da incerteza para 0,01, o coeficiente angular da curva também deve ser aproximado para o mesmo número de casas decimais, ficando então 3,11. E assim, o resultado obtido foi:  $3,11 \pm 0,01$  ou 3,11(1).

- Erro percentual:

$$e = \left( \frac{3,11 - 3,14}{3,14} \right) \times 100\% = 0,96\%$$

O erro percentual foi obtido a partir da diferença entre o valor medido de  $P_i$  - obtido pelo coeficiente angular da função do primeiro grau - pelo valor teórico de  $P_i$ , ambos aproximados. O resultado do erro percentual foi de 0,96%.

## 5. CONCLUSÃO

Uma das primeiras observações que tiramos de nosso experimento foi que apesar da incerteza instrumental (tipo b) da régua ser maior que a do paquímetro, o que na teoria deveria mostrar uma precisão maior das medições do paquímetro em relação à régua, não foi exatamente isso que ocorreu na prática. Primeiro, temos que esclarecer as incertezas do tipo b - instrumental - de ambos os equipamentos, a incerteza instrumental da régua e do paquímetro são de 0,5 e 0,05, respectivamente. Daí, nota-se imediatamente uma vantagem inicial do paquímetro, já que este tem incerteza instrumental menor. Entretanto, quando analisamos o exemplo do CANO 1, que de todos os canos, foi o único que medimos pelos dois instrumentos e comparamos as medições em cada instrumento, vimos que a régua teve precisão maior. Para demonstrarmos isso, pegamos um exemplo: ao dividirmos o comprimento (mm) do cano 1:  $(79 \pm 0,5)$  pelas médias do diâmetro (mm) medidos pela régua (25,08mm) e pelo paquímetro (24,74mm), tivemos como resultado o número pi de 3,149920 (régua) e 3,193209 (paquímetro), constatando pela aproximação da constante pi uma precisão maior da régua no cano 1, em específico.

Em segundo lugar, para a determinação do instrumento mais preciso, foi calculada a incerteza relativa das medições da régua e paquímetro do cano de menor diâmetro:

### ***CANO 1 (RÉGUA)***

$$\alpha_{relativa} = \frac{0,501398045}{25,08} \times 100\% = 2\%$$

### ***CANO 1 (PAQUÍMETRO)***

$$\alpha_{relativa} = \frac{0,057879185}{24,74} \times 100\% = 0,23\%$$

Como a incerteza relativa do paquímetro é menor que a da régua, logo, o paquímetro é teoricamente o instrumento com maior precisão. O valor do erro percentual do experimento foi de 0,96%, um valor abaixo de 10%, esse é um resultado satisfatório, pois o experimento não foi feito em excelentes condições onde os canos possivelmente não eram 100% esféricos, os objetos de medições podiam não estar totalmente precisados, além do possível erro humano nas medições. Por fim, concluímos que essas deformações e incertezas do material e das medidas influenciam diretamente nos resultados obtidos, podendo haver variações muito grandes ou pequenas, nunca chegando em um valor exato da constante Pi, apenas valores aproximados, para cima ou para baixo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

TADEU, E.V.C. et al . Determinação do número pi ( $\pi$ ) por meio de uma rede quadrada de resistores idênticos. **Rev. Bras. Ensino Fís. São Paulo**, v. 40, n. 2, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2017-0142>>.