
Minimax em Grafos com Sinais

Simulação Estrutural da Guerra Fria

Discentes:

Márcio Henrique Matos de Freitas

Marcos Vinicius

Projeto de Inteligência Artificial

23 de Fevereiro de 2026

Sumário

1	Introdução	2
2	Modelagem Matemática	2
3	Estrutura do Estado	2
4	Geração de Sucessores	3
5	Regras do Jogo	3
5.1	Jogada Básica (Expansão)	3
5.2	Regra de Sabotagem (Mudança de Regime)	3
6	Função de Avaliação	4
6.1	Controle Territorial	4
6.2	Coesão Estrutural	4
6.3	Função Final	4
7	Algoritmo Minimax	4
8	Loop Principal do Jogo	4
9	Exemplo Real de Simulação	5
10	Análise Lúdica Fase a Fase	5
11	Interpretação Estrutural	6
12	Conclusão	6

1 Introdução

Este trabalho modela um conflito geopolítico como um jogo adversarial de soma zero entre:

- EUA (MAX)
- URSS (MIN)

O território é representado por uma grade 3×3 . Cada decisão representa uma jogada estratégica sob racionalidade adversarial.

O algoritmo Minimax escolhe ações assumindo que o oponente responderá da pior forma possível.

2 Modelagem Matemática

O território é definido como:

$$T \in \{E, U, .\}^{3 \times 3}$$

Cada célula representa uma região estratégica.

Definimos o grafo com sinais:

$$G = (V, A, \sigma)$$

Onde:

- V = regiões
- A = adjacências ortogonais
- $\sigma(i, j) \in \{-1, +1\}$

$$\sigma(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{mesma potencia} \\ -1 & \text{potncias rivais} \end{cases}$$

Isso modela cooperação ou conflito estrutural.

3 Estrutura do Estado

Algorithm 1 Estrutura do Estado

Estado:

tabuleiro[3][3]
jogador_atual
profundidade

Algorithm 2 Gerar Sucessores

```

for cada célula (i,j) do
    if célula vazia then
        criar novo estado com expansão
    end if
    if célula inimiga then
        if possui pelo menos 2 vizinhos aliados then
            criar novo estado com mudança de regime
        end if
    end if
end for
return lista de novos estados

```

4 Geração de Sucessores

Interpretação lúdica:

- Expansão = avanço diplomático
- Mudança de regime = desestabilização estratégica

5 Regras do Jogo

O motor de simulação baseia-se em protocolos rígidos de ocupação e subversão territorial, refletindo os mecanismos de poder da época.

5.1 Jogada Básica (Expansão)

Em cada turno, o jogador ativo tem o direito de marcar uma **região vazia** (.) com seu símbolo. Esta ação representa a consolidação de influência em territórios neutros ou não alinhados.

5.2 Regra de Sabotagem (Mudança de Regime)

Uma região ocupada pelo oponente não é permanente. Ela pode ser retomada e convertida se o estado de vulnerabilidade for atingido. Uma região é considerada passível de sabotagem se possuir:

$$\text{Vizinhos Inimigos} \geq 2$$

Esta regra é a base estratégica do modelo e simula três fenômenos geopolíticos reais:

- **Pressão Diplomática:** O isolamento de uma nação perante seus vizinhos imediatos.
- **Cercamento Militar:** A perda de linhas de suprimento e suporte logístico.
- **Influência Ideológica:** A erosão da soberania local por propaganda e subversão das fronteiras.

6 Função de Avaliação

A utilidade combina domínio territorial e coesão estrutural.

6.1 Controle Territorial

$$C(s) = |V_{EUA}| - |V_{URSS}|$$

6.2 Coesão Estrutural

$$B(s) = \sum_{(i,j) \in A} \sigma(i,j)$$

6.3 Função Final

$$U(s) = C(s) + \alpha B(s)$$

O Minimax opera exclusivamente sobre $U(s)$.

7 Algoritmo Minimax

Algorithm 3 Minimax

```

Minimax.estado, profundidade
if estado terminal ou profundidade = 0 then
    return U(estado)
end if
if jogador = MAX then
    melhor ←
    for cada sucessor do
        valor ← Minimax(s, profundidade1)
        melhor ← max(melhor, valor)
    end for
    return melhor
else
    pior ← +
    for cada sucessor do
        valor ← Minimax(s, profundidade1)
        pior ← min(pior, valor)
    end for
    return pior
end if

```

8 Loop Principal do Jogo

Algorithm 4 Execução da Partida

```

estado ← inicial
while não terminal do
    jogada ← melhorjogada(estado)
    estado ← aplicar(jogada)
end while

```

9 Exemplo Real de Simulação

Resultado obtido:

$$\begin{bmatrix} E & E & E \\ E & E & E \\ U & U & U \end{bmatrix}$$

Pontuação final:

$$U = 6 - 3 = 3$$

10 Análise Lúdica Fase a Fase

Rodadas 1–3: Expansão Inicial

Ambas as potências ocupam regiões estratégicas vazias.

Interpretação:

- Formação inicial de zonas de influência
- Baixo conflito direto

Rodadas 4–6: Consolidação

Regiões começam a formar blocos coesos.

- Aumenta coesão estrutural
- Cresce polarização

Rodadas 7–9: Mudança de Regime

Aparecem capturas estratégicas.

- Conflito indireto
- Disputa por regiões cercadas
- Instabilidade estrutural local

Rodadas 10–11: Formação de Blocos

Configuração final mostra separação territorial clara.

- Dois blocos consolidados
- Sistema polarizado
- Equilíbrio estrutural estável

11 Interpretação Estrutural

O grafo final apresenta:

- Alta coesão interna
- Conflito concentrado na fronteira
- Sistema estruturalmente balanceado

Isso reproduz um cenário clássico de Guerra Fria:

- Mundo bipolar
- Conflito indireto
- Estabilidade tensa

12 Conclusão

O modelo demonstra:

- Minimax avalia estados estruturais
- Grafos com sinais capturam estabilidade geopolítica
- A heurística combina território e coesão
- Conflitos estratégicos podem ser modelados formalmente

A integração entre teoria dos grafos e teoria dos jogos fornece uma abordagem matematicamente consistente e estrategicamente interpretável.