

---

# Minimax em Grafos com Sinais

Simulação Estrutural da Guerra Fria

---

## Discentes:

Márcio Henrique Matos de Freitas

Marcos vinicius da silva santos

*Projeto de Inteligência Artificial*

23 de Fevereiro de 2026

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Modelagem Matemática</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Estrutura do Estado</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Geração de Sucessores</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Regras do Jogo</b>	<b>4</b>
5.1	Jogada Básica (Expansão) . . . . .	4
5.2	Regra de Sabotagem (Mudança de Regime) . . . . .	4
<b>6</b>	<b>Função de Avaliação</b>	<b>5</b>
6.1	Controle Territorial . . . . .	5
6.2	Coesão Estrutural . . . . .	5
6.3	Função Final . . . . .	5
<b>7</b>	<b>Algoritmo Minimax</b>	<b>5</b>
<b>8</b>	<b>Loop Principal do Jogo</b>	<b>5</b>
<b>9</b>	<b>Resumo da Simulação</b>	<b>6</b>
<b>10</b>	<b>Fase 1: Expansão e Posicionamento (Rodadas 1–8)</b>	<b>6</b>
<b>11</b>	<b>Fase 2: Conflito Direto (Rodadas 9–15)</b>	<b>6</b>
<b>12</b>	<b>Fase 3: Guerra de Atrito (Rodadas 16–40)</b>	<b>6</b>
<b>13</b>	<b>Fase 4: Consolidação e Terminalidade (Rodadas 41–52)</b>	<b>7</b>

<b>14 Resultado Final</b>	<b>7</b>
14.1 Equilíbrio Geopolítico . . . . .	7
<b>15 Conclusão</b>	<b>7</b>
<b>16 Interpretação Estrutural</b>	<b>7</b>
<b>17 Conclusão</b>	<b>8</b>

## 1 Introdução

Este trabalho modela um conflito geopolítico como um jogo adversarial de soma zero entre:

- EUA (MAX)
- URSS (MIN)

O território é representado por uma grade  $3 \times 3$ . Cada decisão representa uma jogada estratégica sob racionalidade adversarial.

O algoritmo Minimax escolhe ações assumindo que o oponente responderá da pior forma possível.

## 2 Modelagem Matemática

O território é definido como:

$$T \in \{E, U, .\}^{3 \times 3}$$

Cada célula representa uma região estratégica.

Definimos o grafo com sinais:

$$G = (V, A, \sigma)$$

Onde:

- $V$  = regiões
- $A$  = adjacências ortogonais
- $\sigma(i, j) \in \{-1, +1\}$

$$\sigma(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{mesma potencia} \\ -1 & \text{potncias rivais} \end{cases}$$

Isso modela cooperação ou conflito estrutural.

## 3 Estrutura do Estado

### Algorithm 1 Estrutura do Estado

Estado:

tabuleiro[3][3]  
jogador<sub>a</sub>tual  
profundidade

---

**Algorithm 2** Gerar Sucessores

---

```

for cada célula (i,j) do
    if célula vazia then
        criar novo estado com expansão
    end if
    if célula inimiga then
        if possui pelo menos 2 vizinhos aliados then
            criar novo estado com mudança de regime
        end if
    end if
end for
return lista de novos estados

```

---

## 4 Geração de Sucessores

Interpretação lúdica:

- Expansão = avanço diplomático
- Mudança de regime = desestabilização estratégica

## 5 Regras do Jogo

O motor de simulação baseia-se em protocolos rígidos de ocupação e subversão territorial, refletindo os mecanismos de poder da época.

### 5.1 Jogada Básica (Expansão)

Em cada turno, o jogador ativo tem o direito de marcar uma **região vazia** (.) com seu símbolo. Esta ação representa a consolidação de influência em territórios neutros ou não alinhados.

### 5.2 Regra de Sabotagem (Mudança de Regime)

Uma região ocupada pelo oponente não é permanente. Ela pode ser retomada e convertida se o estado de vulnerabilidade for atingido. Uma região é considerada passível de sabotagem se possuir:

$$\text{Vizinhos Inimigos} \geq 2$$

Esta regra é a base estratégica do modelo e simula três fenômenos geopolíticos reais:

- **Pressão Diplomática:** O isolamento de uma nação perante seus vizinhos imediatos.
- **Cercamento Militar:** A perda de linhas de suprimento e suporte logístico.
- **Influência Ideológica:** A erosão da soberania local por propaganda e subversão das fronteiras.

## 6 Função de Avaliação

A utilidade combina domínio territorial e coesão estrutural.

### 6.1 Controle Territorial

$$C(s) = |V_{EUA}| - |V_{URSS}|$$

### 6.2 Coesão Estrutural

$$B(s) = \sum_{(i,j) \in A} \sigma(i,j)$$

### 6.3 Função Final

$$U(s) = C(s) + \alpha B(s)$$

O Minimax opera exclusivamente sobre  $U(s)$ .

## 7 Algoritmo Minimax

---

### Algorithm 3 Minimax

---

```

Minimax.estado, profundidade
if estado terminal ou profundidade = 0 then
    return U(estado)
end if
if jogador = MAX then
    melhor ←
    for cada sucessor do
        valor ← Minimax(s, profundidade1)
        melhor ← max(melhor, valor)
    end for
    return melhor
else
    pior ← +
    for cada sucessor do
        valor ← Minimax(s, profundidade1)
        pior ← min(pior, valor)
    end for
    return pior
end if

```

---

## 8 Loop Principal do Jogo

**Algorithm 4** Execução da Partida

---

```

estado ← inicial
while não terminal do
    jogada ← melhorjogada(estado)
    estado ← aplicar(jogada)
end while

```

---

## 9 Resumo da Simulação

Este documento detalha o comportamento da Inteligência Artificial em uma partida de 52 rodadas. O objetivo é demonstrar como o algoritmo **Minimax** equilibra a expansão territorial com a necessidade de subverter blocos inimigos através da regra de *Mudança de Regime*.

## 10 Fase 1: Expansão e Posicionamento (Rodadas 1–8)

Nesta fase inicial, o tabuleiro está vazio. A estratégia dominante é a **Expansão**.

### Comportamento Inicial

As superpotências buscam o centro do tabuleiro (células centrais da matriz  $5 \times 5$ ) para maximizar o **Potencial Estrutural**. No tabuleiro  $5 \times 5$ , o controle das linhas e colunas internas oferece maior conectividade para futuras capturas.

## 11 Fase 2: Conflito Direto (Rodadas 9–15)

A partir da Rodada 9, as peças começam a se tocar. Aqui vemos a primeira aplicação da **Regra de Sabotagem**.

- **Rodada 9:** Os **EUA** detectam que a **URSS** posicionou uma peça vulnerável.
- **Rodada 10:** Ocorre a primeira **Mudança de Regime**. Em vez de apenas expandir, o algoritmo decide converter uma peça inimiga para aumentar a coesão do próprio bloco.

Mapa R10:

$$\begin{bmatrix} . & . & U & E & . \\ . & E & E & U & . \\ . & E & E & . & . \\ . & . & U & . & . \\ . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

## 12 Fase 3: Guerra de Atrito (Rodadas 16–40)

Neste longo período, o jogo alterna entre expansão e capturas constantes.

- **Rodadas 16–30:** Nota-se que o algoritmo prefere "limpar" as infiltrações inimigas dentro do seu território antes de avançar para as bordas.

- **Estabilidade Tensa:** Os blocos começam a se definir: os **URSS** dominam a parte superior e os **EUA** a parte inferior.

## 13 Fase 4: Consolidação e Terminalidade (Rodadas 41–52)

O tabuleiro está quase preenchido. As escolhas tornam-se limitadas.

### Análise Final

Na Rodada 52, a **URSS** realiza a última expansão. O resultado final mostra um tabuleiro dividido quase horizontalmente.

## 14 Resultado Final

A configuração final do Mapa de Influência após 52 rodadas é:

$$\begin{bmatrix} E & U & U & U & U \\ E & U & U & U & U \\ E & U & U & U & U \\ E & E & E & E & E \\ E & E & E & E & U \end{bmatrix}$$

### 14.1 Equilíbrio Geopolítico

O valor de utilidade final foi de **-4.3**. Como o Minimax para os **EUA** é o jogador *MAX*, um valor negativo indica que a **URSS** (jogador *MIN*) obteve uma vitória marginal por controle territorial e maior coesão de bloco.

## 15 Conclusão

A simulação prova que:

1. A regra de  $\geq 2$  vizinhos impede capturas aleatórias e força a criação de **Frentes de Batalha**.
2. O tabuleiro 5x5 permite uma profundidade estratégica muito maior que o 3x3, resultando em "Zonas de Influência" bem definidas.

## 16 Interpretação Estrutural

O grafo final apresenta:

- Alta coesão interna
- Conflito concentrado na fronteira
- Sistema estruturalmente balanceado

Isso reproduz um cenário clássico de Guerra Fria:

- Mundo bipolar
- Conflito indireto
- Estabilidade tensa

## 17 Conclusão

O modelo demonstra:

- Minimax avalia estados estruturais
- Grafos com sinais capturam estabilidade geopolítica
- A heurística combina território e coesão
- Conflitos estratégicos podem ser modelados formalmente

A integração entre teoria dos grafos e teoria dos jogos fornece uma abordagem matematicamente consistente e estrategicamente interpretável.