
Minimax em Grafos com Sinais

Simulação Estrutural da Guerra Fria

Discentes:

Márcio Henrique Matos de Freitas

Marcos vinicius da silva santos

Projeto de Inteligência Artificial

23 de Fevereiro de 2026

Sumário

1	Introdução	3
2	Modelagem Matemática	3
3	Estrutura do Estado	3
4	Geração de Sucessores	4
5	Regras do Jogo	4
5.1	Jogada Básica (Expansão)	4
5.2	Regra de Sabotagem (Mudança de Regime)	4
6	Função de Avaliação	5
6.1	Controle Territorial	5
6.2	Coesão Estrutural	5
6.3	Função Final	5
7	Algoritmo Minimax	5
8	Loop Principal do Jogo	5
9	Resumo da Simulação	6
10	Fase 1: Expansão e Posicionamento (Rodadas 1–8)	6
11	Fase 2: Conflito Direto (Rodadas 9–15)	6
12	Fase 3: Guerra de Atrito (Rodadas 16–40)	6
13	Fase 4: Consolidação e Terminalidade (Rodadas 41–52)	7

14 Resultado Final	7
14.1 Equilíbrio Geopolítico	7
15 Conclusão	7
16 Interpretação Estrutural	7
17 Conclusão	8

1 Introdução

Este trabalho modela um conflito geopolítico como um jogo adversarial de soma zero entre:

- EUA (MAX)
- URSS (MIN)

O território é representado por uma grade 3×3 . Cada decisão representa uma jogada estratégica sob racionalidade adversarial.

O algoritmo Minimax escolhe ações assumindo que o oponente responderá da pior forma possível.

2 Modelagem Matemática

O território é definido como:

$$T \in \{E, U, .\}^{3 \times 3}$$

Cada célula representa uma região estratégica.

Definimos o grafo com sinais:

$$G = (V, A, \sigma)$$

Onde:

- V = regiões
- A = adjacências ortogonais
- $\sigma(i, j) \in \{-1, +1\}$

$$\sigma(i, j) = \begin{cases} +1 & \text{mesmapotncia} \\ -1 & \text{potnciasrivais} \end{cases}$$

Isso modela cooperação ou conflito estrutural.

3 Estrutura do Estado

Algorithm 1 Estrutura do Estado

Estado:

tabuleiro[3][3]
jogador_{atual}
profundidade

Algorithm 2 Gerar Sucessores

```
for cada célula (i,j) do
  if célula vazia then
    criar novo estado com expansão
  end if
  if célula inimiga then
    if possui pelo menos 2 vizinhos aliados then
      criar novo estado com mudança de regime
    end if
  end if
end for
return lista de novos estados
```

4 Geração de Sucessores

Interpretação lúdica:

- Expansão = avanço diplomático
- Mudança de regime = desestabilização estratégica

5 Regras do Jogo

O motor de simulação baseia-se em protocolos rígidos de ocupação e subversão territorial, refletindo os mecanismos de poder da época.

5.1 Jogada Básica (Expansão)

Em cada turno, o jogador ativo tem o direito de marcar uma **região vazia** (\cdot) com seu símbolo. Esta ação representa a consolidação de influência em territórios neutros ou não alinhados.

5.2 Regra de Sabotagem (Mudança de Regime)

Uma região ocupada pelo oponente não é permanente. Ela pode ser retomada e convertida se o estado de vulnerabilidade for atingido. Uma região é considerada passível de sabotagem se possuir:

$$\text{Vizinhos Inimigos} \geq 2$$

Esta regra é a base estratégica do modelo e simula três fenômenos geopolíticos reais:

- **Pressão Diplomática:** O isolamento de uma nação perante seus vizinhos imediatos.
- **Cercamento Militar:** A perda de linhas de suprimento e suporte logístico.
- **Influência Ideológica:** A erosão da soberania local por propaganda e subversão das fronteiras.

6 Função de Avaliação

A utilidade combina domínio territorial e coesão estrutural.

6.1 Controle Territorial

$$C(s) = |V_{EUA}| - |V_{URSS}|$$

6.2 Coesão Estrutural

$$B(s) = \sum_{(i,j) \in A} \sigma(i,j)$$

6.3 Função Final

$$U(s) = C(s) + \alpha B(s)$$

O Minimax opera exclusivamente sobre $U(s)$.

7 Algoritmo Minimax

Algorithm 3 Minimax

```

Minimaxestado, profundidade
if estado terminal ou profundidade = 0 then
    return U(estado)
end if
if jogador = MAX then
    melhor ←
    for cada sucessor do
        valor ← Minimax(s, profundidade1)
        melhor ← max(melhor, valor)
    end for
    return melhor
else
    pior ← +
    for cada sucessor do
        valor ← Minimax(s, profundidade1)
        pior ← min(pior, valor)
    end for
    return pior
end if

```

8 Loop Principal do Jogo

Algorithm 4 Execução da Partida

```

estado ← inicial
while não terminal do
  jogada ← melhorjogada(estado)
  estado ← aplicar(jogada)
end while

```

9 Resumo da Simulação

Este documento detalha o comportamento da Inteligência Artificial em uma partida de 52 rodadas. O objetivo é demonstrar como o algoritmo **Minimax** equilibra a expansão territorial com a necessidade de subverter blocos inimigos através da regra de *Mudança de Regime*.

10 Fase 1: Expansão e Posicionamento (Rodadas 1–8)

Nesta fase inicial, o tabuleiro está vazio. A estratégia dominante é a **Expansão**.

Comportamento Inicial

As superpotências buscam o centro do tabuleiro (células centrais da matriz 5×5) para maximizar o **Potencial Estrutural**. No tabuleiro 5x5, o controle das linhas e colunas internas oferece maior conectividade para futuras capturas.

11 Fase 2: Conflito Direto (Rodadas 9–15)

A partir da Rodada 9, as peças começam a se tocar. Aqui vemos a primeira aplicação da **Regra de Sabotagem**.

- **Rodada 9:** Os **EUA** detectam que a **URSS** posicionou uma peça vulnerável.
- **Rodada 10:** Ocorre a primeira **Mudança de Regime**. Em vez de apenas expandir, o algoritmo decide converter uma peça inimiga para aumentar a coesão do próprio bloco.

Mapa R10:

$$\begin{bmatrix} . & . & U & E & . \\ . & E & E & U & . \\ . & E & E & . & . \\ . & . & U & . & . \\ . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

12 Fase 3: Guerra de Atrito (Rodadas 16–40)

Neste longo período, o jogo alterna entre expansão e capturas constantes.

- **Rodadas 16-30:** Nota-se que o algoritmo prefere "limpar" as infiltrações inimigas dentro do seu território antes de avançar para as bordas.

- **Estabilidade Tensa:** Os blocos começam a se definir: os **URSS** dominam a parte superior e os **EUA** a parte inferior.

13 Fase 4: Consolidação e Terminalidade (Rodadas 41–52)

O tabuleiro está quase preenchido. As escolhas tornam-se limitadas.

Análise Final

Na Rodada 52, a **URSS** realiza a última expansão. O resultado final mostra um tabuleiro dividido quase horizontalmente.

14 Resultado Final

A configuração final do Mapa de Influência após 52 rodadas é:

$$\begin{bmatrix} E & U & U & U & U \\ E & U & U & U & U \\ E & U & U & U & U \\ E & E & E & E & E \\ E & E & E & E & U \end{bmatrix}$$

14.1 Equilíbrio Geopolítico

O valor de utilidade final foi de **-4.3**. Como o Minimax para os **EUA** é o jogador *MAX*, um valor negativo indica que a **URSS** (jogador *MIN*) obteve uma vitória marginal por controle territorial e maior coesão de bloco.

15 Conclusão

A simulação prova que:

1. A regra de ≥ 2 vizinhos impede capturas aleatórias e força a criação de **Frentes de Batalha**.
2. O tabuleiro 5x5 permite uma profundidade estratégica muito maior que o 3x3, resultando em "Zonas de Influência" bem definidas.

16 Interpretação Estrutural

O grafo final apresenta:

- Alta coesão interna
- Conflito concentrado na fronteira
- Sistema estruturalmente balanceado

Isso reproduz um cenário clássico de Guerra Fria:

- Mundo bipolar
- Conflito indireto
- Estabilidade tensa

17 Conclusão

O modelo demonstra:

- Minimax avalia estados estruturais
- Grafos com sinais capturam estabilidade geopolítica
- A heurística combina território e coesão
- Conflitos estratégicos podem ser modelados formalmente

A integração entre teoria dos grafos e teoria dos jogos fornece uma abordagem matematicamente consistente e estrategicamente interpretável.