

Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
Faculdade de Computação

GRAFOS

Representações de Grafos

Nelson Cruz Sampaio Neto
nelsonneto@ufpa.br

laps.ufpa.br/nelson

Representações

- Dentre os tipos mais adequadas para representar grafos em computador, destacam-se:
 - Matrizes; e
 - Listas.
- Tais representações servem tanto para grafos orientados quanto para grafos não orientados.

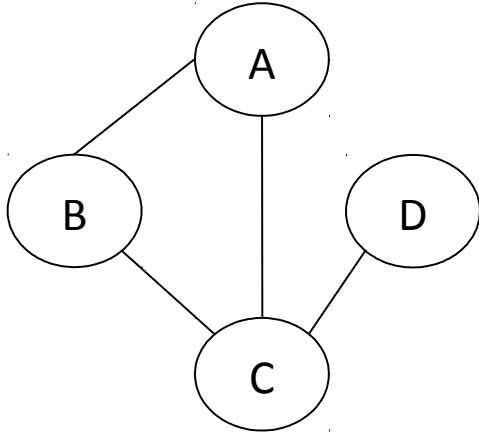
Alguns conceitos

- Grafos densos: possuem muitas ligações, ou seja, um grafo é denso quando $|E|$ é proporcional a $|V^2|$.
- Grafos esparsos: possuem poucas ligações, ou seja, um grafo é esparsos quando $|E|$ é proporcional a $|V|$.
- O complemento de um grafo esparsos é um grafo denso.

Matriz de Adjacência

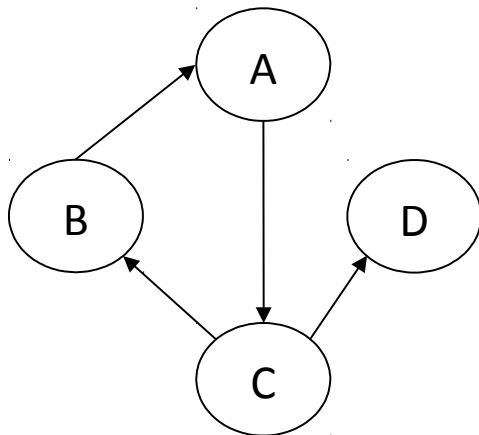
- Seja $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ um grafo com n vértices, a matriz de adjacência \mathbf{A} de \mathbf{G} é um arranjo bidimensional $n \times n$, com as seguintes propriedades:
 1. $A[i, j] = 1$, se existe uma aresta do vértice i ao vértice j (ou incide em j , no caso de grafos orientados).
 2. $A[i, j] = 0$, caso contrário.
 3. Em casos de grafos ponderados ou valorados, o valor a ser inserido refere-se ao peso da aresta.

Exemplo



Matriz simétrica

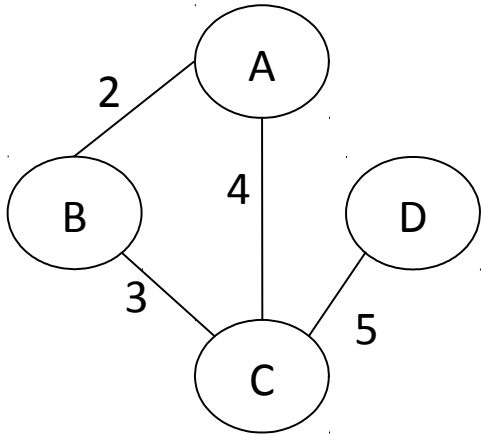
	A	B	C	D
A	0	1	1	0
B	1	0	1	0
C	1	1	0	1
D	0	0	1	0



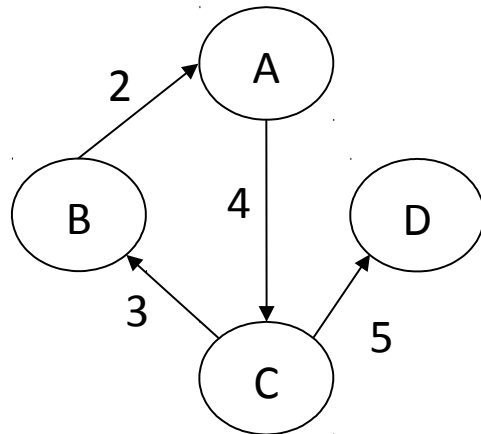
Matriz pode não
ser simétrica

	A	B	C	D
A	0	0	1	0
B	1	0	0	0
C	0	1	0	1
D	0	0	0	0

Exemplo



	A	B	C	D
A	0	2	4	0
B	2	0	3	0
C	4	3	0	5
D	0	0	5	0



	A	B	C	D
A	0	0	4	0
B	2	0	0	0
C	0	3	0	5
D	0	0	0	0

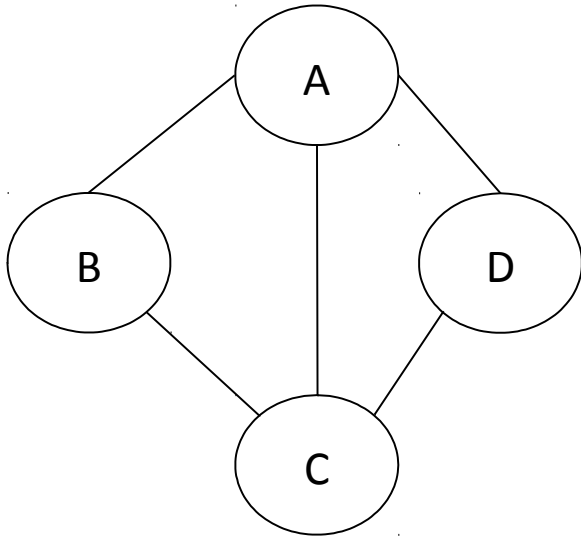
Características

- Cálculo do grau do vértice:
 - Em grafos não orientados: quantidade de 1's na coluna ou linha correspondente ao vértice.
 - Em grafos orientados:
 - Grau de saída: soma do número de 1's da linha.
 - Grau de entrada: soma do número de 1's da coluna.
- Espaço de armazenamento: $O(|V|^2)$.
- Ideal para grafos densos, onde $|E|$ é próximo de $|V|^2$, pois evita que a matriz contenha muitos zeros (espaço inútil).

Matriz de Incidência

- Seja $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ um grafo não orientado com n vértices e m arestas, a matriz de incidência é um arranjo bidimensional $n \times m$, com as seguintes propriedades:
 1. $A[i, j] = 1$, se existe uma aresta j que incide no vértice i .
 2. $A[i, j] = 0$, caso contrário.
 3. Em casos de grafos ponderados ou valorados, o valor a ser inserido refere-se ao peso da aresta.

Exemplo

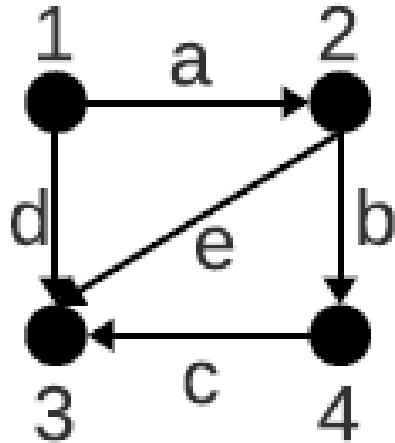


	A,B	A,C	A,D	B,C	C,D
A	1	1	1	0	0
B	1	0	0	1	0
C	0	1	0	1	1
D	0	0	1	0	1

Matriz de Incidência

- Seja $\mathbf{G} = (\mathbf{V}, \mathbf{E})$ um grafo orientado com n vértices e m arestas, a matriz de incidência é um arranjo bidimensional $n \times m$, com as seguintes propriedades:
 1. $A[i, j] = +1$, se existe uma aresta j “saindo” no vértice i .
 2. $A[i, j] = -1$, se existe uma aresta j “chegando” no vértice i .
 3. $A[i, j] = 0$, caso contrário.

Exemplo



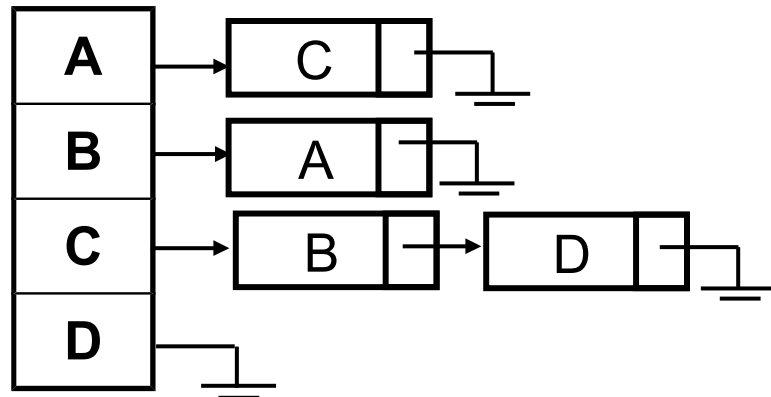
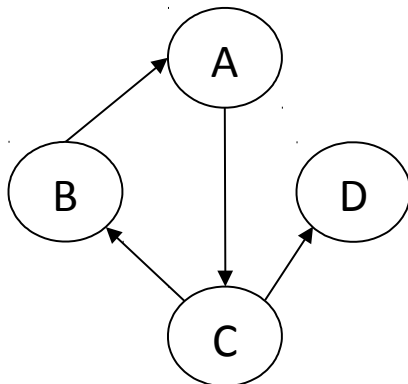
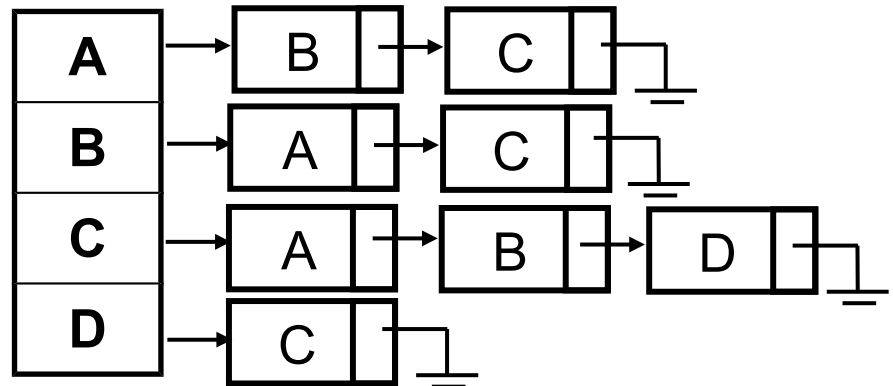
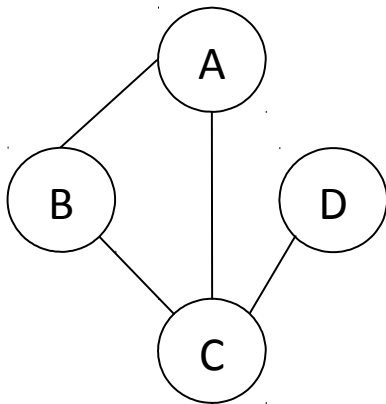
	a	b	c	d	e
1	+1	0	0	+1	0
2	-1	+1	0	0	+1
3	0	0	-1	-1	-1
4	0	-1	+1	0	0

Características

- Cada aresta incide em dois vértices – dois 1's em cada coluna.
- Grau do vértice: número de 1's na linha. Uma linha contendo apenas zeros significa um vértice isolado.
- Espaço para armazenamento: $O(|V| |E|)$.
- A complexidade de espaço da matriz de incidência é, quase sempre, maior do que a da matriz de adjacência.

Lista de Adjacência

- A representação do grafo $G = (V, E)$ consiste de um arranjo de $|V|$ listas, uma para cada vértice $v \in V$, contendo os vértices w adjacentes a v .



Características

- Espaço para armazenamento: $O(|V| + |E|)$.
- Ideal para grafos esparsos, onde $|E|$ é bem menor que $|V|^2$.
- Grau do vértice em grafos não orientados: número de elementos na lista do referido vértice.
- Grau do vértice em grafos orientados:
 - Grau de saída: quantidade de elementos na lista.
 - Grau de entrada: deve-se pesquisar em todos os vértices de V se existe alguma referência ao vértice em questão.
- Desvantagem: verificar a existência de uma ligação pode levar a um tempo proporcional ao número de vértices.

Trabalho

- Pesquisar bibliotecas que implementem representações de grafos.
- Dica: Projeto do Prof. Nivio Ziviani do Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Minas Gerais.

<http://www.dcc.ufmg.br/algoritmos-java/implementacoes-07.php>

Bibliografia:

ZIVIANI, N. Projeto de Algoritmos com Implementações em Java e C++. São Paulo, Thompson, 2007. Capítulo 7.