Lista 1: Introdução à Análise de Algoritmos

Márcio Moretto Ribeiro

7 de outubro de 2021

Problema da 3-soma

Entrada: Três sequência de $n \in \mathbb{N}$ valores cada $a_1, \ldots, a_n$, $b_1, \ldots, b_n$ e $c_1, \ldots, c_n$ em que $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{Z}$ para $1 \leq i \leq n$.

Saída: A quantidade de is, js e ks tais que $a_i + b_j + c_j = 0$.

Exercício 1:
Considere o seguinte algoritmo:

3Soma(A, B, C)

```
m ← 0
for i ← 1 até n
    do for j ← 1 até n
           do for k ← 1 até n
                  if a_i + b_j + c_k = 0
                     then m ← m + 1
return m
```

Calcule o tempo de processamento em função do tamanho n da entrada assumindo que:

- Cada iteração de variável toma tempo constante c_1
- Cada atribuição toma tempo constante c_2
- Cada soma toma tempo constante c_3

- A saída toma tempo constante c_4
- Cada comparação toma tempo constante c_5

Exercício 2: Mostre que o tempo de processamento do algoritmo $3Soma$ é $\Theta(n^3)$ no pior caso.

Exercício 3: Descreva em pseudo-código um algoritmo cujo tempo de processamento no pior caso é $\Theta(n^2 log(n))$. Dica: ordene a sequência $c_1, \ldots, c_n$ usando qualquer um dos métodos visto em aula e use a busca binária.

Exercício 4: Considere agora o seguinte algoritmo de ordenação:

BubbleSort(A)

$\triangleright$ Recebe uma sequência $a_1, \ldots, a_n$
$\triangleright$ Reordena a sequência de forma que seus elementos fiquem em ordem crescente
for $i \leftarrow 1$ até n
    do for $j \leftarrow n$ até $i + 1$
        if $a_j < a_{j-1}$
            then $a_j \leftrightarrow a_{j-1}$

Mostre que este algoritmo é correto, ou seja, que ele resolve o problema da ordenação.

Exercício 5: **(Extra)** Mostre que o algoritmo da 3Soma apresentado no exercício 1 é correto.