Nome: ____________________ RA: ____________

Disciplina: Mecânica Estatística

Lista 6

Prof. Márcio Sampaio Gomes Filho

1. A condição $n\lambda^3$, onde n é a densidade numérica de partículas e $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$ é o comprimento de onda térmico, caracteriza a transição entre os regimes clássico e quântico de um gás ideal. Essa quantidade está relacionada ao volume ocupado por uma partícula no espaço de fase.

   a) Explique qualitativamente os regimes clássico e quântico em termos da condição $n\lambda^3$. O que significa $n\lambda^3 \ll 1$ e $n\lambda^3 \gtrsim 1$? Relacione cada caso às estatísticas de Maxwell-Boltzmann, Fermi-Dirac e Bose-Einstein. Discuta como λ^3 pode ser interpretado como o volume no espaço de fase associado a uma partícula.

   b) Mostre que, para uma densidade numérica n dada, a temperatura T_0, abaixo da qual os efeitos quânticos tornam-se significativos, é dada por:

   $$k_B T_0 = \frac{2\pi\hbar^2}{m} n^{2/3},$$

   onde m é a massa das partículas.

   c) Determine o valor de T_0 para os seguintes sistemas: - (i) Um gás de moléculas de hidrogênio (H_2), com $m = 3.35 \times 10^{-27}\,\text{kg}$ e $n = 10^{22}\,\text{cm}^{-3}$. - (ii) Nêutrons no interior de uma estrela de nêutrons, com $m = 1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$ e $n = 0.32\,\text{fm}^{-3}$, onde $1\,\text{fm} = 10^{-13}\,\text{cm}$ é uma unidade de comprimento denominada Fermi. Interprete os resultados obtidos em termos das condições típicas de temperatura e densidade desses sistemas.

2. Mostre que a entropia de um gás ideal quântico pode ser escrita na forma

$$S = -k_B \sum_j [f_j \ln f_j \pm (1 \mp f_j) \ln(1 \mp f_i)], \tag{1}$$

onde o sinal superior (inferior) se refere a férmios e bósons e

$$f_j = \langle n_j \rangle = \frac{1}{\exp\left[\beta(\epsilon_j - \mu)\right] \pm 1} \tag{2}$$

é a função de distribuição de Fermi-Dirac (Bose-Einstein). Mostre que esse resultado também é válido no limite clássico.