

# Conceitos de onda vs. partículas e Pacotes de ondas

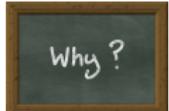
Aula 6

Prof. Márcio Sampaio Gomes Filho



# Observação

- ❖ Esse slides são um complemento à aula ministrada em sala;
- ❖ Explicações/desenvolvimentos serão feitas no quadro.



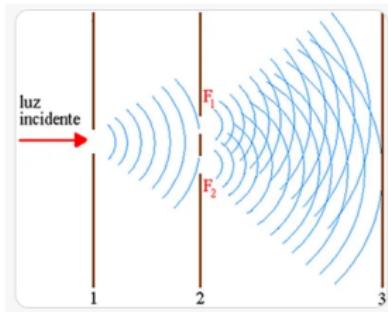
# Informação

- ❖ Página do curso: [https://marciosampaio.github.io/  
fisica-quantica-2025.1.html](https://marciosampaio.github.io/fisica-quantica-2025.1.html)

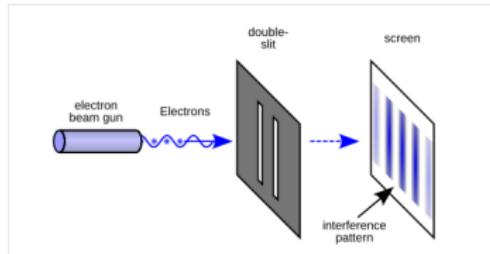
# Sumário

- ❖ Experimento da dupla fenda (comportamento dual de ondas-partículas).
- ❖ Conceitos de onda vs. partículas
- ❖ Pacotes de onda
- ❖ Princípio da incerteza

# Experimento da dupla fenda

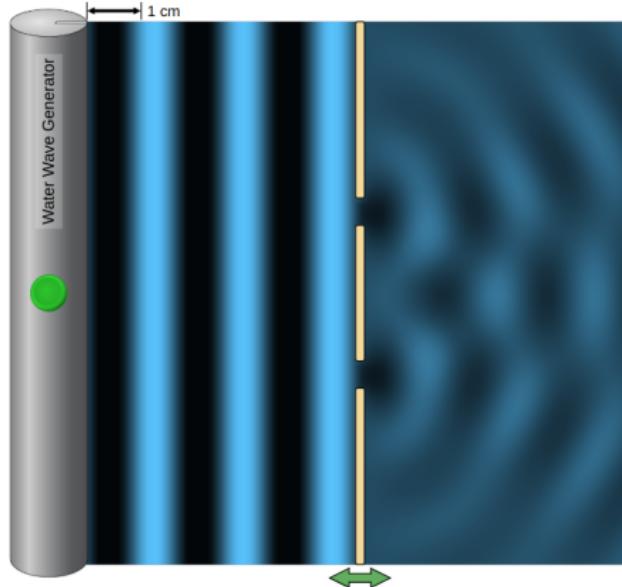


[https://brasilescola.uol.com.br/fisica/  
experimento-das-duas-fendas.htm](https://brasilescola.uol.com.br/fisica/experimento-das-duas-fendas.htm)



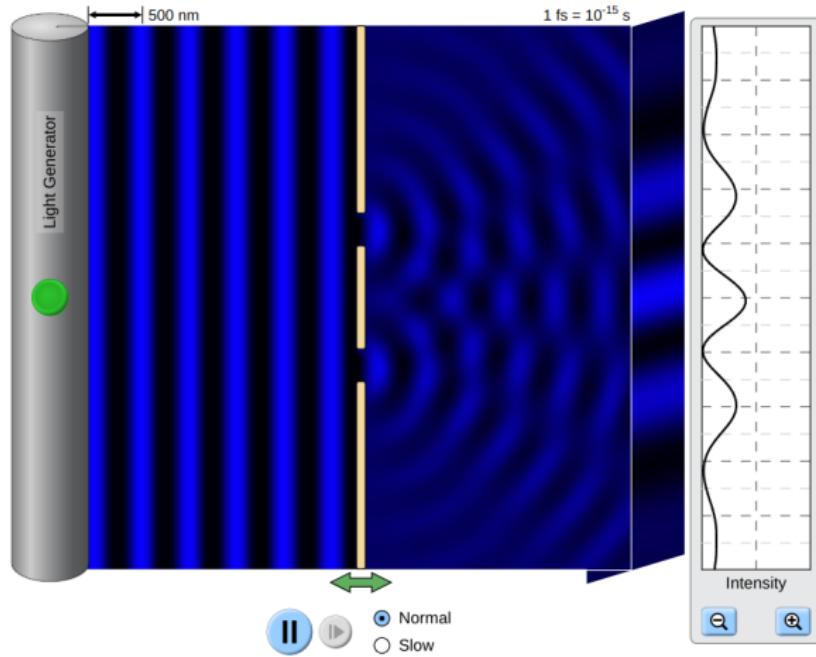
<https://ideiasesquecidas.com/2018/06/17/o-experimento-da-fenda-dupla/>

# Faça uma simulação com água



<https://phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference>

# Faça uma simulação com a luz



[https:](https://phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference)

//phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference

## Experimento com água



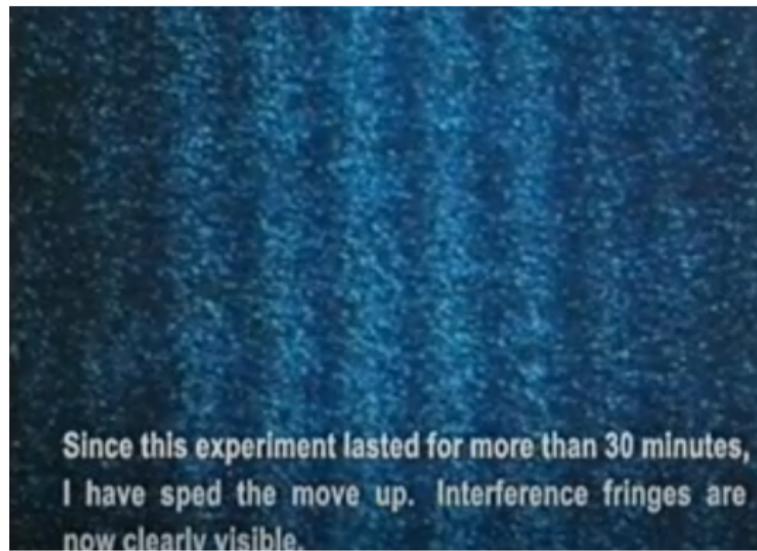
<https://www.youtube.com/watch?v=Iuv6hY6zsdo>

## Experimento com fótons



[https://www.youtube.com/watch?v=\\_MpvDAQrKbs](https://www.youtube.com/watch?v=_MpvDAQrKbs)

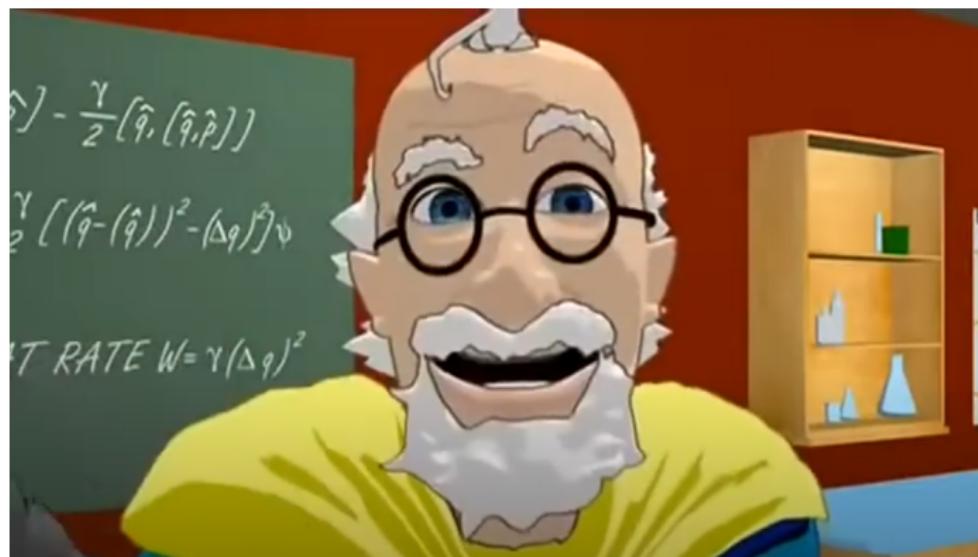
## E com elétrons?



Since this experiment lasted for more than 30 minutes,  
I have sped the move up. Interference fringes are  
now clearly visible.

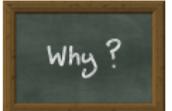
<https://www.youtube.com/watch?v=ZJ-0PBRuthc>

# Dr Quantum

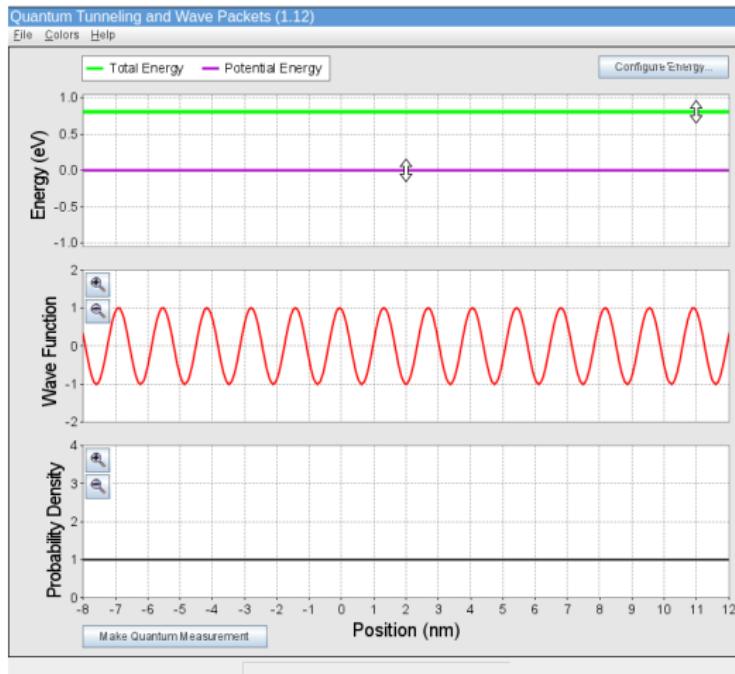


<https://www.youtube.com/watch?v=NvzSLByrw4Q>

# Ondas vs Partículas

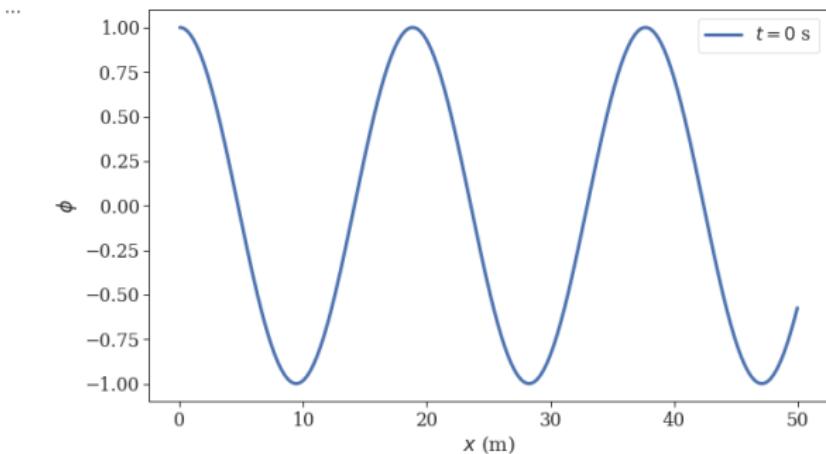


## Exemplo: Onda se propagando (plane wave)



[https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/  
quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?  
simulation=quantum-tunneling](https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?simulation=quantum-tunneling)

# Exemplo: propagação de ondas

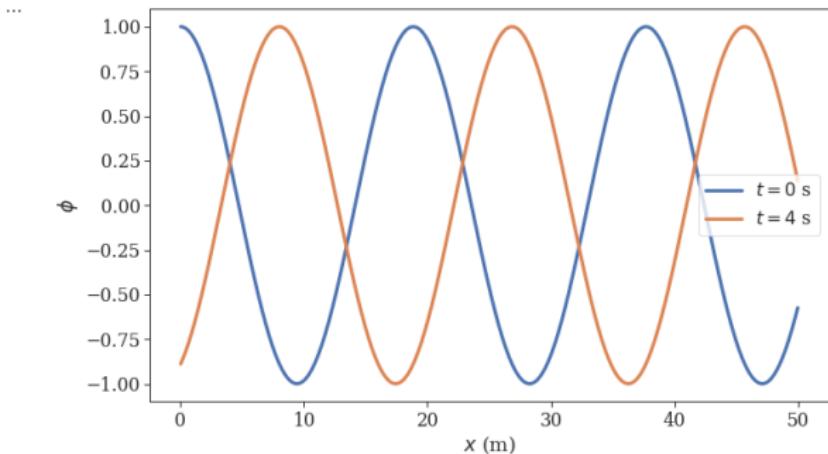


[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb)

FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb



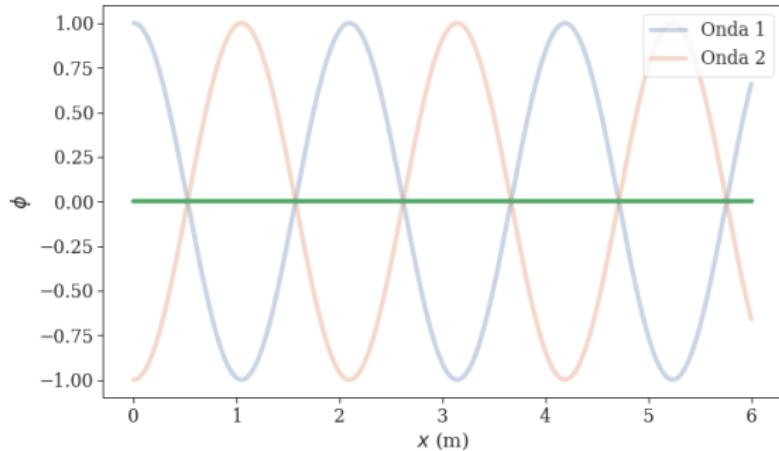
# Exemplo: propagação de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/  
FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb)



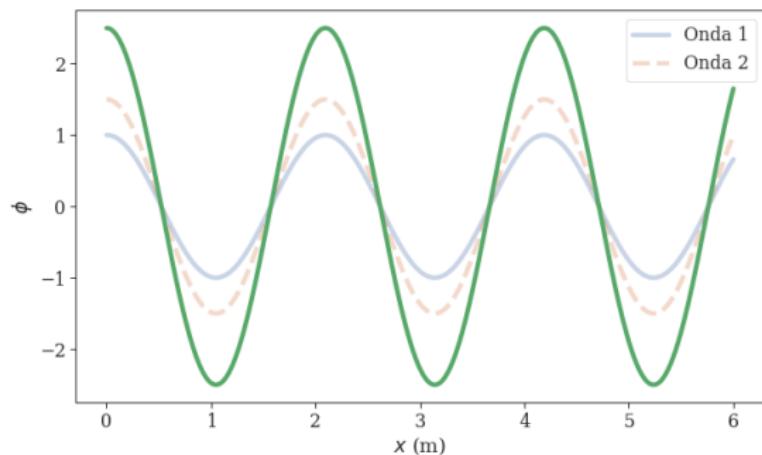
# Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/  
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)



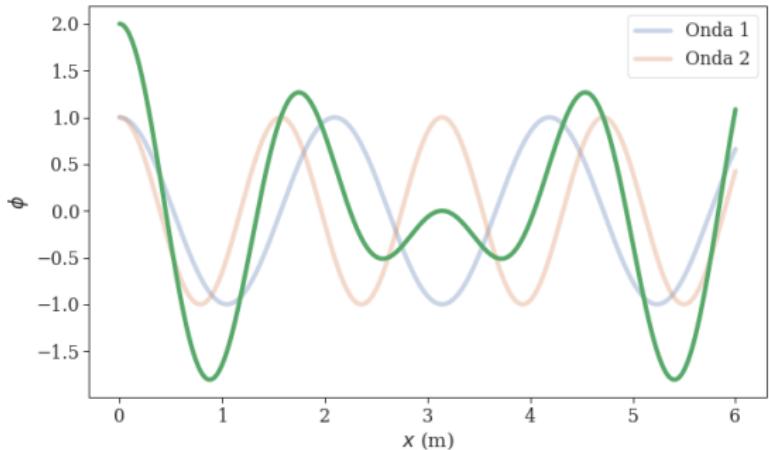
# Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/  
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)



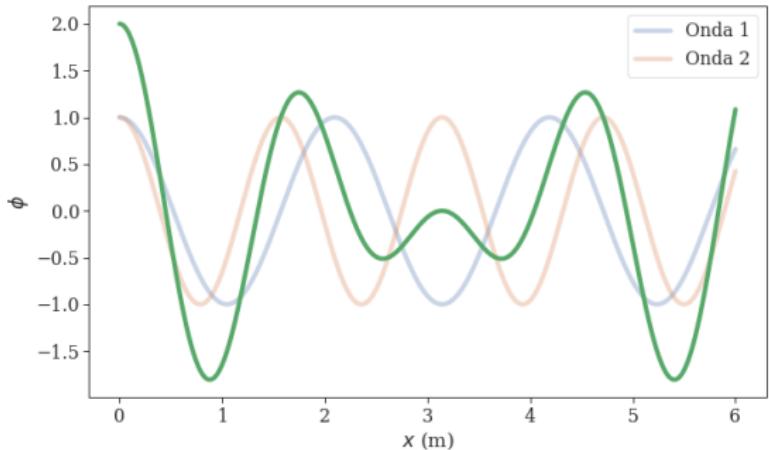
# Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/  
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)



# Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/  
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)



# Ondas de matéria

Em qualquer discussão a respeito de ondas, sempre surge a questão: o que está ondulando?

- ❖ No caso de ondas mecânicas, a grandeza que “ondula” é o deslocamento de um ponto do sistema em cada ponto  $x$  no tempo  $t$ .
- ❖ No caso de ondas sonoras, a grandeza que ondula é a pressão.
- ❖ No caso das ondas eletromagnéticas, são os campos elétrico e magnético que ondulam.
- ❖ **No caso de uma onda de matéria?**

## Pacotes de ondas de matéria

- ❖ No caso de uma onda de matéria?
  - No caso das ondas de matéria o que está "ondulando" é uma grandeza,  $\psi(x, t)$  chamada **função de onda**, que está relacionada com a **probabilidade de observar** a partícula em cada ponto  $x$  do espaço no instante  $t$ .

## Pacotes de ondas de matéria

Considere, por exemplo, uma **onda** associada a **um elétron** com uma única frequência  $\nu$  e um único comprimento de onda  $\lambda$ .

- ❖ Uma onda desse tipo pode ser representada de várias formas diferentes, por exemplo:

$$\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

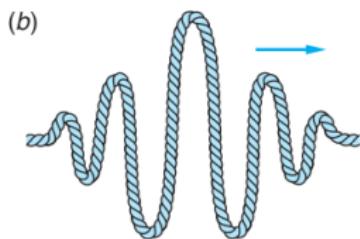
ou ainda

$$\psi(x, t) = A \exp[i(kx - \omega t)] \quad (2)$$

(falaremos mais sobre a função de onda e suas propriedades nas próximas aulas!!).

## Pacotes de onda

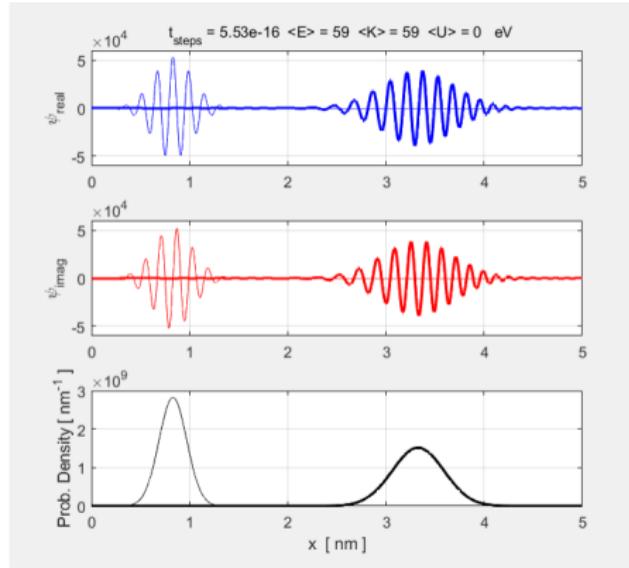
# Pacotes de onda



(a) Uma deformação isolada que se propaga ao longo de uma corda e um exemplo de um pulso. O pulso é um fenômeno localizado, ao contrário das ondas harmônicas, que se estendem indefinidamente no espaço e no tempo.

(b) Um pacote de ondas formado pela superposição de ondas harmônicas.

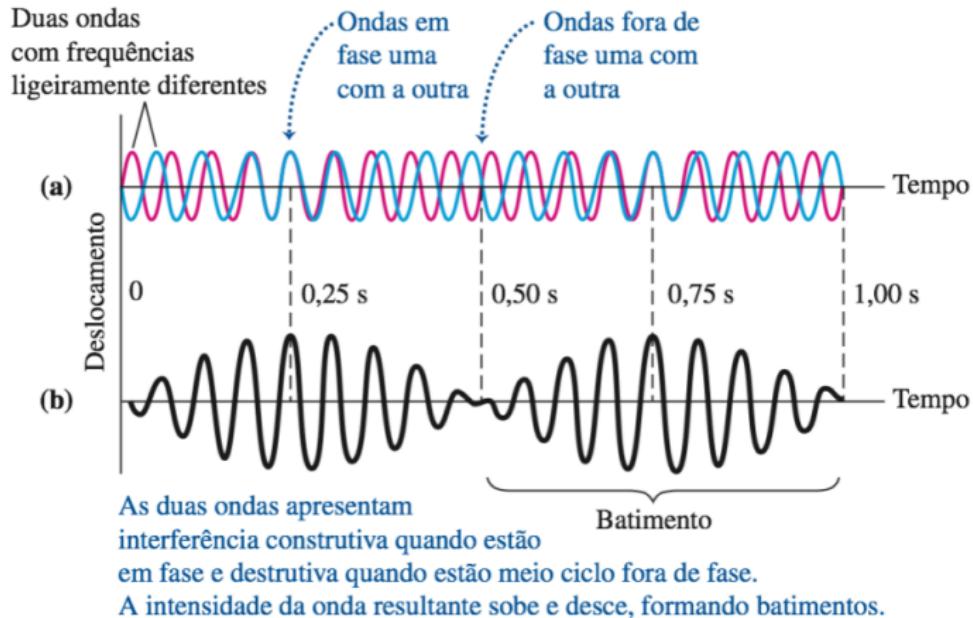
# Pacote de ondas



[https://d-arora.github.io/Doing-Physics-With-Matlab/  
mpDocs/se\\_fdtdA.htm](https://d-arora.github.io/Doing-Physics-With-Matlab/mpDocs/se_fdtdA.htm)

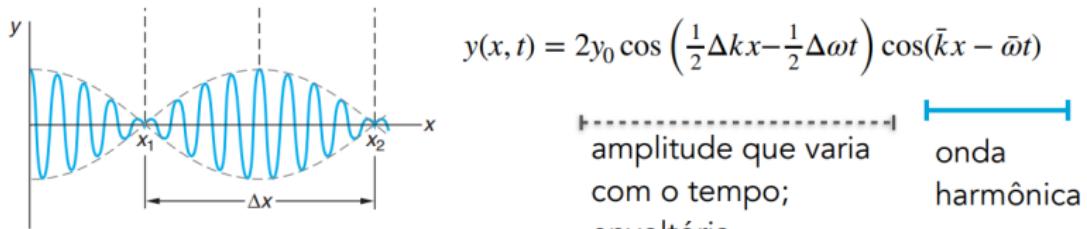


# Pacote de ondas



Why ?

# Pacote de ondas



- ❖ A soma de duas ondas harmônicas não chega a produzir um pacote de ondas localizado. Contudo, podemos assumir a região de localização como sendo a largura da envoltória,  $\Delta x$ . Veja que  $\Delta x$  corresponde a meio comprimento de onda da envoltória.

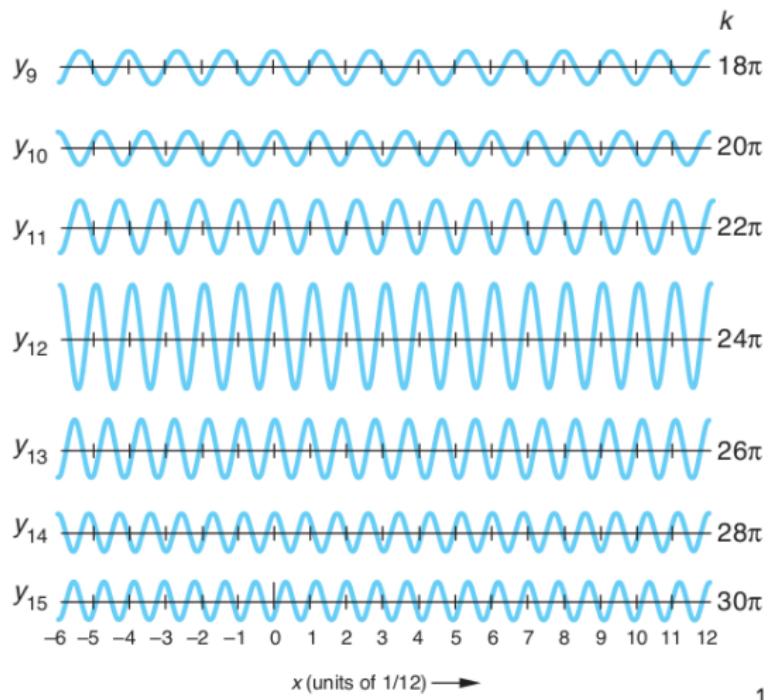
## Pacote de ondas

- ❖ Podemos construir um pacote de ondas mais localizado se, em vez de somar apenas duas ondas senoidais, somarmos um número maior de ondas com comprimentos de onda ligeiramente diferentes e amplitudes diferentes.
- ❖ Sejam sete ondas harmônicas da forma:

$$y_k(x, t) = \cos(kx - \omega t) \quad (3)$$

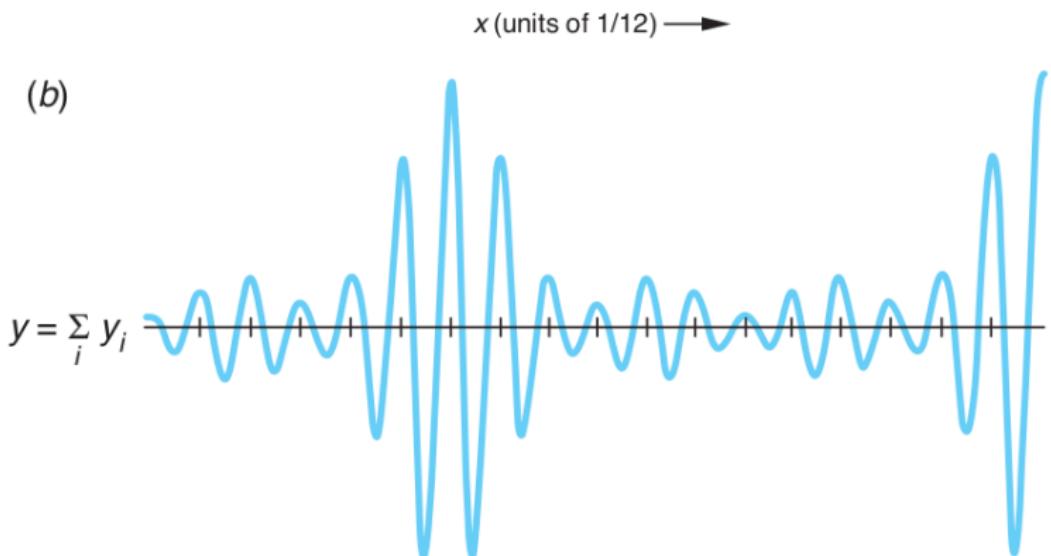
- ❖ Números de onda igualmente espaçados?  $k = 9(2\pi)$  até  $k = 15(2\pi)$ , com amplitudes  $1/4, 1/3, 1/2, 1, 1/2, 1/3$  e  $1/4$ .

# Pacote de ondas



❖ O resultado é obtido fazendo a soma:

$$y(x, t_0) = \sum_{i=9}^{15} y_i(x, t_0) \quad (4)$$

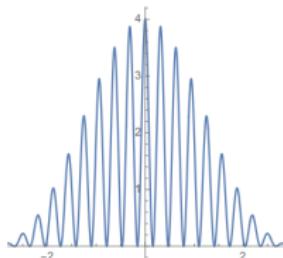


## Pacote de ondas

Para se obter um pulso isolado, é preciso construir um pacote com uma distribuição contínua de ondas. Nesse caso, é possível obter um pulso “central” e os grupos secundários desaparecem.

- ❖ Se realizamos a **superposição** de uma **infinidade ondas senoidais** com:
  - valores de  $k$  dentro de um intervalo  $\Delta k$
  - frequências dentro de um intervalo  $\Delta\omega$

Obteremos um pacote de ondas com uma largura  $\Delta x$  e duração  $\Delta t$ .



## Algumas definições

- ❖ As velocidades de fase e velocidade de grupo são dadas por:

$$v_f = \frac{\omega}{k} \quad (5)$$

e

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} \quad (6)$$

## Algumas definições

- ❖ Como  $\omega = kv_f$ , então

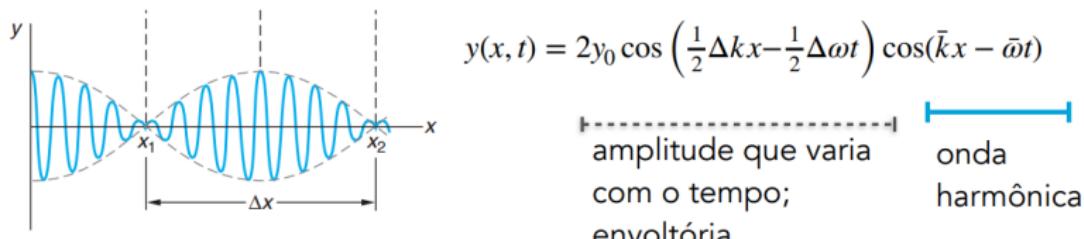
$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv_f)}{dk} = v_f + k \frac{dv_f}{dk} \quad (7)$$

- ❖ A velocidade de grupo fica igual à velocidade de fase  $v_g = v_f$ , quando  $\frac{dv_f}{dk} = 0$ . Um meio no qual a velocidade de fase é a mesma para todos os comprimentos de onda é chamado de **não dispersivo** (como o vácuo para ondas eletromagnéticas)
- ❖ Quando  $v_g \neq v_f$ , o pulso muda de forma enquanto se propaga. Alguns exemplos de meios dispersivo: vidro ou água para as ondas luminosas (**meio dispersivo**).

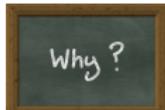
Relações de indeterminação clássicas.

## Relações de indeterminação clássicas.

Vimos que é possível construir um pacote de ondas de largura  $\Delta x$  e duração  $\Delta t$  usando ondas senoidais com números de onda dentro de um intervalo de números de onda  $\Delta k$  e frequências  $\Delta \omega$



- ❖ Caso particular:  $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$
- ❖ Demonstração:  $\Delta k \Delta x = 2\pi$



## Relações de indeterminação clássicas.

- ❖ Os intervalos de  $\Delta k$  e  $\Delta\omega$  das ondas harmônicas necessárias para formar um pacote de ondas dependem da extensão e duração do pulso:
  - É possível mostrar que se a extensão do pulso é pequena  $\Delta x$ , o pacote de onda deve ocupar um grande intervalo de números de onda  $\Delta k$ .
  - Da mesma forma, se a duração do pulso é pequena  $\Delta t$ , o pacote deve ocupar um grande intervalo de frequências  $\Delta\omega$ .

## Relações de indeterminação clássicas.

- ❖ Em geral, é possível mostrar (análise de Fourier) que para qualquer pacote de ondas valem as relações:

$$\Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2} \quad (8)$$

e

$$\Delta \omega \Delta t \geq \frac{1}{2} \quad (9)$$

- ❖ Estas expressões são denominadas **relações de indeterminação clássicas**.

## Relações de indeterminação clássicas

Das relações:  $\Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2}$  e  $\Delta \omega \Delta t \geq \frac{1}{2}$

Usando as relações de de Broglie na forma  $E = \hbar\omega$  e  $p = \hbar k$ , temos  $\Delta E = \hbar \Delta \omega$  e  $\Delta p = \hbar \Delta k$ , portanto, encontramos as relações de incerteza de Heisenberg (1927), como

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (10)$$

e

$$\Delta \omega \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (11)$$

## Relações de incerteza de Heisenberg (1927)

As relações de incerteza de Heisenberg podem ser interpretadas como segue:

- ❖ Não podemos conhecer **simultaneamente** a posição e o momento de uma partícula com precisão arbitrária.
- ❖ Esta limitação não se deve a qualquer problema técnico na concepção dos equipamentos de medição que possa ser resolvida usando instrumentos melhores. Pelo contrário, trata-se de uma limitação física devido à natureza onda-partícula tanto da matéria quanto da luz.

**Exercício:** Considere uma partícula em um recipiente muito pequeno. A incerteza na posição da partícula é dada como  $\Delta x = 1 \times 10^{-10}$  m. Calcule a mínima incerteza no momento ( $\Delta p$ ) dessa partícula.