

Conceitos de onda vs. partículas, Pacotes de ondas e o Princípio da incerteza

Aula 6

Prof. Márcio Sampaio Gomes Filho



Observação

- ❖ Esses slides são um complemento à aula ministrada em sala;
- ❖ Explicações/desenvolvimentos serão feitas no quadro.



Why

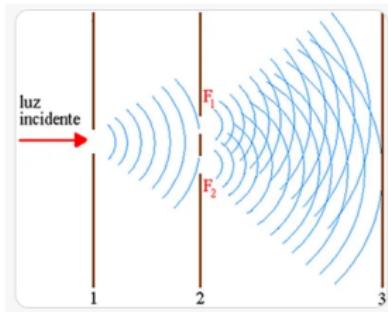
Informação

- ❖ Página do curso: [https://marciosampaio.github.io/
fisica-quantica-2025.1.html](https://marciosampaio.github.io/fisica-quantica-2025.1.html)

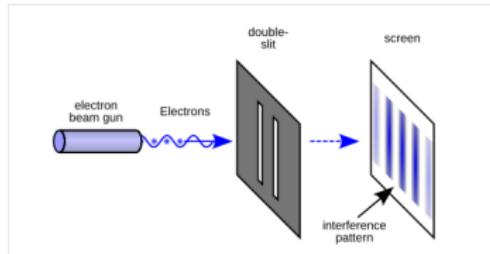
Sumário

- ❖ Experimento da dupla fenda (comportamento dual de ondas-partículas).
- ❖ Conceitos de onda vs. partículas
- ❖ Pacotes de onda
- ❖ Princípio da incerteza

Experimento da dupla fenda

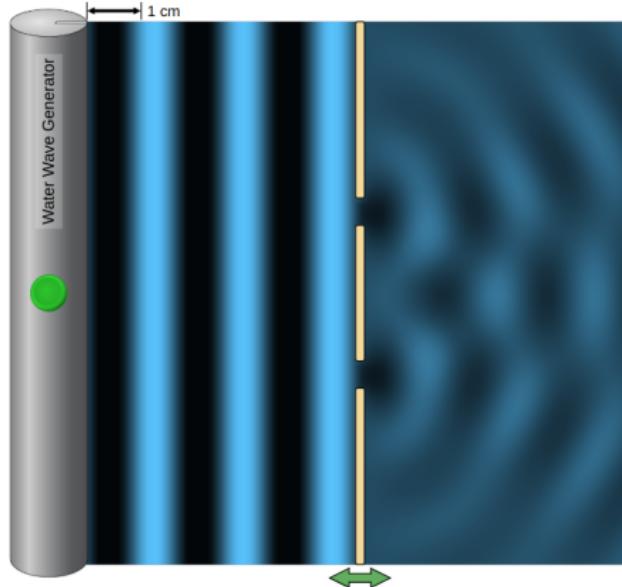


[https://brasilescola.uol.com.br/fisica/
experimento-das-duas-fendas.htm](https://brasilescola.uol.com.br/fisica/experimento-das-duas-fendas.htm)



<https://ideiasesquecidas.com/2018/06/17/o-experimento-da-fenda-dupla/>

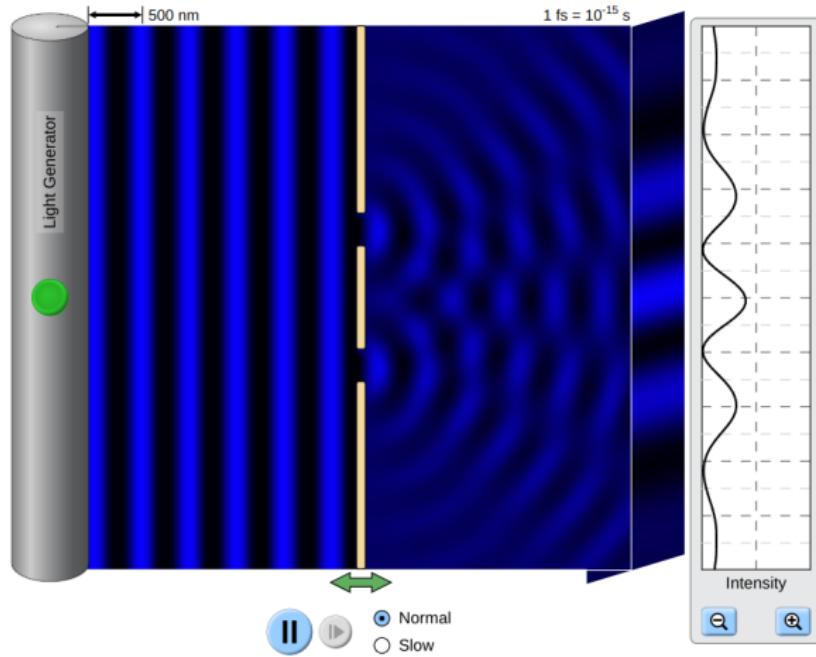
Faça uma simulação com água



[https:](https://phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference)

//phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference

Faça uma simulação com a luz



[https:](https://phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference)

//phet.colorado.edu/en/simulations/wave-interference

Experimento com água



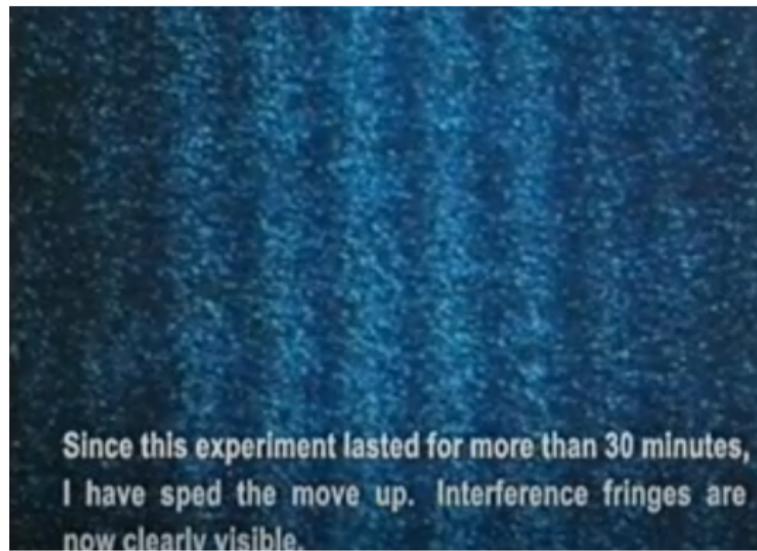
<https://www.youtube.com/watch?v=Iuv6hY6zsdo>

Experimento com fótons



https://www.youtube.com/watch?v=_MpvDAQrKbs

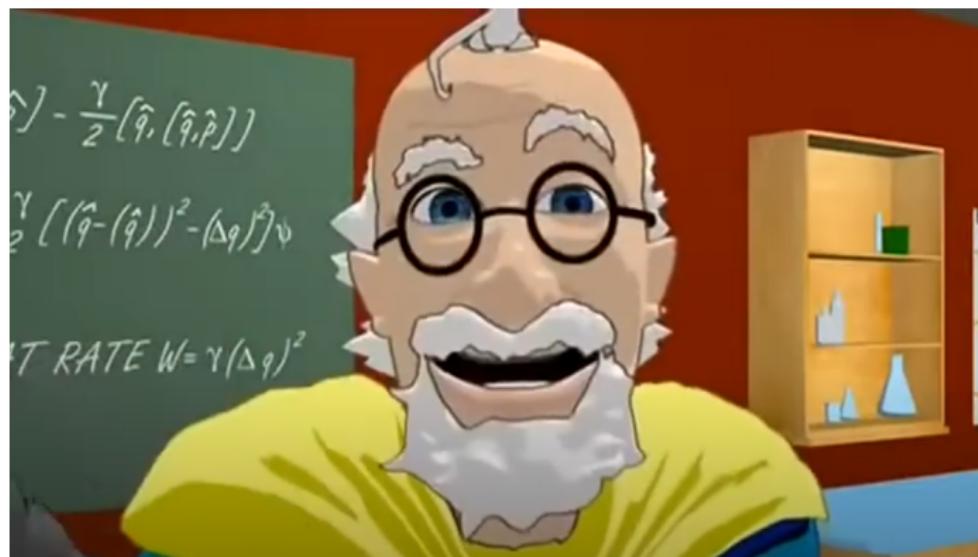
E com elétrons?



Since this experiment lasted for more than 30 minutes,
I have sped the move up. Interference fringes are
now clearly visible.

<https://www.youtube.com/watch?v=ZJ-0PBRuthc>

Dr Quantum

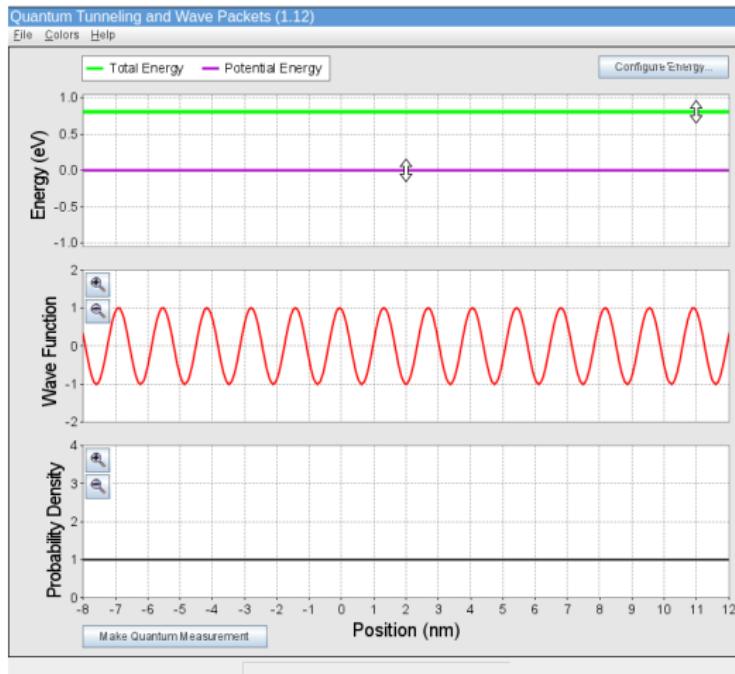


<https://www.youtube.com/watch?v=NvzSLByrw4Q>

Ondas vs Partículas

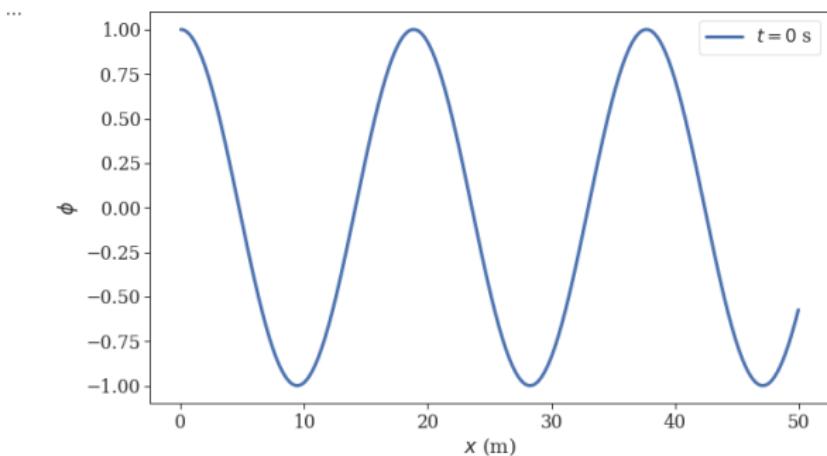
Why?

Exemplo: Onda se propagando (plane wave)



[https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/
quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?
simulation=quantum-tunneling](https://phet.colorado.edu/sims/cheerpj/quantum-tunneling/latest/quantum-tunneling.html?simulation=quantum-tunneling)

Exemplo: propagação de ondas

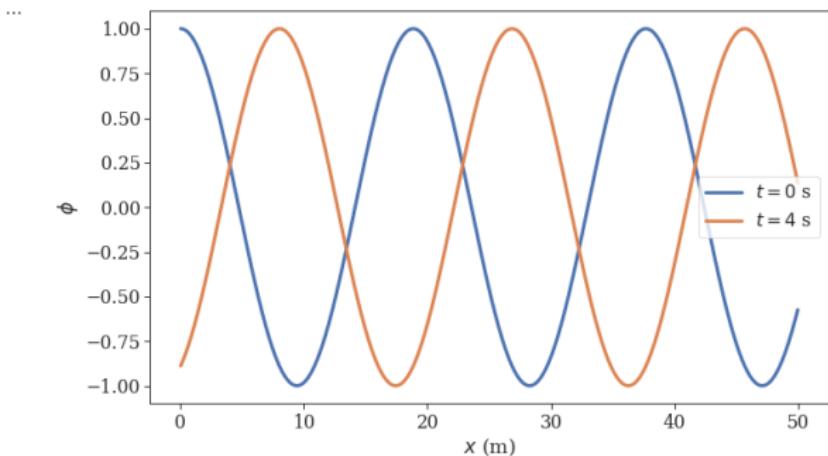


<https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/>

FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb

Why?

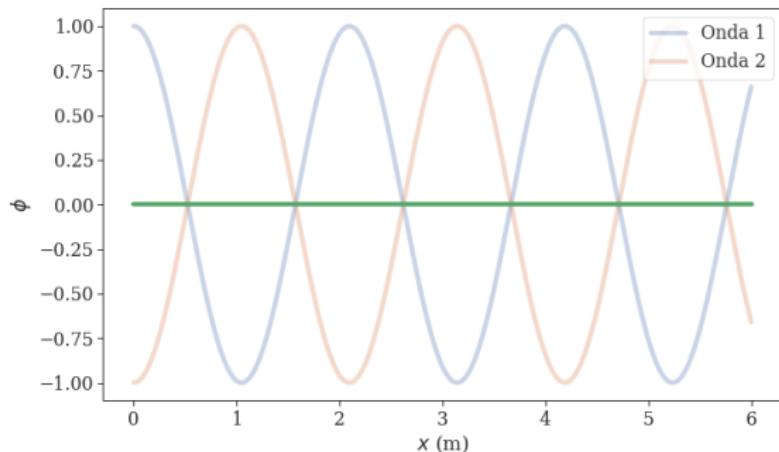
Exemplo: propagação de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/
FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaPropagacao.ipynb)

Why?

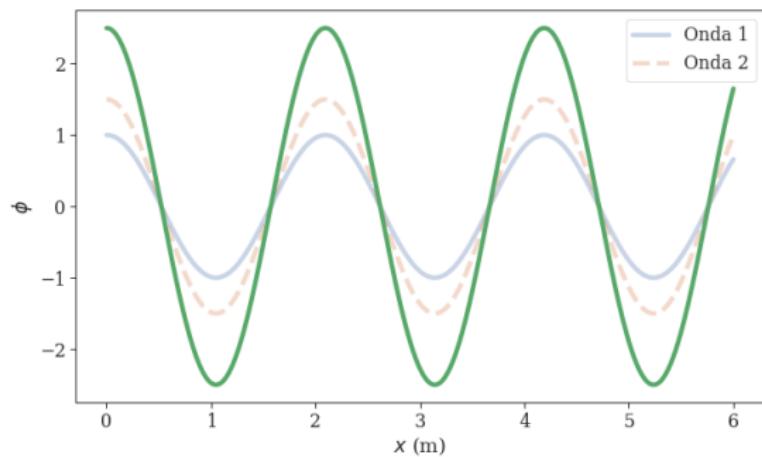
Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)

Why?

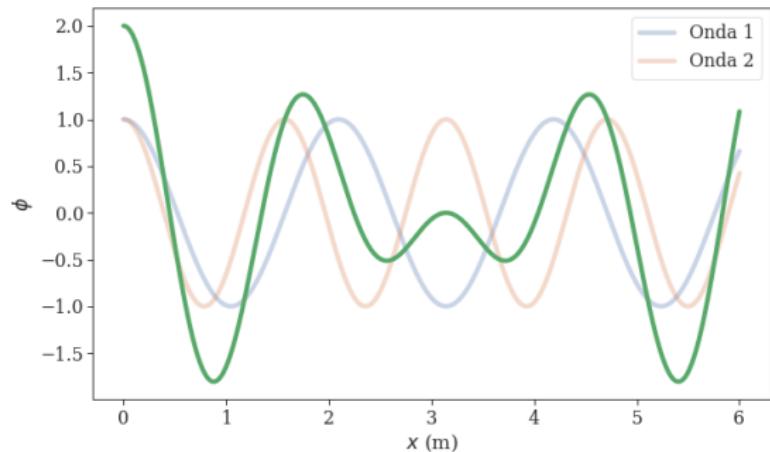
Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)

Why?

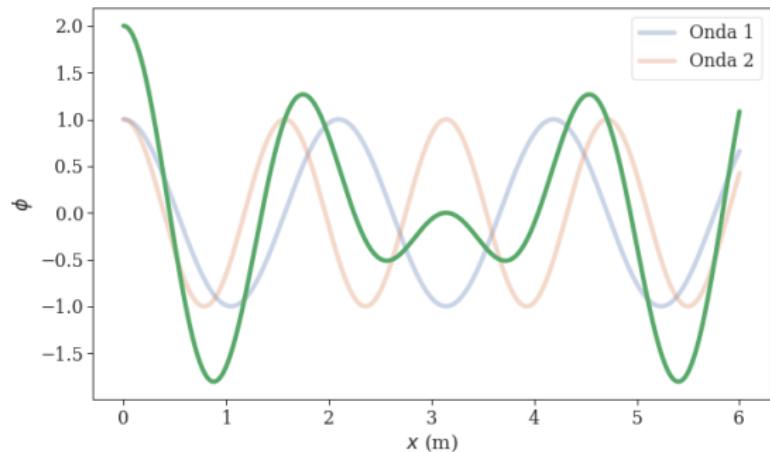
Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)

Why

Exemplo: Interferências de ondas



[https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/
FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb](https://github.com/andlessa/Teaching/blob/master/FisicaQuantica/ondaInterferencia.ipynb)

Why

Ondas de matéria

Em qualquer discussão a respeito de ondas, sempre surge a questão: o que está ondulando?

- ❖ No caso de ondas mecânicas, a grandeza que “ondula” é o deslocamento de um ponto do sistema em cada ponto x no tempo t .
- ❖ No caso de ondas sonoras, a grandeza que ondula é a pressão.
- ❖ No caso das ondas eletromagnéticas, são os campos elétrico e magnético que ondulam.
- ❖ **No caso de uma onda de matéria?**

Pacotes de ondas de matéria

- ❖ No caso de uma onda de matéria?
 - No caso das ondas de matéria o que está "ondulando" é uma grandeza, $\psi(x, t)$ chamada **função de onda**, que está relacionada com a **probabilidade de observar** a partícula em cada ponto x do espaço no instante t .

Pacotes de ondas de matéria

Considere, por exemplo, uma **onda** associada a **um elétron** com uma única frequência ν e um único comprimento de onda λ .

- ❖ Uma onda desse tipo pode ser representada de várias formas diferentes, por exemplo:

$$\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

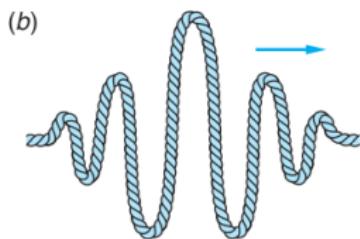
ou ainda

$$\psi(x, t) = A \exp[i(kx - \omega t)] \quad (2)$$

(falaremos mais sobre a função de onda e suas propriedades nas próximas aulas!!).

Pacotes de onda

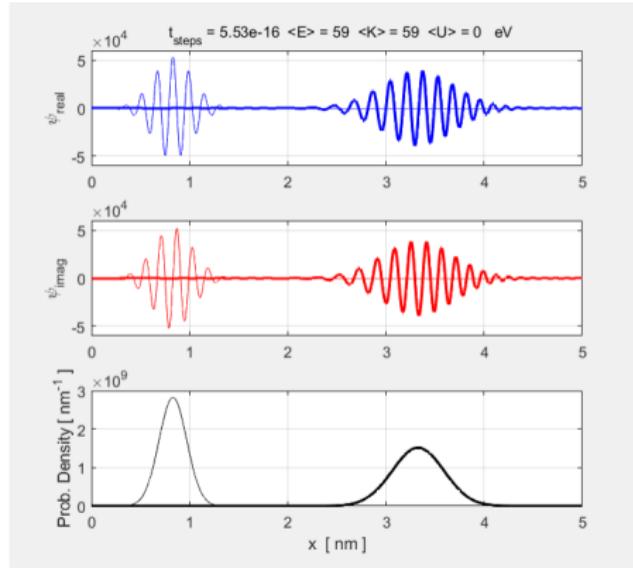
Pacotes de onda



(a) Uma deformação isolada que se propaga ao longo de uma corda e um exemplo de um pulso. O pulso é um fenômeno localizado, ao contrário das ondas harmônicas, que se estendem indefinidamente no espaço e no tempo.

(b) Um pacote de ondas formado pela superposição de ondas harmônicas.

Pacote de ondas

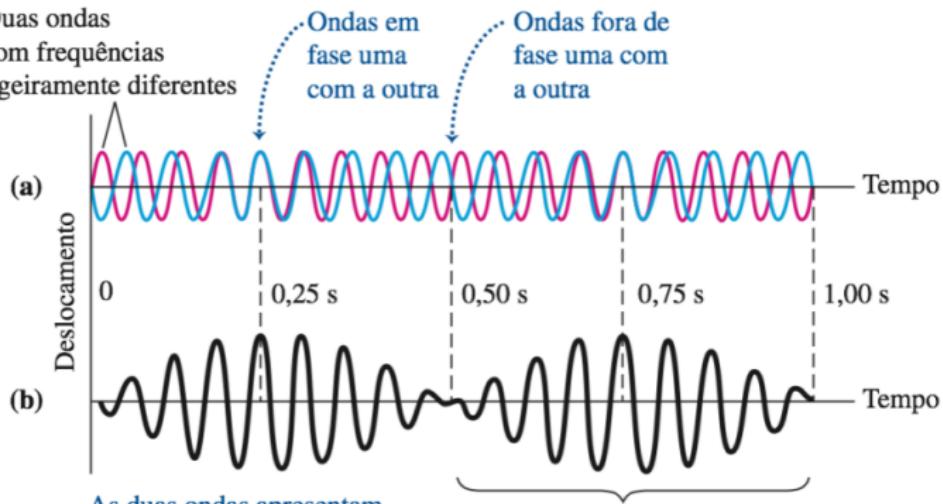


[https://d-arora.github.io/Doing-Physics-With-Matlab/
mpDocs/se_fdtdA.htm](https://d-arora.github.io/Doing-Physics-With-Matlab/mpDocs/se_fdtdA.htm)

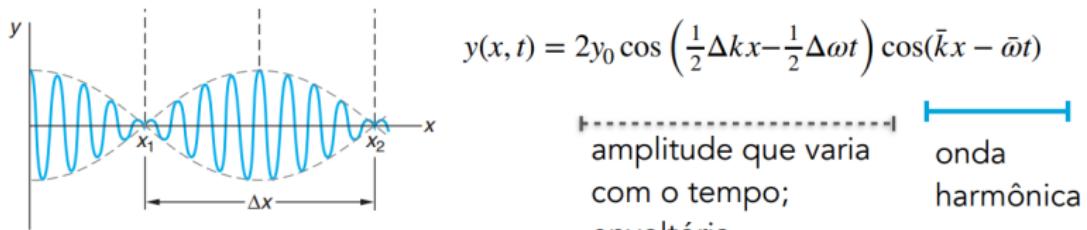
Why

Pacote de ondas

Duas ondas com frequências ligeiramente diferentes



Pacote de ondas



- ❖ A soma de duas ondas harmônicas não chega a produzir um pacote de ondas localizado. Contudo, podemos assumir a região de localização como sendo a largura da envoltória, Δx . Veja que Δx corresponde a meio comprimento de onda da envoltória.

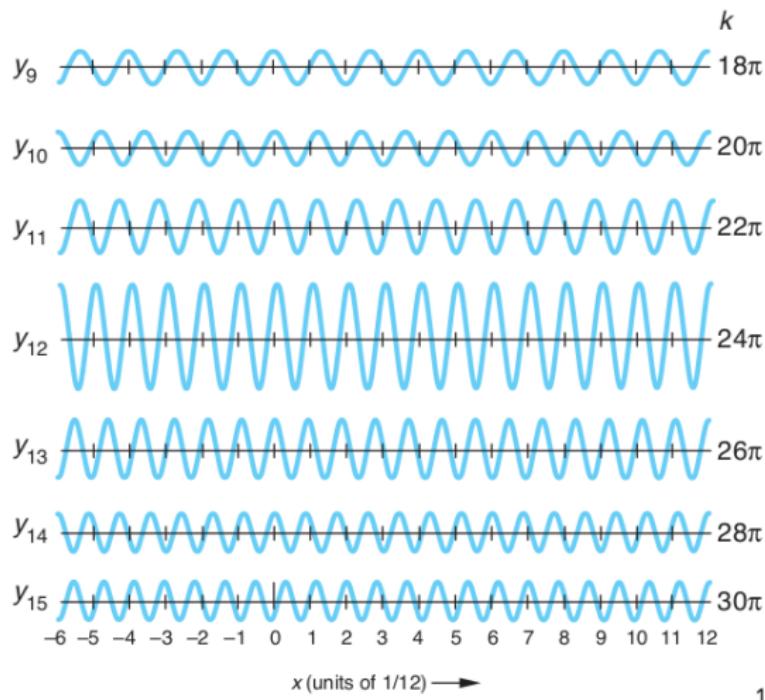
Pacote de ondas

- ❖ Podemos construir um pacote de ondas mais localizado se, em vez de somar apenas duas ondas senoidais, somarmos um número maior de ondas com comprimentos de onda ligeiramente diferentes e amplitudes diferentes.
- ❖ Sejam sete ondas harmônicas da forma:

$$y_k(x, t) = \cos(kx - \omega t) \quad (3)$$

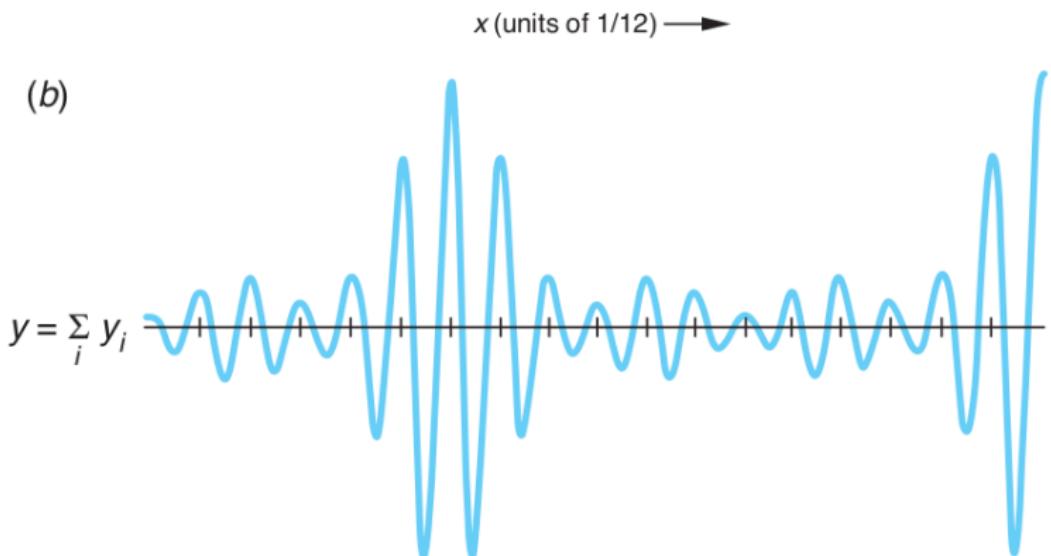
- ❖ Números de onda igualmente espaçados? $k = 9(2\pi)$ até $k = 15(2\pi)$, com amplitudes $1/4, 1/3, 1/2, 1, 1/2, 1/3$ e $1/4$.

Pacote de ondas



❖ O resultado é obtido fazendo a soma:

$$y(x, t_0) = \sum_{i=9}^{15} y_i(x, t_0) \quad (4)$$

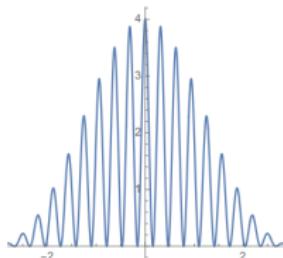


Pacote de ondas

Para se obter um pulso isolado, é preciso construir um pacote com uma distribuição contínua de ondas. Nesse caso, é possível obter um pulso “central” e os grupos secundários desaparecem.

- ❖ Se realizamos a **superposição** de uma **infinidade ondas senoidais** com:
 - valores de k dentro de um intervalo Δk
 - frequências dentro de um intervalo $\Delta\omega$

Obteremos um pacote de ondas com uma largura Δx e duração Δt .



Algumas definições

- ❖ As velocidades de fase e velocidade de grupo são dadas por:

$$v_f = \frac{\omega}{k} \quad (5)$$

e

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk} \quad (6)$$

Algumas definições

- ❖ Como $\omega = kv_f$, então

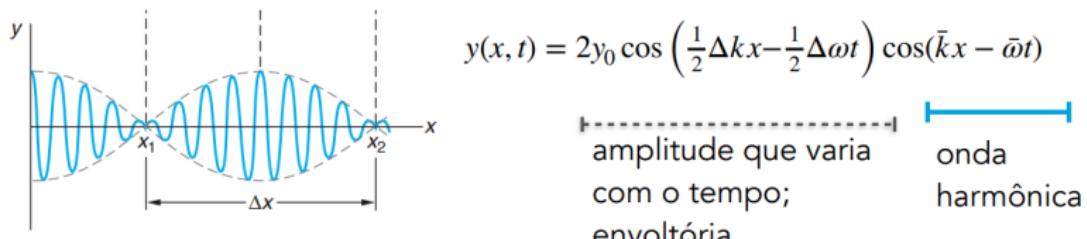
$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv_f)}{dk} = v_f + k \frac{dv_f}{dk} \quad (7)$$

- ❖ A velocidade de grupo fica igual à velocidade de fase $v_g = v_f$, quando $\frac{dv_f}{dk} = 0$. Um meio no qual a velocidade de fase é a mesma para todos os comprimentos de onda é chamado de **não dispersivo** (como o vácuo para ondas eletromagnéticas)
- ❖ Quando $v_g \neq v_f$, o pulso muda de forma enquanto se propaga. Alguns exemplos de meios dispersivo: vidro ou água para as ondas luminosas (**meio dispersivo**).

Relações de indeterminação clássicas.

Relações de indeterminação clássicas.

Vimos que é possível construir um pacote de ondas de largura Δx e duração Δt usando ondas senoidais com números de onda dentro de um intervalo de números de onda Δk e frequências $\Delta \omega$



- ❖ Caso particular: $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$
- ❖ Demonstração: $\Delta k \Delta x = 2\pi$

Why?

Relações de indeterminação clássicas.

- ❖ Os intervalos de Δk e $\Delta\omega$ das ondas harmônicas necessárias para formar um pacote de ondas dependem da extensão e duração do pulso:
 - É possível mostrar que se a extensão do pulso é pequena Δx , o pacote de onda deve ocupar um grande intervalo de números de onda Δk .
 - Da mesma forma, se a duração do pulso é pequena Δt , o pacote deve ocupar um grande intervalo de frequências $\Delta\omega$.

Relações de indeterminação clássicas.

- ❖ Em geral, é possível mostrar (análise de Fourier) que para qualquer pacote de ondas valem as relações:

$$\Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2} \quad (8)$$

e

$$\Delta \omega \Delta t \geq \frac{1}{2} \quad (9)$$

- ❖ Estas expressões são denominadas **relações de indeterminação clássicas**.

Relações de indeterminação clássicas

Das relações: $\Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2}$ e $\Delta \omega \Delta t \geq \frac{1}{2}$

Usando as relações de de Broglie na forma $E = \hbar\omega$ e $p = \hbar k$, temos $\Delta E = \hbar \Delta \omega$ e $\Delta p = \hbar \Delta k$, portanto, encontramos as relações de incerteza de Heisenberg (1927), como

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad (10)$$

e

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (11)$$

As relações da incerteza de Heisenberg podem ser interpretadas como segue:

- ❖ Se Δx é o desvio padrão das medidas de posição e Δp é o desvio padrão das medidas de momento, o produto $\Delta p \Delta x$ tem um valor mínimo de $\frac{\hbar}{2}$ quando as duas distribuições são gaussianas.
- ❖ Em qualquer outro caso $\Delta p \Delta x$ deve ser maior que $\frac{\hbar}{2}$.
- ❖ Não podemos conhecer **simultaneamente** a posição e o momento de uma partícula com precisão arbitrária.
- ❖ Esta limitação não se deve a qualquer problema técnico na concepção dos equipamentos de medição que possa ser resolvida usando instrumentos melhores. Pelo contrário, trata-se de uma limitação física devida à natureza onda-partícula tanto da matéria quanto da luz.

Exercício: Considere uma partícula em um recipiente muito pequeno. A incerteza na posição da partícula é dada como $\Delta x = 1 \times 10^{-10}$ m. Calcule a mínima incerteza no momento (Δp) dessa partícula.