

Nome: _____ RA: _____

Disciplina: Mecânica Estatística**Lista 2: Métodos estatísticos****Prof. Márcio Sampaio Gomes Filho**

1. Uma variável aleatória Y pode assumir os seguintes valores com as respectivas probabilidades: $Y = 1$ com probabilidade 0.2, $Y = 3$ com probabilidade 0.3, $Y = 5$ com probabilidade 0.4, e $Y = 7$ com probabilidade 0.1.

- a) Calcule a média da variável aleatória Y ;
- b) Calcule o quadrado da média de Y ;
- c) Calcule a média do quadrado de Y ;
- d) Calcule o desvio quadrático médio de Y .

2. Mostre que:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (1)$$

3. Calcule o primeiro e segundo momento da distribuição Gaussiana:

$$\rho(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (2)$$

4. Defina e explique o conceito de assimetria (Skewness) e da curtose (Kurtosis) de uma distribuição. Dê exemplos numéricos e/ou gráficos.

5. Mostre que a Transformada de Fourier da Gaussiana é:

$$I(k) = e^{-\frac{\sigma^2 k^2}{2}} e^{-ik\mu} \quad (3)$$

6. Seja a variável aleatória x contínua e definida com igual probabilidade, no intervalo $x \in [0, \pi]$. Obtenha:

- a) \bar{x} ;
- b) $\overline{\sin(x)}$ Faz sentido o resultado? Explique. Dica: análise o gráfico da função.

7. Um gás ideal monoatômico está confinado em um recipiente e segue a distribuição de Maxwell-Boltzmann para as velocidades moleculares. A temperatura do gás é T e a massa de cada molécula é m . Calcule:

a) Velocidade mais provável: $v_{\text{mp}} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$

b) Velocidade média: $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$;

c) Velocidade quadrática média: $v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$.

- d) Discussão sobre os efeitos da temperatura e da massa: Explique os efeitos de aumentar ou diminuir a temperatura T e a massa m das moléculas no comportamento das velocidades características.

8. Considere a variável aleatória X , que assume valores $x \in [0, \infty)$ cuja densidade de probabilidade dada por:

$$P(x) = A e^{-\frac{x}{D}}, \quad (4)$$

onde A e D são constantes não negativas.

- a) Calcule a constante de normalização A , de modo que $P(x)$ seja uma densidade de probabilidade válida.
- b) Determine o valor esperado (médio) $\langle x \rangle$.
9. Considerando que $\langle x \rangle$ e $\langle x^2 \rangle$ representam o valor médio de x e o valor médio de x^2 em um dado estado ψ , calcule $\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ e $\sigma_p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$ e $\sigma_x \sigma_p$ para o estado fundamental do poço quadrado infinito. O resultado do produto $\sigma_x \sigma_p$ é consistente com o princípio de incerteza? Explique.