

Valores esperados e Operadores; Potenciais simples não confinantes: potencial degrau

Aula 11

Prof. Márcio Sampaio Gomes Filho



Observação

- ❖ Esses slides são um complemento à aula ministrada em sala;
- ❖ Explicações/desenvolvimentos serão feitas no quadro.



Informação

- ❖ Página do curso: <https://marciosampaio.github.io/fisica-quantica-2025.1.html>

Postulado 4

Para cada grandeza física (mensurável), associa-se um operador matemático.

- ❖ $\Psi(x, t)$ contém toda informação sobre o estado da partícula microscópica
- ❖ Como extrair informações sobre:
 - posição;
 - momento;
 - energia;
 - Outras grandezas que caracterizam o movimento de uma partícula.

Operadores

De maneira geral, um operador é um objeto matemático que atua em funções e retornam uma nova função. Exemplo: derivada.

Exemplo: Operador momento linear: \hat{p}



Operador momento linear

- ❖ Vimos que, em mecânica quântica, o momento linear é um operador diferencial:

$$\hat{p} = \frac{i}{\hbar} \frac{\partial}{\partial x} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (1)$$

Operadores e observáveis

Observável	Operador
Posição: x	$\hat{x} = x$
Momento linear: p	$\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$
Energia total: E	$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(x)$
Energia total: E	$\hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$
Energia potencial: $V(x)$	$\hat{V}(x) = V(x)$
Energia cinética: E_k	$\hat{E}_k = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$
Momento angular: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\vec{\hat{L}} = \vec{\hat{r}} \times \vec{\hat{p}}$

Table: Observáveis e seus operadores em mecânica quântica.

Valores Esperados

O valor esperado de um operador \hat{O} em um estado quântico $\Psi(x, t)$ é a média dos resultados que se obteria ao realizar muitas medições do observável associado a \hat{O} em sistemas idênticos preparados no mesmo estado. Esse valor é dado por:

$$\langle O \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x, t) \hat{O} \Psi(x, t) dx \quad (2)$$

e a sua incerteza dada por:

$$\Delta O = \sqrt{\langle O^2 \rangle - \langle O \rangle^2}. \quad (3)$$

Onde:

$$\langle O^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^*(x, t) \hat{O} \hat{O} \Psi(x, t) dx \quad (4)$$



Exercício: Partícula livre (parte 1).

- a) Obtenha a função de onda para uma partícula livre.
- b) Densidade de probabilidade: a partícula está localizada? A função de onda é normalizável?
- c) Suponha agora, como uma aproximação, que a partícula livre está confinada a uma região extensa do espaço: $-L < x < L$. Fora dessa região, a probabilidade de encontrar a partícula é nula. Determine a constante de normalização.



Exercício: Partícula livre (parte 2).

- d) Encontre o valor esperado da posição x e sua incerteza Δx .
- e) Encontre o valor esperado do momento linear p e sua incerteza Δp .
- f) Discuta o princípio da incerteza de Heisenberg.
- g) Encontre o valor esperado da energia total E e sua incerteza ΔE .



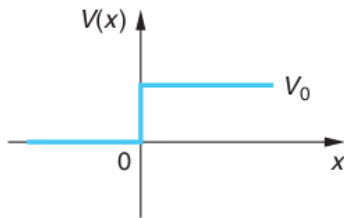
Comentários

- ❖ Comprimento de onda associado à função de onda.
- ❖ Auto-estados de energia.



Potenciais simples não confinantes: potencial degrau

Degrau de Potencial



- ❖ $E < V_0$ (sala de aula);
- ❖ $E > V_0$ (dever de casa).

