

MAT02014 - Planejamento de Experimentos II

Delineamentos em Blocos Casualizados

Rodrigo Citton P. dos Reis

Departamento de Estatística



Introdução

As **unidades experimentais** devem ser o mais semelhantes possíveis.

Unidades experimentais homogêneas.

- Redução da variância, σ_e^2 , do erro experimental.
 - Aumenta o poder para detectar efeitos dos fatores de tratamento.

Introdução

Por outro lado, a maioria dos pesquisadores gostaria que as conclusões de seu trabalho tivessem ampla aplicabilidade.

- Um experimentador gostaria de comparar vários métodos de exercício aeróbico para ver como eles afetam o nível de estresse e ansiedade de indivíduos.
 - Como existe uma grande variabilidade nos níveis de estresse e ansiedade na população geral (**heterogeneidade**), seria difícil ver qualquer diferença entre os vários métodos de exercício, a menos que os indivíduos recrutados para o estudo fossem um grupo homogêneo.
 - No entanto, o pesquisador gostaria de tirar conclusões gerais de seu estudo para pessoas de todos os níveis de estresse na população em geral.

Introdução

Bloqueio pode ser usado para alcançar os dois objetivos.

- Controle do erro.
- Em um **delineamento de blocos casualizados**, um grupo de unidades experimentais heterogêneas é utilizado para que as conclusões possam ser mais gerais.
 - Essas unidades experimentais heterogêneas são agrupadas em subgrupos homogêneos antes de serem aleatoriamente designadas para os níveis de fator de tratamento.
- O ato de agrupar as unidades experimentais em grupos homogêneos (os **blocos**) é chamado de **bloqueio** (bloqueamento/blocagem).
- A atribuição aleatória de níveis de fator de tratamento a unidades experimentais dentro de blocos tem o mesmo efeito de usar apenas unidades homogêneas, mas permite que as conclusões sejam generalizadas para toda a classe de unidades experimentais heterogêneas.

Introdução

Lotes de terra



Introdução

Ninhadas



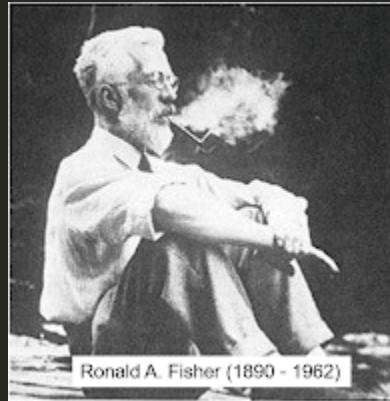
Introdução

Em um delineamento em blocos completos casualizados (BCC), com um fator de tratamento

- t níveis de tratamento;
- b blocos;
- cada bloco tem exatamente t unidades experimentais;
- Total de $t \times b$ unidades experimentais.
 - Dentro de blocos, as t unidades experimentais são homogêneas tanto quanto o possível.
 - Entre blocos, as unidades variam o suficiente para permitir que as conclusões sejam generalizadas.
- A aleatorização das unidades experimentais para níveis de fator de tratamento é realizada dentro de cada bloco.

Introdução

Bloqueio é um oferecimento de



Ronald A. Fisher (1890 - 1962)

Introdução

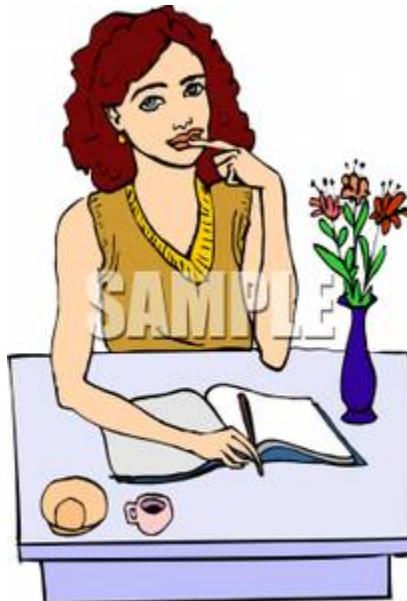
Se houver mais de t unidades experimentais dentro de cada bloco, de modo que os níveis dos fatores de tratamento sejam replicados r vezes dentro de cada bloco, haverá um total de unidades experimentais $r \times t \times b$.

- Nessa situação, chamamos o delineamento de um delineamento de **blocos completos geral** (BCG).
- Normalmente, o BCC é preferível ao BCG porque os blocos menores de unidades experimentais permitem maior homogeneidade dentro dos blocos
 - Menor erro experimental
 - Testes e estimativas mais precisas.

Criando um BCC no R

Exemplo

Uma estudante queria investigar "métodos da Vovó" para prolongar a vida das flores cortadas.









Criando um BCC no R

Os níveis foram:

1. Água da torneira
2. Água da torneira com uma colher de açúcar adicionada
3. Água da torneira com uma xícara de água carbonatada
4. Água da torneira com uma xícara de 7-up

Um oferecimento de



Criando um BCC no R

As unidades experimentais eram flores individuais e a resposta foi o tempo em dias até a flor murchar.

A estudante queria as conclusões de seu estudo para aplicar em diversos tipos de flores, então ela usou um BCC.

Criando um BCC no R

Os blocos foram os seguintes tipos de flores:

1. Rosa (*Rose*)
2. Cravo (*Carnantion*)
3. Daisy (*Daisy*)
4. Tulipa (*Tulip*)

Criando um BCC no R

```
f <- factor(c(1, 2, 3, 4))
b1t <- sample(f, 4)
b2t <- sample(f, 4)
b3t <- sample(f, 4)
b4t <- sample(f, 4)
t <- c(b1t, b2t, b3t, b4t)
t
```

```
## [1] 4 3 1 2 4 3 1 2 3 4 1 2 2 1 3 4
```

```
block <- factor(rep(c("carnation", "daisy", "rose", "tulip"),
each = 4))
block
```

```
## [1] carnation carnation carnation carnation daisy      daisy      daisy
## [8] daisy      rose       rose       rose       rose      tulip      tulip
## [15] tulip      tulip
## Levels: carnation daisy rose tulip
```

Criando um BCC no R

```
fnum <- rep(f, 4)
plan <- data.frame(TypeFlower = block, FlowerNumber = fnum,
                     treatment = t)
plan
```

```
##   TypeFlower FlowerNumber treatment
## 1  carnation           1         4
## 2  carnation           2         3
## 3  carnation           3         1
## 4  carnation           4         2
## 5    daisy              1         4
## 6    daisy              2         3
## 7    daisy              3         1
## 8    daisy              4         2
## 9     rose              1         3
## 10    rose              2         4
## 11    rose              3         1
## 12    rose              4         2
## 13    tulip              1         2
## 14    tulip              2         1
## 15    tulip              3         3
## 16    tulip              4         4
```

```
write.table(plan, file = "RCBPlan.csv",
            sep = ",", row.names = FALSE)
```

Criando um BCC no R

Uma forma alternativa via pacote `agricolae`

```
library(agricolae)

## Warning: package 'agricolae' was built under R version 3.4.4

treat <- c(1, 2, 3, 4)
outdesign <- design.rcbd(treat, 4,
                         seed = 11)
bcc <- outdesign$book
levels(bcc$block) <- c("carnation", "daisy", "rose", "tulip")
bcc

##   plots    block treat
## 1    101 carnation    4
## 2    102 carnation    1
## 3    103 carnation    2
## 4    104 carnation    3
## 5    201     daisy    2
## 6    202     daisy    4
## 7    203     daisy    3
## 8    204     daisy    1
## 9    301      rose    4
## 10   302      rose    2
## 11   303      rose    1
## 12   304      rose    3
## 13   401     tulip    1
## 14   402     tulip    4
```

Modelo para o BCC

O modelo para a análise de um delineamento BCC é

$$y_{ij} = \mu + b_i + \tau_j + \epsilon_{ij},$$

- b_i é o efeito de bloco;
- τ_j é o efeito de tratamento;
- $\epsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Modelo para o BCC

- Este modelo **não** inclui um termo de interação entre blocos e tratamento.
- $t \times b$ unidades experimentais
 - Zero gl para a ssE se um termo de interação blocos e tratamento fosse incluído no modelo.
- No entanto, a interação bloco por tratamento é de fato o termo de erro correto **para testar os efeitos do tratamento.**
 - O experimentador quer generalizar suas conclusões sobre os efeitos do tratamento sobre todas as unidades experimentais.
 - Os efeitos médios do tratamento devem ser maiores do que quaisquer diferenças nos efeitos do tratamento entre os blocos de unidades experimentais.
 - A diferença nos efeitos do tratamento entre os blocos é exatamente o que a interação mede e é, portanto, o termo de erro correto.
- Ao deixar a interação fora do modelo, a ssE torna-se idêntica à soma de quadrados da interação.



NO MORE P-VALUES?

Then how will I determine statistical significance?

gifs.com

Modelo para o BCC

Tabela de ANOVA

Source	df	Sum of Squares	Mean Squares	F-ratio
Blocks	$b - 1$	$ssBlk$ $R(b \mu)$	$ssBlk/(b - 1)$	
Treatments	$t - 1$	ssT $R(\tau b, \mu)$	$ssT/(t - 1)$	msT/msE
Error	$(b - 1)(t - 1)$	ssE	$ssE/(b - 1)(t - 1)$	

Modelo para o BCC

Tabela de ANOVA

- Os graus de liberdade para o erro $(b - 1)(t - 1)$ são menores do que seriam em um delineamento completamente casualizado com b replicações de cada nível de tratamento.
 - Se os grupos de unidades experimentais dentro dos blocos forem mais homogêneos, o msE deve ser menor e o poder de detectar diferenças entre os níveis de tratamento é maior.

Modelo para o BCC

Eficiência relativa

A estimativa da variância das unidades experimentais dentro de cada bloco é dada por

$$\hat{\sigma}_{bcc}^2 = \frac{ssE}{(b-1)(t-1)}.$$

A estimativa da variância do grupo inteiro de unidades experimentais heterogêneas pode ser feita a partir dos quadrados médios na tabela de ANOVA do BCC

$$\hat{\sigma}_{drc}^2 = \frac{ssBlk + ssE}{t(b-1)}.$$

- Se $msBlk$ é zero, pode ser visto que $\hat{\sigma}_{drc}^2 < \hat{\sigma}_{bcc}^2$.
- A razão de $\hat{\sigma}_{drc}^2$ e $\hat{\sigma}_{bcc}^2$ é uma medida de eficácia do bloqueio.

Modelo para o BCC

Eficiência relativa

- $\nu_{bcc} = (b - 1)(t - 1)$
- $\nu_{dec} = t(b - 1)$

A eficiência relativa do BCC é dada pela fórmula:

$$RE = \frac{(\nu_{bcc} + 1)(\nu_{dec} + 3)}{(\nu_{bcc} + 3)(\nu_{dec} + 1)} \frac{\hat{\sigma}_{dec}^2}{\hat{\sigma}_{bcc}^2}$$

- RE pode ser usado para determinar o número de observações que seriam necessárias em um DCC, com unidades experimentais heterogêneas, para que as variâncias para as médias de tratamento sejam equivalentes àquelas obtidas com o BCC.
 - Se $b \times t$ unidades experimentais foram usadas no BCC, então $RE \times (b \times t)$ unidades experimentais seriam necessárias em um DCC, sem bloqueio, para alcançar variâncias equivalentes das médias de tratamentos.

Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

Efeito do fármaco sulfato d-anfetamina sobre o comportamento de ratos

- O comportamento em estudo foi a **taxa** em que os ratos privados de água pressionaram uma alavanca para obter água.
- A **resposta foi a taxa de pressão da alavanca definida como o número de pressões da alavanca dividido pelo tempo decorrido da sessão.**
- Os níveis do fator de tratamento eram cinco dosagens diferentes da droga em miligramas por quilograma de peso corporal, incluindo uma dosagem de controle consistindo em solução salina.





MakeAGIF.com

Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

Efeito do fármaco sulfato d-anfetamina sobre o comportamento de ratos

- Um experimento consistiu em injetar um rato com uma dosagem de droga, e depois de uma hora uma sessão experimental começou onde um rato receberia água toda vez que uma segunda alavanca fosse pressionada.
- A unidade experimental nesses experimentos **não era um rato**, mas o estado de um único rato durante um experimento, uma vez que um rato individual poderia ser usado em vários experimentos injetando-o repetidamente com diferentes doses do fármaco (após um período apropriado de **lavagem; washout**) e observando o comportamento de pressionar a alavanca.
- Como havia grande variabilidade na taxa de pressão de alavanca entre os ratos, foi utilizado um BCC, e **um rato representou o fator de bloqueio**.
- Cada rato recebeu todas as cinco doses em uma ordem aleatória com um período de **washout** apropriado entre elas.

Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

```
library(daewr)
```

```
## Warning: package 'daewr' was built under R version 3.4.4
```

```
data(drug)
drug
```

```
##   rat dose rate
## 1   1    0  0.60
## 2   1    0.5 0.80
## 3   1    1  0.82
## 4   1    1.5 0.81
## 5   1    2  0.50
## 6   2    0  0.51
## 7   2    0.5 0.61
## 8   2    1  0.79
## 9   2    1.5 0.78
## 10  2    2  0.77
## 11  3    0  0.62
## 12  3    0.5 0.82
## 13  3    1  0.83
## 14  3    1.5 0.80
## 15  3    2  0.52
## 16  4    0  0.60
## 17  4    0.5 0.95
## 18  4    1  0.91
```

Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

```
mod1 <- aov( rate ~ rat + dose, data = drug )
summary(mod1)

##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## rat          9 1.6685 0.18538   22.20 3.75e-12 ***
## dose         4 0.4602 0.11505   13.78 6.53e-07 ***
## Residuals    36 0.3006 0.00835
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

```
contrasts(drug$dose) <- contr.poly(5)
mod2 <- aov( rate ~ rat + dose, data = drug)
summary.aov(mod2, split = list(dose = list("Linear" = 1,
                                            "Quadratic" = 2, "Cubic" = 3, "Quartic" = 4)))
```

```
##                                Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## rat                          9 1.6685  0.1854  22.205 3.75e-12 ***
## dose                         4 0.4602  0.1151  13.781 6.53e-07 ***
##   dose: Linear              1 0.0610  0.0610   7.308  0.0104 *
##   dose: Quadratic           1 0.3943  0.3943  47.232 4.83e-08 ***
##   dose: Cubic                1 0.0041  0.0041   0.491  0.4882
##   dose: Quartic              1 0.0008  0.0008   0.094  0.7613
## Residuals                     36 0.3006  0.0083
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

```
R <- do.call("cbind", split(drug$rate, drug$rat))
y <- apply(R, 1, mean )
x <- as.double( levels(drug$dose) )
plot( x, y, xlab = "dose", ylab = "average lever press rate" )
xx <- seq( 0.0, 2.0, .1 )
rate.quad <- lm( y ~ poly( x, 2) )
lines(xx, predict( rate.quad, data.frame( x = xx) ))
```


Um exemplo de um experimento com delineamento BCC

- $\hat{\sigma}_{bcc}^2 = 0.00835$.
- $\hat{\sigma}_{dec}^2 = 0.04376$.
- $RE = 5.18846$
 - Isso significa que o bloqueio reduziu a variância das unidades experimentais em aproximadamente $80\% = 1 - \frac{0.0083487}{0.043758}$, e que levaria aproximadamente **cinco vezes** mais experimentos para ter as variâncias equivalentes para as médias de tratamento se cada rato tivesse sido usado para apenas um ensaio num DCC.

Delineamentos fatoriais em blocos

O bloqueio é ainda mais eficaz quando combinado com um planejamento fatorial.

- O número de unidades experimentais em cada bloco **deve ser igual** ao número de combinações dos níveis de todos os fatores.
- **Fatorial em blocos completos casualizados (FBCC).**

Mais um exemplo com ...



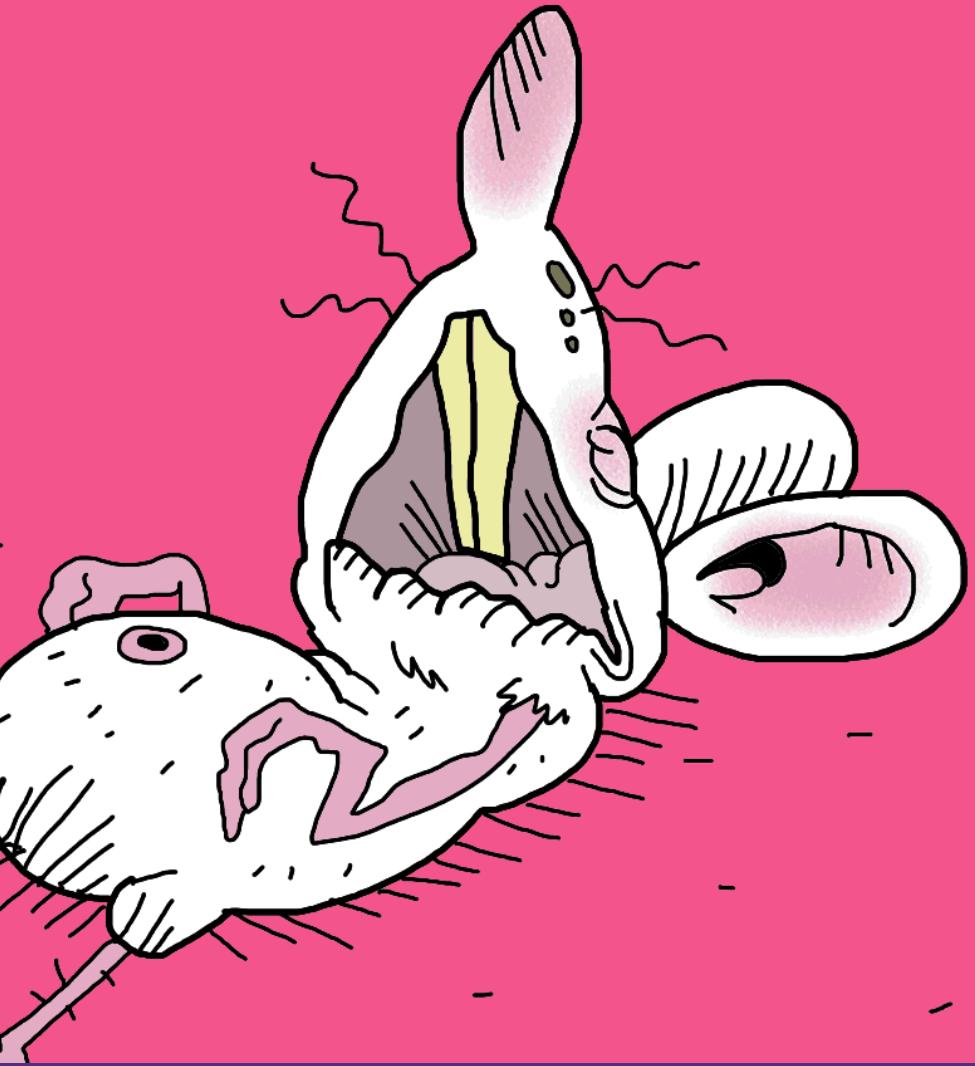
Delineamentos fatoriais em blocos

- Determinar se o BHA (um antioxidante comum usado em alimentos processados) induzia atividade da enzima hepática EROD em camundongos e se essa atividade era independente da linhagem de camundongos.
- Foi parte de um estudo maior para determinar se os antioxidantes ajudam a proteger contra o câncer.

Delineamentos fatoriais em blocos

- Os fatores neste experimento foram
 - A: se um rato foi tratado com BHA ou não
 - B: a estirpe do rato.
 - Como não se pode atribuir um determinado rato a uma determinada estirpe, a unidade experimental não é o rato, mas o teste ou as condições existentes no laboratório quando uma experiência específica foi executada.
 - Uma execução consistiu em selecionar um rato de uma estirpe específica; em seguida, o BHA foi incorporando na dieta (por um período de 3 semanas) ou não (dependendo do que foi especificado); e finalmente **humanamente** sacrificando o rato
- ...







Walt Disney disse que este não é o fim ...



Delineamentos fatoriais em blocos

- ... e realizar uma autópsia para determinar o nível de atividade da enzima EROD no fígado.
- Resultados de experiências *in vivo* podem variar substancialmente de tempos em tempos no mesmo laboratório.
 - Diferenças nos reagentes utilizados para a análise enzimática, calibração de instrumentos e fatores ambientais na criação de animais.
- As experiências foram bloqueadas no tempo.
- Dois ratos foram selecionados de cada uma das quatro estirpes, um foi escolhido aleatoriamente para receber BHA na dieta, e oito ensaios foram realizados simultaneamente.
 - Isso representou um bloco.
 - Três meses depois, todo o processo foi repetido para um segundo bloco de execuções.

Delineamentos fatoriais em blocos

```
library(daewr)
data(bha)
bha
```

```
##   block strain treat   y
## 1      1    A/J treated 18.7
## 2      1    A/J control  7.7
## 3      2    A/J treated 16.7
## 4      2    A/J control  6.4
## 5      1 1290la treated 17.9
## 6      1 1290la control  8.4
## 7      2 1290la treated 14.4
## 8      2 1290la control  6.7
## 9      1    NIH treated 19.2
## 10     1    NIH control  9.8
## 11     2    NIH treated 12.0
## 12     2    NIH control  8.1
## 13     1  BALB/c treated 26.3
## 14     1  BALB/c control  9.7
## 15     2  BALB/c treated 19.8
## 16     2  BALB/c control  6.0
```

Delineamentos fatoriais em blocos

```
mod3 <- aov( y ~ block + strain * treat, data = bha)
summary(mod3)

##                                Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
## block                  1   47.6   47.6  18.372 0.00363 **
## strain                 3   33.0   11.0   4.240  0.05274 .
## treat                  1  422.3  422.3 162.961 4.19e-06 ***
## strain:treat          3   40.3   13.4   5.189  0.03368 *
## Residuals              7   18.1     2.6
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Delineamentos fatoriais em blocos

