MAC–IME–USP

Carlos Eduardo Ferreira
Sala 108C Tel.: 3091 6079
e-mail cef@ime.usp.br
monitor Rodrigo Enju
e-mail rodrigo.enju@usp.br

MAC328 - Algoritmos em Grafos

Segundo semestre de 2017

Lista 3

Esta lista é feita para ajudá-los a estudar a disciplina. Não precisa entregar nenhum exercício, mas recomendo que sejam feitos à medida que são dados. Os exercícios marcados com $\star$ podem ser entregues **até 28/8**. Os alunos que entregarem terão bônus na nota final.

1. É verdade que todo grafo tem uma única floresta DFS?

2. Simule a execução do algoritmo de busca em profundidade no grafo definido pelas listas de adjacências abaixo:

```
0: 1 4
1: 2 5
2: 3
3: 7
4: 8
5: 4
6: 5 10 2
7: 11 6
8: 9
9: 5 8
10: 9
11: 10
```

3. Escreva uma função que use `GRAPHdfs()` para resolver o seguinte problema: dado um grafo G e dois vértices s e t, imprima um caminho de s a t no grafo. Se um tal caminho não existir, imprima um conjunto de vértices que contenha s, não contenha t, e não tenha nenhum arco saindo deste conjunto.

4. É possível usar um único contador para registrar o descobrimento e a morte dos vértices nos vetores `pre[]` e `post[]`? Com isso os vetores terão valores de 0 a $2V-1$. Quais as propriedades que esta pré e pós ordem "intercaladas" terão?

5. Seja `x-y` um arco de um grafo G e `post[]` uma numeração em pós-ordem dos vértices de G. É verdade que se não existe caminho de y a x, então `post[x] > post[y]`?

6. Escreva uma função `UGRAPHisConnected()` que decida se um grafo não-dirigido é ou não é conexo. No caso de resposta negativa, que informação adicional a função poderia devolver como prova de que a resposta está correta?

7. Mostre que toda aresta de um grafo não-dirigido tem ambas as pontas na mesma componente conexa.

8. Seja `cc[]` o vetor das componentes conexas de um grafo não-dirigido G. Dados vértices v e w de G, como a inserção de uma aresta `v-w` alteraria as componentes conexas de G? Escreva uma função que receba um grafo, o vetor `cc[]` e um arco `v-w` e modifique `cc[]` para mostrar o efeito da inserção do arco `v-w` em G.

9. Escreva uma função que decida se um grafo tem ciclos com base na seguinte ideia. Remova uma fonte do grafo, depois remova uma fonte do grafo resultante, e assim sucessivamente. (Outra maneira de dizer isso: remova fontes recursivamente.) Se todos os vértices acabarem sendo removidos, a ordem em que os vértices são removidos é topológica. Senão, o grafo que sobrar não tem fontes e portanto tem ciclos. Quanto tempo o seu algoritmo consome?

10. $\star$ Componentes gigantes em grafos não-dirigidos aleatórios. Quantas arestas um grafo não-dirigido aleatório com V vértices precisa ter para que uma de suas componentes conexas seja gigante? Escreva um programa para fazer os experimentos descritos a seguir. Cada experimento consiste em construir um grafo não-dirigido aleatório com V vértices e número esperado de arestas E e determinar o número de componentes conexas com 1 vértice, 2 vértices, e assim por diante. Para cada valor de V, faça os experimentos com E valendo $0.2V, 0.5V, 1V, 2V, 5V, 10V, 20V$, etc. Repita cada experimento várias vezes (variando a semente do gerador de números aleatórios) e imprima uma tabela mostrando o número médio de componentes de cada tamanho, para cada valor de V e E.

    Obs.: A teoria nos diz que quando o número de arestas passa de $\frac{1}{2}V ln V$ (ou seja, pouco mais que V multiplicado pelo número de dígitos decimais de V), o grafo consiste, com grande probabilidade, em uma componente conexa gigante e alguns vértices isolados. Veja o verbete "Giant component" na wikipedia.