

MAC328 - Algoritmos em Grafos

Segundo semestre de 2017

Lista 4

Esta lista é feita para ajudá-los a estudar a disciplina. Não precisa entregar nenhum exercício, mas recomendo que sejam feitos à medida que são dados. Os exercícios marcados com \star podem ser entregues **até 11/9**. Os alunos que entregarem terão bônus na nota final.

1. Mostre que todo arco de um grafo fortemente conexo pertence a um ciclo. A recíproca é verdadeira, ou seja, se todo arco de um grafo está em um ciclo, então o grafo é fortemente conexo?
2. O que podemos exibir como um certificado de que um grafo não é fortemente conexo?
3. Escreva uma função simples (mesmo que não seja eficiente) que calcule as componentes fortes de um grafo G . A função deve devolver o número de componentes fortes do grafo e uma numeração `sc[]` dos vértices que identifique as componentes fortes. (Sugestão: use a função `GRAPHreach()`.) Quanto tempo sua função consome?
4. Seja P um caminho de um vértice x a um vértice y de um grafo G . Suponha que x e y pertencem à mesma componente forte, digamos K , de G . Mostre que todos os vértices de P pertencem a K .
5. Considere o grafo das componentes fortes de G , que tem um vértice para cada componente forte do grafo original, e duas componentes x e y são ligadas se existe em G um arco entre um vértice da componente representada por x para um vértice da componente representada por y . Mostre que os rótulos do vetor `sc[]` fornecem uma numeração anti-topológica do grafo das componentes conexas fortes de G .
6. Mostre que no algoritmo de Tarjan, um vértice u está na pilha sse `sc[u] == -1` e `pre[u] != -1`.
7. Simule a execução da função `GRAPHscT()` no grafo definido pelo conjunto de arcos 3-7 1-4 7-8 0-5 5-2 3-8 2-9 0-6 4-9 2-6 6-4.

8. ★ Uma aresta de um grafo não dirigido é uma ponte se e só se sua remoção aumenta o número de componentes conexas do grafo. Escreva uma função **UGRAPHbridges** que recebe um grafo e lista as pontes do grafo. Dica: é possível adaptar as ideias do algoritmo de Tarjan para encontrar pontes em grafos não dirigidos.