MAC–IME–USP

Carlos Eduardo Ferreira
Sala 108C Tel.: 3091 6079
e-mail cef@ime.usp.br
monitor Rodrigo Enju
e-mail rodrigo.enju@usp.br

MAC328 - Algoritmos em Grafos

Segundo semestre de 2017

Lista 7

Esta lista é feita para ajudá-los a estudar a disciplina. Não precisa entregar nenhum exercício, mas recomendo que sejam feitos à medida que são dados. Os exercícios marcados com $\star$ podem ser entregues **até 16/10**. Os alunos que entregarem terão bônus na nota final.

1. Considere o cubo n-dimensional, ou seja, o grafo cujo conjunto de vértices é $\{0, 1, \ldots, 2^n - 1\}$ e dois vértices são adjacentes u e v se e só se as expansões binárias de u e v diferem em exatamente um bit. Mostre que todo cubo n dimensional é bicromático.

2. Seja s um vértice qualquer de um grafo não dirigido conexo G. Para cada vértice $x \in G$, denote por $d(x)$ a distância de s a x (ou seja, menor número de arestas num caminho de s a x). Prove que, $d(v) \neq d(w)$ para toda aresta `v-w` de G, se e só se G é bipartido.

3. Mostre que toda floresta é bicromática.

4. Escreva uma função que use busca em largura para fazer a bicoloração dos vértices de um grafo não dirigido. (Ideia: para cada componente conexa do grafo calcule o vetor de distâncias de um vértice s a todos os outros. Se encontrarmos uma aresta `v-w` tal que $d(v) = d(w)$, temos um circuito ímpar. Senão, o grafo admite uma bipartição).

5. Mostre que, para a heurística gulosa de coloração de vértices apresentada, existe uma ordem em que, se os vértices forem considerados, a heurística usará exatamente χ cores.

6. $\star$ Escreva um algoritmo exato para resolver o problema de decidir se um grafo não dirigido é k colorível. Qual a complexidade do seu algoritmo? Faça experimentos gerando grafos não dirigidos aleatórios (possivelmente gerados de vários formas diferentes) e analise quando a heurística gulosa apresentada em sala de aula dá a solução ótima do problema. Faça um relatório apresentando seus experimentos e conclusões.