



Algebra relacional

Sergio Sánchez
Curso Bases de datos
Escuela de Informática

Fundamentos Matemáticos

- ▶ Los Fundamentos de la matemática es el estudio de conceptos matemáticos básicos como números, figuras geométricas, conjuntos, funciones etc. y las estructuras fundamentales más complejas que forman. (fórmulas, teorías y sus modelos, algoritmos, etc.)

Teoría de Conjuntos

- ▶ Un conjunto es una agrupación, clase o colección de objetos denominados elementos del conjunto.
- ▶ La relación de pertenencia entre los elementos y los conjuntos siempre es perfectamente discernible, en otras palabras, si un objeto pertenece a un conjunto o no, siempre puede calificarse como verdadero o falso.
- ▶ Un conjunto se puede determinar de dos maneras: por extensión y por comprensión.

Relación y Función

- ▶ En matemática, **Relación** es la correspondencia de un primer conjunto, llamado **Dominio** , con un segundo conjunto, llamado **Recorrido o Rango** , de manera que a cada elemento del Dominio le corresponde uno o más elementos del Recorrido o Rango.

Relación y Función

- ▶ Por su parte, una **Función** es una relación a la cual se añade la condición de que a cada valor del Dominio le corresponde **uno y sólo un valor** del Recorrido.
- ▶ El **dominio** de una relación es el conjunto de **preimágenes** ; es decir, el conjunto formado por los elementos del conjunto de partida que están relacionados.
- ▶ Al conjunto de **imágenes** , esto es, elementos del conjunto de llegada que están relacionados, se le denomina **recorrido o rango** .

Ejemplo:

- ▶ Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ y R la relación definida de A en B determinada por la regla “ y es el doble de x ” o “ $y = 2x$ ”, encontrar dominio y rango de la relación.
- ▶ Los pares que pertenecen a la relación
- ▶ R ($y = 2x$) son solo: $R = \{(2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$
- ▶ En esta relación vemos que: “4 es el doble de 2”; esto es, “4 es la imagen de 2 bajo R ”, dicho de otro modo, “2 es preimagen de 4”.
- ▶ Así, el dominio y rango son:
- ▶ $D = \{2, 3, 4\}$ $Rg = \{4, 6, 8\}$

Algebra Relacional

► Introducción

- Lenguajes de acceso en BDR
 - Álgebra Relacional
 - Lenguaje procedimental (se indica qué y cómo obtenerlo)
 - Cálculo Relacional
 - Lenguaje no procedimental (se indica qué pero no cómo obtenerlo)
 - Dos tipos
 - Orientado a Tuplas
 - Orientado a Dominios
- Álgebra y Cálculo Relacional son equivalentes en poder expresivo
- Lenguajes de Usuario
 - SQL (Structured Query Language), basado en álgebra relacional
 - QBE (Query By Example), basado en cálculo relacional

Cálculo Relacional de Tuplas

- ▶ Es un lenguaje de consulta no procedimental
- ▶ Describe la información deseada sin dar un procedimiento específico para obtenerla.
- ▶ Una **consulta** en el CRT se expresa como $\{t / P(t)\}$
- ▶ es decir, el conjunto de todas las tuplas t , tal que el predicado P , es verdadero para t .

Cálculo Relacional de Tuplas

- ▶ Ejemplos
- ▶ Dadas las relaciones r y s :
- ▶ la **unión** se expresa

$$\{ t / r(t) \vee s(t) \}$$

- ▶ es decir, el conjunto de tuplas t tales que t
- ▶ está en r ó en s

Cálculo Relacional de Dominios

- ▶ Usa **variables de dominio** que toman valores del dominio de un atributo.
- ▶ Una expresión en el CRD es de la forma
$$\{ \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n) \}$$
- ▶ donde
- ▶ x_1, x_2, \dots, x_n representan **variables de dominio**
- ▶ P es una fórmula compuesta por átomos

Cálculo Relacional de Dominios

- ▶ Consultas de ejemplo
- ▶ Encontrar **nombre** de sucursal, **número** de préstamo, **nombre** de cliente y **cantidad** de préstamos mayores de 1200 dólares.

$$\{ \langle b, l, c, a \rangle \mid \langle b, l, c, a \rangle \in \text{préstamo} \wedge a > 1200 \}$$

Algebra Relacional

► Definición

- Conjunto cerrado de operaciones
 - Actúan sobre relaciones
 - Producen relaciones como resultados
 - Pueden combinarse para construir expresiones más complejas

Operadores Básicos

- *Unión*
- *Diferencia*
- *Producto Cartesiano*
- *Selección*
- *Proyección*

*Son operacionalmente completos,
permiten expresar cualquier
consulta a
una BDR*

Operadores Derivados

- *Intersección*
- *Join*
- *División*
- *Asociación*

- *No añaden nada nuevo*
- *Se forman combinando los operadores básicos*
- *Son útiles en determinadas consultas*

Unión

► $R \cup S$

- *La unión de dos relaciones R y S , es otra relación que contiene las tuplas que están en R , o en S , o en ambas, eliminándose las tuplas duplicadas*
- *R y S deben ser unión-compatible, es decir, definidas sobre el mismo conjunto de atributos*

Ingenieros

E#	Nombre	Edad
320	José	34
322	Rosa	37
323	María	25

Jefes

E#	Nombre	Edad
320	José	34
421	Jorge	48

Ingenieros \cup Jefes

E#	Nombre	Edad
320	José	34
322	Rosa	37
•	María	25
421	Jorge	48

Diferencia

► $R - S$

- *La diferencia de dos relaciones R y S , es otra relación que contiene las tuplas que están en la relación R , pero no están en S*
- *R y S deben ser unión-compatible*

Ingenieros

E#	Nombre	Edad
320	José	34
322	Rosa	37
323	Maria	25

Jefes

E#	Nombre	Edad
320	José	34
421	Jorge	48

Ingenieros - Jefes

E#	Nombre	Edad
322	Rosa	37
•	Maria	25

Jefes - Ingenieros

E#	Nombre	Edad
421	Jorge	48

Producto Cartesiano

► $R \times S$

- *Define una relación que es la concatenación de cada una de las filas de la relación R con cada una de las filas de la relación S*

Ingenieros

E#	Nombre	D#
320	José	D1
322	Rosa	D3

Proyectos

Proyecto	Tiempo
RX338A	21
PY254Z	32

Departamentos

D#	Descrip
D1	Central
D3	I+D

Ingenieros X Proyectos

E#	Nombre	D#	Proyecto	Tiempo
320	José	D1	RX338A	21
320	José	D1	PY254Z	32
322	Rosa	D3	RX338A	21
•	Rosa	D3	PY254Z	32

Ingenieros X Departamentos

E#	Nombre	D#	DD	Descrip
320	José	D1	D1	Central
320	José	D1	D3	I+D
322	Rosa	D3	D1	Central
•	Rosa	D3	D3	I+D

Selección

- ▶ *σ predicado (R)*
 - *Es un operador unario*
 - *Define una relación con los mismos atributos que R y que contiene solo aquellas filas de R que satisfacen la condición especificada (predicado)*

Ingenieros

E#	Nombre	Edad
320	José	34
322	Rosa	37
323	María	25

$\sigma_{\text{edad} \geq 35}$ (Ingenieros)

E#	Nombre	Edad
322	Rosa	37

$\sigma_{\text{edad} \geq 45}$ (Ingenieros)

E#	Nombre	Edad

Proyección

- ▶ $\Pi col1, \dots, coln(R)$
 - Es un operador unario
 - Define una relación que contiene un subconjunto vertical de R con los valores de los atributos especificados, eliminando filas duplicadas en el resultado

Ingenieros

E#	Nombre	Edad
320	José	34
322	Rosa	37
•	María	25
•	José	29

$\pi_{Nombre, Edad}$ (Ingenieros)

Nombre	Edad
José	34
Rosa	37
María	25
José	29

π_{Nombre} (Ingenieros)

Nombre
José
Rosa
María

Intersección

► $R \cap S$

- Define una relación que contiene el conjunto de todas las filas que están tanto en la relación R como en S
- R y S deben ser unión-compatible
- Equivalencia con operadores básicos
 - $R \cap S = R - (R - S)$

Ingenieros

E#	Nombre	Edad
320	José	34
322	Rosa	37
323	María	25

Jefes

E#	Nombre	Edad
320	José	34
421	Jorge	48

Ingenieros \cap Jefes

E#	Nombre	Edad
320	José	34

División o cociente

► $R \div S$

- Define una relación sobre el conjunto de atributos C , incluido en la relación R , y que contiene el conjunto de valores de C , que en las tuplas de R están combinadas con cada una de las tuplas de S
- Condiciones
 - $\text{grado}(R) > \text{grado}(S)$
 - conjunto atributos de S $\dot{=}$ conjunto de atributos de R
- Equivalencia con operadores básicos
 - $X1 = \pi_C(R); \quad X2 = \pi_C((S \times X1) - R); \quad X = X1 - X2$

R1	<table><tr><th>E#</th><th>Proyecto</th></tr><tr><td>320</td><td>RX338A</td></tr><tr><td>320</td><td>PY254Z</td></tr><tr><td>•</td><td>RX338A</td></tr><tr><td>323</td><td>NC168T</td></tr><tr><td>•</td><td>PY254Z</td></tr><tr><td>•</td><td>PY254Z</td></tr><tr><td>324</td><td>NC168T</td></tr></table>	E#	Proyecto	320	RX338A	320	PY254Z	•	RX338A	323	NC168T	•	PY254Z	•	PY254Z	324	NC168T	R2	<table><tr><th>Proyecto</th></tr><tr><td>RX338A</td></tr><tr><td>PY254Z</td></tr></table>	Proyecto	RX338A	PY254Z	R1 ÷ R2	<table><tr><th>E#</th></tr><tr><td>320</td></tr><tr><td>323</td></tr></table>	E#	320	323
E#	Proyecto																										
320	RX338A																										
320	PY254Z																										
•	RX338A																										
323	NC168T																										
•	PY254Z																										
•	PY254Z																										
324	NC168T																										
Proyecto																											
RX338A																											
PY254Z																											
E#																											
320																											
323																											

Ejemplo división o cociente

Sean R y S , y $Q = R \div S$

$R(A, B)$	$S(B)$	$Q(A)$
a1 b1	b1	a2
a1 b2	b2	
a2 b1	b3	
a2 b2		
a2 b3		
a2 b4		
a3 b1		
a3 b3		

Join

► *Unión Natural (Natural Join)*

- $R \bowtie X S$ ó $R * S$
 - *El resultado es una relación con los atributos de ambas relaciones y se obtiene combinando las tuplas de ambas relaciones que tengan el mismo valor en los atributos comunes*
 - *Normalmente la operación de join se realiza entre los atributos comunes de dos tablas que corresponden a la clave primaria de una tabla y la clave foránea correspondiente de la otra tabla*
- *Método*
 - *Se realiza el producto cartesiano $R \times S$*
 - *Se seleccionan aquellas filas del producto cartesiano para las que los atributos comunes tengan el mismo valor*
 - *Se elimina del resultado una ocurrencia (columna) de cada uno de los atributos comunes*
- *Equivalencia con operadores básicos*
 - $R \bowtie X/F S = \pi_{F(R \bowtie C S)}$

Join

- *Outer Join*
- *Es una variante del Join en la que se intenta mantener toda la información de los operandos, incluso para aquellas filas que no participan en el Join*
- *Se “rellenan con nulos” las tuplas que no tienen correspondencia en el Join*
- *Tres variantes*
 - *Left*
 - *se tienen en cuenta todas las filas del primer operando*
 - *Right*
 - *se tienen en cuenta todas las filas del segundo operando*
 - *Full*
 - *se tienen en cuenta todas las filas de ambos operando*

Join

R1			R2	
E#	Nombre	D#	D#	Descrip
320	José	D1	D1	Central
322	Rosa	D3	D3	I+D
•	María	D3	D4	Ventas
•	José	D5		

R1 * R2

E#	Nombre	D#	Descrip
320	José	D1	Central
322	Rosa	D3	I+D
•	María	D3	I+D

R1 *_{LEFT} R2

E#	Nombre	D#	Descrip
320	José	D1	Central
322	Rosa	D3	I+D
•	María	D3	I+D
•	José	D5	null

R1 *_{RIGHT} R2

E#	Nombre	D#	Descrip
•	José	D1	Central
322	Rosa	D3	I+D
•	María	D3	I+D
null	null	D4	Ventas

R1 *_{FULL} R2

E#	Nombre	D#	Descrip
320	José	D1	Central
322	Rosa	D3	I+D
•	María	D3	I+D
•	José	D5	null
null	null	D4	Ventas

Asociación

► Asociación o Theta Join (q -Join)

◦ $R \bowtie F S$ ó $R * F S$

- Define una relación que contiene las tuplas que satisfacen el predicado F en el producto cartesiano de R y S
- El predicado F es de la forma $R.ai \ q \ S.bi$ donde q representa un operador de comparación ($<, \leq, >, \geq, =, \neq$)
- El predicado no tiene por que definirse sobre atributos comunes
- Equivalencia con operadores básicos
 - $R \bowtie F S = \sigma_F(R \times S)$
- **Equijoin**
 - Si el predicado F contiene únicamente el operador de igualdad

Ejemplos

Asignaturas

CodA	NombreA	Precio
1	Program.	15000
2	Dibujo	20000
3	Inglés	18000

Notas

Nmat	CodA	Conv	Nota
0338	1	Feb 02	8
0254	2	Feb 02	5
0168	2	Feb 02	3
0338	2	Feb 02	5
0338	3	Jun 02	7
0254	1	Jun 02	6
0168	1	Jun 02	9
0168	3	Jun 02	5

Alumnos

Nmat	Nombre	Apellidos	Domicilio	Telefono
0338	Ana	Pérez Gómez	C / Julio nº 96	1112233
0254	Rosa	López López	C/ Verano s/n	1113344
0168	Juan	García García	C/ Playa nº 1	1114455

Ejemplo 1

- ▶ *Obtener los apellidos y teléfono de los alumnos de nombre Rosa*
 - $\pi_{\text{apellidos, telefono}}(\sigma_{\text{nombre}='Rosa'}(\text{Alumnos}))$

Apellidos	Telefono
López López	1113344

- ▶ *Obtener las notas obtenidas en la asignatura de Inglés*
 - $\pi_{\text{nombre, apellidos, nota}}(\sigma_{\text{nombreA}='Ingles'}(\text{Alumnos} * \text{Notas} * \text{Asignaturas}))$

Nombre	Apellidos	Nota
Ana	Pérez Gómez	7
Juan	García García	5

Ejemplo

- ▶ *Obtener los alumnos que figuren matriculados en todas las asignaturas*
 - $\pi_{Nmat, codA} (Notas) \div \pi_{codA} (Asignaturas)$

<i>Nmat</i>
<i>0338</i>

- ▶ *Ó*
 - $\pi_{nombre, apellidos, (Alumnos * (\pi_{Nmat, codA} (Notas) \div \pi_{codA} (Asignaturas)))}$

<i>Nombre</i>	<i>Apellidos</i>
<i>Ana</i>	<i>Pérez Gómez</i>

Ejemplo

- ▶ *Obtener los alumnos que figuren matriculados en las asignaturas de Inglés y Dibujo*
 - $\pi Nmat (snombreA='Ingles' (Asignaturas) * Alumnos) \cap$
 - $\pi Nmat (snombreA='Dibujo' (Asignaturas) * Alumnos)$

<i>Nmat</i>
0338
0168

- ▶ *Obtener los alumnos que no han suspendido ninguna asignatura*
 - $\pi Nmat (\sigma nota \geq 5 (Notas)) - \pi Nmat (\sigma nota < 5 (Notas))$

<i>Nmat</i>
0338
0254

Ejemplo

Realizar ejemplos en clase

FIN