universidade de aveiro

degeit

COMPETÊNCIAS TRANSFERÍVEIS

Finanças Empresariais | 2021/22

Capítulo 1

1.4 Noções fundamentais de Cálculo Financeiro universidade de aveiro

Objetivos

- Saber trabalhar com diferentes regimes de juros
- Entender as diferenças entre taxas efetivas e nominais
- Diferenciar tipos de taxas de juro
- Perceber conceitos de atualização e capitalização
- Evidenciar a importância temporal do dinheiro
- Distinguir os vários tipos de modalidades de empréstimos
- Interligar conceitos relacionados com aplicações financeiras

Tempo

“1€ hoje vale mais que 1€ amanhã”

O valor temporal do dinheiro é um dos princípios fundamentais das finanças empresariais, pelas seguintes razões

- Preferências por consumo imediato;
- Incerteza;
- Possibilidade de aplicação do montante respetivo

Tempo

- **Qual é o montante que recebido daqui a um ano é equivalente a ter hoje 100 euros?**

- Se, no mercado, for possível **investir os 100 euros** num ativo sem risco com uma **taxa de juro de 5%:**
  - ⇨ Se eu investir os 100 euros hoje, daqui a um ano terei 105 euros : 100 x (1+0,05)
  - ⇨ Ou seja, **capital inicial** (100€) ✚ **juro** (5€)

Valor acumulado ou **valor capitalizado**

Operação financeira

Toda a ação que tem como objetivo alterar quantitativamente um capital, tendo como características base:

- Duração
- Taxa usada
- Contingência quanto à sua realização (certas ou aleatórias)

Juro e taxa de juro

O **juro** traduz a remuneração de um fator produtivo cedido ou aplicado temporariamente pelo titular do fator

O cálculo do juro é função de três variáveis:

- Do capital investido (C ou C_0 - capital inicial ou capital referido ao momento 0)
- Da taxa de juro (i)
- Do prazo (n)

$J = C \times n \times i$ (J – juro produzido no final do período *n)*

Juro
Remuneração de determinado capital durante determinado prazo, em <u>valor absoluto</u>.

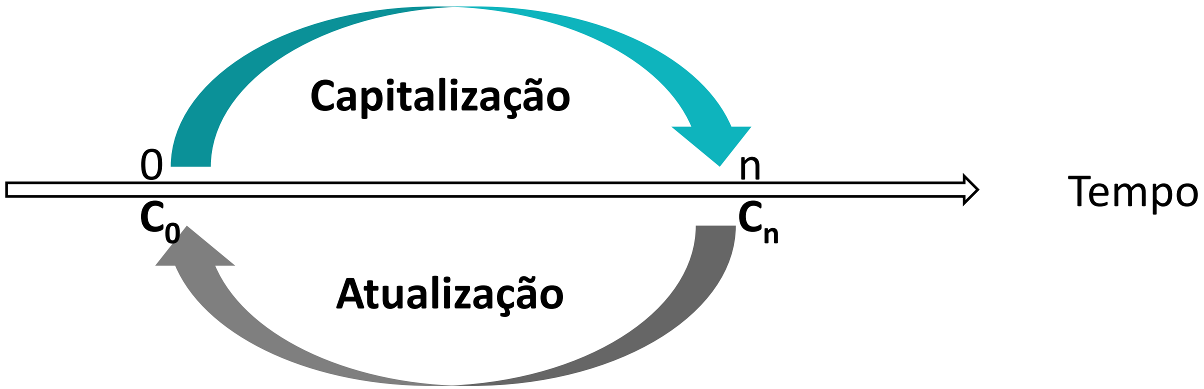
$\neq$

Taxa de juro
Montante, expresso em <u>percentagem</u>, que é pago para compensar o montante do empréstimo.

Capitalização e valores acumulados ; atualização e valores atuais

Comparar capitais em <u>diferentes momentos no tempo</u>, implica coloca-los num momento do tempo equivalente:

$$C_n = C_0(1+i)^n$$



$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = C_n(1+i)^{-n}$$

*"Andar para a frente no tempo", colocando todos os capitais num mesmo **momento futuro***

*"Andar para trás no tempo", colocando todos os capitais no **momento presente***

$C_n = V_n$	Capital acumulado corresponde ao **valor acumulado ou capitalizado**
$C_0 = V_0$	Capital inicial designa-se por **valor atual ou atualizado**

1. Suponha que alguém está disposto a oferecer-lhe 100€, e lhe dá a escolher entre receber agora ou receber a mesma importância daqui a 10 anos. Que hipótese escolher?

R: Será preferível receber agora, e fazer uma aplicação financeira desses 100€ que poderá aumentar esse valor.

2. E se lhe for proposto receber agora os 100€ ou 200€ no fim de 10 anos. Que hipótese escolher?

Para responder à questão basta ter UMA das seguintes informações:

OU o Valor Futuro dos 100€, OU o Valor Presente dos 200€.

$$\mathbf{C_n = C_0(1 + i)^n}$$

Suponha que a taxa de juro de mercado a 10 anos é de 5%; então:

- Valor Futuro dos 100€: $C_n = 100\,(1+0{,}05)^{10} \approx 163$€

- Valor Presente dos 200€: $200 = C_0\,(1+0{,}05)^{10} \iff C_0 \approx 123$€

R: Será preferível esperar 10 anos e receber os 200€ no futuro.

3. Suponha que no seu atual emprego, o seu vencimento anual ronda os 14.000€ e não está previsto que nos próximos 3 anos sofra alterações. Você tem uma nova proposta de trabalho em que o vencimento inicial seria de 13.000€, esperando-se um aumento anual de 10% nos próximos 3 anos.

Se a decisão de manter-se no atual emprego ou mudar-se para o novo dependesse apenas da questão salarial, qual deveria ser a sua escolha?

Resposta:

1ª Opção) usar operações de capitalização :

Valor Futuro Vencimentos no atual emprego: $C_n = 14.000(1+0,02)^3 + 14.000(1+0,02)^2 + 14.000(1+0,02)^1 \approx 44.279€$

Valor Futuro Vencimentos no novo emprego: $C_n = 13.000(1+0,02)^3 + 14.300(1+0,02)^2 + 15.730(1+0,02)^1 \approx 44.718€$

2ª Opção) usar operações de atualização:

Valor Presente Vencimentos no atual emprego: $C_0 = 14.000(1+0,02)^{-1} + 14.000(1+0,02)^{-2} + 14.000(1+0,02)^{-3} \approx 40.105€$

Valor Presente Vencimentos no novo emprego: $C_0 = 13.000(1+0,02)^{-1} + 14.300(1+0,02)^{-2} + 15.730(1+0,02)^{-3} \approx 41.313€$

R: À luz de qualquer uma das duas opções de resolução, será preferível o emprego novo.

Regime de juro simples

Os juros saem do circuito de capitalização no momento do seu vencimento. O capital aplicado permanece constante durante todo o prazo da aplicação; mais utilizado em operações de curto prazo.

- **Fórmula geral do cálculo de juros, em regime de juro simples:**
  - Anual: $J = C_0.n.i$
  - Se o período de capitalização é fornecido em dias (ano civil): $J = (C_0.n.i) / 365$
  - No caso da contagem de dias ser feita em ano comercial: $J = (C_0.n.i) / 360$
  - Se n for fornecido em meses: $J = (C_0.n.i) / 12$
- Para calcular o juro dum período específico x temos: $j_x = C_0.i$
- Fórmula de capitalização para n períodos (anuais): $C_n = C_0 + J = C_0 + C_0.n.i = C_0 (1 + n.i)$

Neste caso, não há *juros de juros*!

⇨ o capital sobre o qual se calculam os juros mantém-se constante, bem como o juro pago no final de cada período

Regime de juro composto

Os juros, no momento do seu vencimento, são integrados no circuito de capitalização. O capital aplicado vai aumentando no início de cada período, pela adição dos juros vencidos; mais utilizado em operações de médio e longo prazo.

Fórmula geral: $J = C_0.[(1+i)^n - 1]$; $j_x = C_0\ (1+i)^{x-1}.i$

$C_n = C_{n-1} + J_n = C_{n-1}\ (1 + i)$; i constante

Com taxa de juro constante ao longo de n períodos temos um crescimento exponencial:

$$C_1 = C_0 + J_1 = C_0 + C_0.i = C_0\ (1+i)$$

$$C_2 = C_1\ (1+i) = C_0\ (1+i)(1+i) = C_0\ (1+i)^2 \qquad (:::::)$$

$$C_n = C_{n-1}\ (1+i) = C_0\ (1+i)(1+i)\ldots(1+i) = C_0\ (1+i)^n \Rightarrow \text{(Fórmula Geral)}$$

"***Juros vencem juros***"

- ⇨ Incorporação dos juros produzidos ao longo dos períodos de aplicação no capital aplicado inicialmente
- ⇨ O valor do capital aplicado aumenta e o juro de cada período será superior ao juro do período anterior

Conforme esquema slide 6

Generalizando, em regime de juro composto, e considerando que a taxa de juro *i* não varia:

Capitalização: $C_n = C_0(1+i)^n$

Atualização: $C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = C_n(1+i)^{-n}$

Fatores de atualização:

Um período: $(1+i)^{-1}$

n períodos: $(1+i)^{-n}$

Fatores de atualização:

Um período: $(1+i)^{1}$

n períodos: $(1+i)^{n}$

Regime de juros

Exemplos

Capital (C)	**1,000.00 €**
Anos (n)	**3**
Taxa de juro (i)	**2%**

	Juros simples	Juros compostos	
	$C_n = C_0(1+n\times i)$	$C_n = C_0(1+i)^n$	$C_0 = C_n(1+i)^{-n}$
	1,060.00	1,061.21	
Capital	1,000.00		
Juro Ano 1	20.00	1,020.00	
Juro Ano 2	20.00	1,040.40	
Juro Ano 3	20.00	**1,061.21**	1,000.00
	1,060.00		
	Capitalização		Atualização

Valor atual

Se eu ganho 100 em t, 200 em t+1 e 150 em t+2, quanto vale isso hoje?

$V_0 = C_0 = 100 + 200 + 150?$

Não! Se quisermos fazer operações envolvendo quantias recebidas e/ou pagas em diferentes momentos do tempo temos de exprimir todos esses montantes em unidades de dinheiro que sejam realmente equivalentes.

⇒ Ou seja, temos de calcular o valor de todas as quantias no mesmo momento do tempo:

Para t = 0 ⇒ $V_0 = C_0 = 100 + 200/(1+i) + 150/(1+i)^2$
No momento t+2 (com t = 0) teremos (capitalização) ⇒ $V_{n=2} = 100\ (1+i)^2 + 200\ (1+i) + 150$

- A **taxa de juro** para um certo período de tempo é o preço de utilizar uma unidade monetária durante esse período de tempo.
- Se para uma dada taxa de juro, o montante que os agentes estão dispostos a emprestar é inferior ao montante que os outros agentes desejam pedir emprestado (Oferta < Procura), haverá tendência para o preço subir (taxa de juro aumenta).

Taxa de juro

Relação entre diferentes períodos e tipologias

- **Importância da variável taxa de juro**
  - representa o valor de mercado do dinheiro
  - valor ao qual os credores estão dispostos a emprestar dinheiro ou os devedores estão dispostos a pedir emprestado dinheiro

- Por vezes o período de determinação dos juros não coincide com o período da taxa. Normalmente, <u>o sistema financeiro indica taxa anual</u>, mas o período de contabilização dos juros é diferente de um ano: semestral, quadrimestral, trimestral, mensal, diário.

- **Conceitos a abordar:**
  1. Taxas proporcionais
  2. Taxas equivalentes
  3. Taxas efetivas e taxas nominais
  4. Taxas correntes e reais *(quando a taxa de inflação está a ser considerada ou não, respetivamente)*
  5. Taxas ilíquidas e líquidas *(quando estão incluídos ou excluídos os impostos sobre o juro)*
  6. Outros conceitos de taxas

Taxa de juro

1. Taxas proporcionais

- Em regime de juro simples, quando se relacionam taxas apenas se pode falar em taxas proporcionais.

- Duas taxas dizem-se **proporcionais** (efetivas) quando, sendo de períodos diferentes, existe entre elas a mesma relação de valor que existe entre os seus períodos:

$$i_k = \frac{i_m^k}{m} \Leftrightarrow i_m^k = i_k \times m$$

m = nº de períodos no ano (periodicidade da taxa)

k = A, S, T, Q, M,.. (A = anual; S = Semestral; T = trimestral; Q = quadrimestral; M = mensal) indica o período k da taxa

○ **Exemplo**: Considere uma taxa anual e uma taxa trimestral

- Relação entre períodos: 4 para 1
- Taxa anual = i_m^k = 8% $\Rightarrow$ taxa trimestral = i_k = $\frac{i_m^k}{m}$ = $\frac{8\%}{4} = 2\%$

Regra da proporcionalidade

- Usadas em regime de juro composto

- Não é possível aplicar diretamente as taxas proporcionais em regime de juro composto, dado que estas não consideram o processo de capitalização de *juros de juros*

- Duas taxas dizem-se **equivalentes** quando, sendo relativas a períodos diferentes, aplicadas durante o mesmo prazo e ao mesmo capital, produzem um valor acumulado (ou atualizado) igual, em regime de juro composto:

$$i_L = (1 + i_k)^m - 1 \Leftrightarrow i_k \ (1 + i_L)^{1/m} - 1$$

i_k a taxa efetiva de período menor
i_L a taxa efetiva de período maior
m a variável que traduz a relação entre as taxas (m = nº meses período maior / nº meses período menor; se em meses); L = A, S, T, Q, M,…

- **Exemplo:**
  - i_S = 10% semestral (S); i anual = ?
  - $i_A = (1 + 0{,}1)^{12/6}$ -1 = 0.21 => 21%

Regra da equivalência

Taxa de juro

3. Taxas efetivas e taxas nominais

Na prática comercial é frequente usar taxas anuais proporcionais para períodos de juros <1 ano, distinguindo-se pelo facto da taxa refletir ou não a existência de juros de juros

- **Efetiva:** considera o efeito de capitalizações sucessivas. Apenas se faz referência a 1 período (taxa anual, taxa semestral,…). O período de formação e incorporação dos juros ao capital coincide com aquele a que a taxa está referida: “25% ao semestre com capitalização semestral”. **Usualmente esta é a taxa aplicável.**

- **Nominal:** o período de formação e incorporação dos juros ao capital não coincide com aquele a que a taxa está referida: “34% ao ano com capitalização mensal”. Há sempre 2 períodos indicados: o da taxa e o de cálculo dos juros; taxa anual convertível semestralmente: ano = período da taxa; semestre = período de cálculo dos juros. Ou seja, taxa proporcional anual da taxa semestral.

- **Formulação**: Para qualquer taxa efetiva, pode apresentar-se a seguinte expressão:

$$i_L = \left(1 + \frac{i_m^k}{m}\right)^m - 1$$ e, invertendo a equação: $$i_m^k = \left[(1 + i_L)^{1/m} - 1\right] \times m$$ ➡ i_L - taxa efetiva, i_m^k - taxa nominal

$\frac{i_m^k}{m}$ - taxa nominal do período k [anual (A), semestral (S), …] com capitalização m (semestral=2, se k=ano; trimestral=4 se k=ano)

- ***Exemplo****: para converter na efetiva mensal = Nominal anual / 12 = (34%/12)*

Exemplo 1:

Um investidor efetuou um **depósito a prazo** de um ano com juros trimestrais.

A taxa indicada pelo banco é de 4% ao ano com cálculo de juros trimestrais.

Ou seja, **taxa de juro nominal** $\Rightarrow$ taxa nominal anual convertível trimestralmente.

Apesar da taxa de juro indicada ser a anual, os juros são calculados por trimestre, com base na taxa trimestral proporcional à taxa nominal anual de 4%. O rendimento será efetivamente de 1% ao trimestre

- A taxa efetiva trimestral será: $i_T = 4\% / 4 = 1\%$
- De acordo com a fórmula de equivalência de taxas:
- Taxa anual efetiva será: $i_A = (1+0{,}01)^4 - 1 = 0{,}040604 \Rightarrow 4{,}0604\%$

(A – Anual; T – Trimestral)

Exemplo 2:

Se uma conta poupança paga uma taxa de juro anual de 10%, um depósito de 100€ transformar-se-á num valor de 110€ ao fim de 1 ano.

Contudo, se a capitalização do juro for semestral em vez de anual, a conta de poupança proporcionará uma taxa de juro de 5% em cada semestre.

Utilizando a relação de proporcionalidade do tempo (1 ano=2 semestres), conseguimos transformar taxas nominais em taxas efetivas, ou seja,

Taxa de juro nominal anual = 10% → Taxa de juro efetiva semestral = 10%/2 = 5%

Portanto, o montante que irá existir na conta poupanças com capitalização semestral ao fim de um ano será:

$100\ (1 + 0.05)^2 = 110{,}25€$

Concluindo, o depósito inicial crescerá, efetivamente a uma taxa de juro anual de 10.25% em vez de 10%, efeito da capitalização semestral, que pode ser obtida assim: $i_A = (1+0{,}05)^2 - 1 = 0{,}1025$

pela relação de equivalência.

Taxa de juro

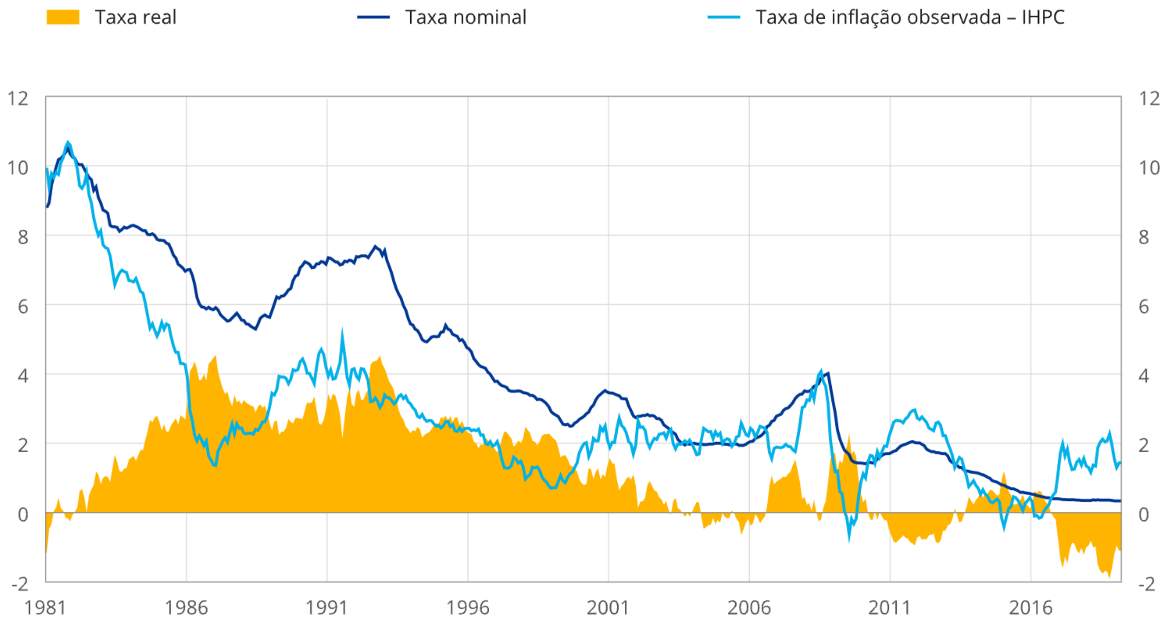
4. Taxas correntes e taxas reais

Taxas correntes /reais: distinção tem a ver com o facto de a taxa refletir ou não o efeito da inflação

A **fórmula de cálculo** é: Taxa de juro real = taxa de juro nominal - inflação

A título de curiosidade

Evolução das taxas de juro nominais e reais na área do euro:



In https://www.ecb.europa.eu/explainers/tell-me/html/nominal_and_real_interest_rates.pt.html

A título de exemplo, em inícios da década de 1980, embora a taxa de juro nominal média fosse elevada na área do euro, a inflação também era elevada. Consequentemente, a taxa de juro real média era baixa.

O gráfico mostra a evolução das taxas de juro nominais e reais médias dos depósitos bancários de curto prazo nos países da área do euro e a taxa de inflação desde 1981.

Taxas ilíquidas/líquidas – a distinção tem a ver com o facto de a taxa refletir ou não a existência de impostos sobre juros (efeito da fiscalidade)

- **Taxa ilíquida** ou bruta é a taxa que não leva em consideração o efeito fiscal
- **Taxa líquida:** contempla o efeito fiscal, ou seja, o valor que efetivamente recebemos numa aplicação financeira: $i_{liq} = (1-t_{imp}).i_{iliq}$

Spread:

Relacionado com o conceito de taxas ouvimos frequentemente a expressão *spread*, que é a diferença entre a taxa ativa (ex. empréstimos concedidos) e a taxa passiva (ex. depósitos).

Por regra superior a zero, uma vez que normalmente as instituições financeiras (IF) remuneram os depósitos a taxas inferiores àquelas que obtêm quando concedem empréstimos, obtendo uma margem de lucro pelo diferencial das taxas

O termo *spread* também pode ser usado como o acréscimo que as IF aplicam a uma determinada taxa de referência para obter a taxa de juro que será utilizada numa determinada operação bancária (ex. crédito à habitação de taxa indexada).

Euribor:

A designação *Euribor* é o acrónimo de *Euro Interbank Offered Rate*, que traduz uma média das taxas de juros às quais os principais bancos que operam na Zona Euro trocam euros entre s.

Fontes de financiamento

- De forma a financiar investimentos, as empresas podem recorrer a uma fonte de capital alheio, como é o caso dos **empréstimos bancários** *(outras formas de financiamento alheio, como obrigações, não serão abordadas por simplificação nesta UC).*

- A liquidação desses empréstimos pressupõe o pagamento de **prestações**. Estas dividem-se em:
  - amortização do capital (m),correspondente ao reembolso do capital pedido
  - pagamento de juros (j), no decorrer da duração do empréstimo

- Em empréstimos apenas falamos de regime de juros compostos (RJC)

A combinação de diferentes alternativas de:

- **Pagamento de juros**: único no final, único no início, ao longo do empréstimo,
- **Reembolso do capital:** único no final, em prestações (diversos pagamentos escalonados ao longo do prazo = reembolso a prestações)

Ficamos com 6 modalidades possíveis de liquidação de empréstimos:

- Modalidade 1 – Reembolso do capital e juros pagos de uma só vez no final do empréstimo
- Modalidade 2 – Reembolso do capital de uma só vez e juros pagos no início do empréstimo
- Modalidade 3 – Reembolso do capital de uma só vez e juros pagos ao longo do prazo do empréstimo
- Modalidade 4 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos no início do empréstimo
- Modalidade 5 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos no final do empréstimo

Foco nesta UC: Modalidade 6 / opção 2

Modalidade 6 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos ao longo do prazo do empréstimo. É a mais utilizada em empréstimos e podemos ter:

(1) O valor do reembolso do capital é constante em cada período;

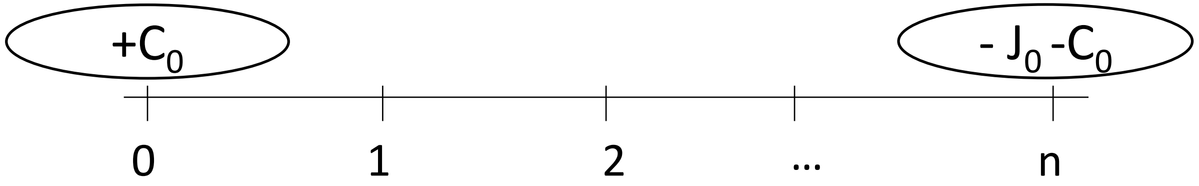
(2) O valor da prestação total (reembolso do capital + juros) é constante em cada período => Sistema francês de quotas constantes, mais usual em Portugal e que será o nosso foco nesta UC

Nota: O empréstimo também pode considerar períodos de carência, com impacto no cálculo na amortização do empréstimo (não abordado nesta UC).

Não aprofundado na UC

Modalidade 1 – Reembolso do capital e juros pagos de uma só vez no final do empréstimo

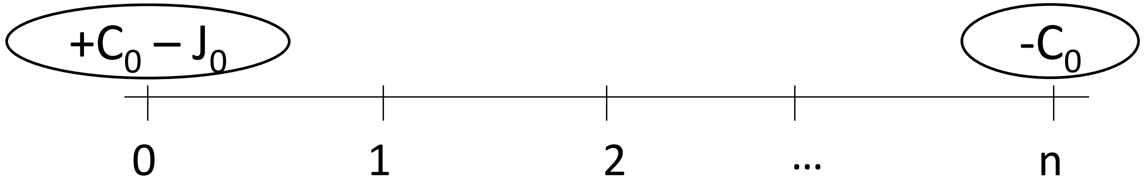
Expressão geral para o cálculo dos juros a pagar no final do período: $J_n = C_n – C_0$



Não aprofundado na UC

Modalidade 2 – Reembolso do capital de uma só vez e juros pagos no início do empréstimo

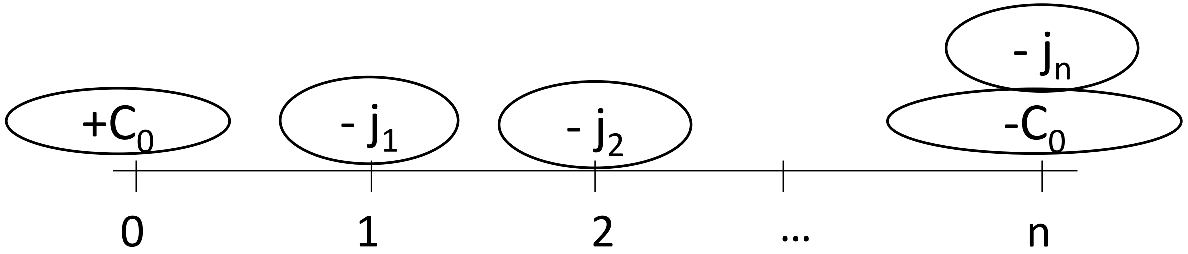
Expressão geral para o cálculo dos juros a pagar no início do período: $J_0 = C_0 – C_0 / (1+i)^n$



Não aprofundado na UC

Modalidade 3 – Reembolso do capital de uma só vez e juros pagos ao longo do prazo do empréstimo

Expressão geral para o cálculo dos juros a pagar: $j = C_0 .i$



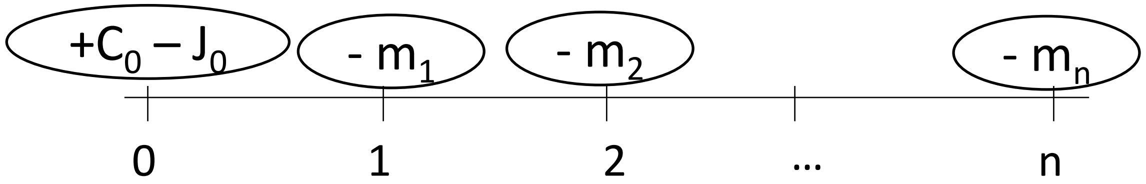
Fontes de financiamento

Modalidades de amortização de empréstimos

Não aprofundado na UC

Modalidade 4 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos no início do empréstimo

Expressão geral para o cálculo dos juros a pagar no início do período: $J_0 = C_0 \, [(n - a_{n|i})/ \, n]$

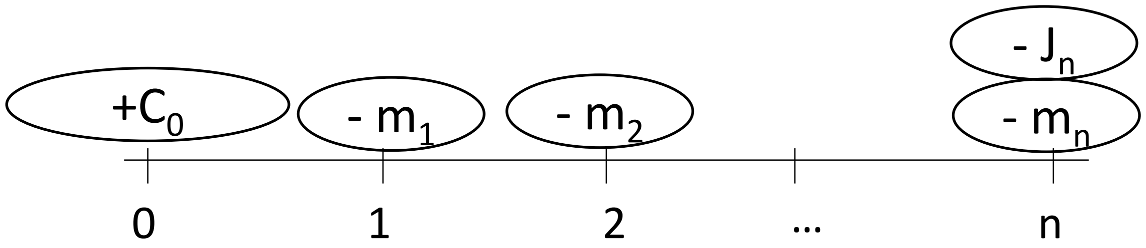


$a_{n|i}$ corresponde ao fator de atualização das anuidades disponível nas tabelas financeiras que considera o número de anuidades (n) e a taxa de juro (i)

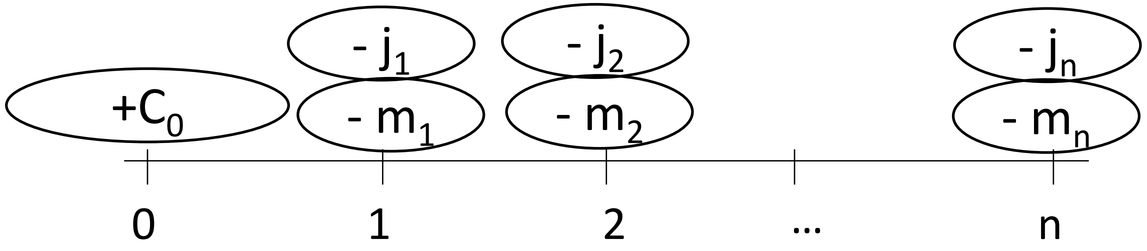
Não aprofundado na UC

Modalidade 5 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos no final do empréstimo

Expressão geral para o cálculo dos juros a pagar: $J_n = C_0 \, [(n - a_{n|i})/ \, (n.(1+i)^{-n})]$



Modalidade 6 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos ao longo do prazo do empréstimo



Não aprofundado na UC

1) Reembolsos de Capital Constantes

- Os juros são pagos ao longo do prazo do empréstimo
- O reembolso do capital é efetuado ao longo do prazo do empréstimo, sendo o valor das amortizações efetuadas em cada período constante: $m_1 = m_2 = … = m_n$

Quadro de Amortização de Empréstimos (Reembolsos de Capital Constantes)

Período (t)	Capital em Dívida no início (C_{t-1})	Juro a pagar no fim do período (j_t)	Prestação (pt)	Amortização no final do período (m_t)	Amortizações Acumuladas (M_t)	Capital em dívida no final (C_t)
1	C_0	j_1	p_1	m	m	C_1
2	C_1	j_2	p_2	m	2m	C_2
3	C_2	j_3	p_3	m	3m	C_3
…	…	…	…	…	…	…
n	C_{n-1} = m	j_n	p_n	m	n.m	C_n

Valor prestação (p_t): $p_t = m_t + j_t$

Valor juro (j_t): $j_t = [C_0-(t-1).m].i$ ou $j_t = C_{t-1} \times i$

Valor em dívida em cada período (C_t): $C_t = (n-t).m$

Valor do capital já reembolsado: $M_t = t.m$

A prestação varia, o juro varia, mas m está constante

Modalidade 6 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos ao longo do prazo do empréstimo

2) Prestações (Capital e juros) constantes *(mais frequente nos empréstimos à habitação)*

Neste caso consideramos que:

- Os juros são pagos ao longo do prazo do empréstimo
- O reembolso do capital é efetuado ao longo do prazo do empréstimo
- O valor da prestação total é constante em cada período

Quadro de Amortização de Empréstimos (Prestações Constantes (Capital + Juros))

Período (t)	Capital em Dívida no início (C_{t-1})	Juro a pagar no fim do período (j_t)	Prestação (pt)	Amortização no final do período (m_t)	Amortizações Acumuladas (M_t)	Capital em dívida no final (C_t)
1	C_0	j_1	p	m_1	M_1	C_1
2	C_1	j_2	p	m_2	M_2	C_2
3	C_2	j_3	p	m_3	M_3	C_3
…	…	…	…	…	…	…
n	$C_{n-1} = m_n$	j_n	p	m_n	M_n	C_n

Notas:

- j é muito elevado no início e diminui depois, porque C_0 é mais elevado que C_t
- m é baixo no início e vai aumentando para compensar

Modalidade 6 – Reembolso do capital ao longo do prazo do empréstimo e juros pagos ao longo do prazo do empréstimo

2) Prestações (Capital e juros) constantes *(cont)*

a) Cada uma das prestações **p** abrange uma parte (**m_t**) destinada ao reembolso do capital e outra ao pagamento dos juros do período (j_t) : $p = m_t + j_t$

b) Os valores de reembolso de capital de períodos sucessivos variam segundo uma progressão geométrica de razão (1+i); então: $m_t = m_{t-1} (1+i)$, o que permite calcular o valor de um qualquer reembolso no período t a partir de outro reembolso. Como: $m_2 = m_1 (1+i)$; $m_3 = m_2 (1+i) = m_1 (1+i)^2$; etc; ou seja: $m_t = m_1 (1+i)^{t-1}$

c) Isto também permite calcular o valor inicial do empréstimo a partir do valor do 1º reembolso, fazendo:

$C = m_1 [1 + (1+i) + (1+i)^2 + … + (1+i)^{n-1}]$, ou seja, $C = m_1.s_{n|i}$

d) Se pretendermos determinar o valor do primeiro reembolso podemos utilizar a expressão:

$m_1 = C (1 / s_{n|i}) = C/[((1+i)^{n-1})/i]$

e) O valor em dívida em cada período é função das prestações vincendas, ou seja, prestações que ainda não venceram. Se considerarmos que está previsto o pagamento de um empréstimo através de n prestações constantes, pode-se determinar o valor em dívida num determinado momento t através da expressão: $C_t = p .a_{n-t|i} = p.[(1-(1+i)^{-(n-t)})/i]$

Exemplo:

Considere o seguinte quadro de amortização, relativo a um empréstimo contraído a uma taxa efetiva trimestral de 2,713192921%.

Preencha os espaços em branco no quadro de amortização, apresentando os respetivos cálculos de base.

Período (em anos) t	Capital em dívida no início do período C_{t-1}	Juro do período j_t	Amortização do capital do período m_t	Prestação do período $p_t = m_t+j_t$	Capital em dívida no final do período $C_t = C_{t-1}-m_t$
1	**25,275.00**	2,856.08	**5,055.00**	7,911.08	20,220.00
2	20,220.00	2,284.86	5,055.00	7,339.86	15,165.00
3	15,165.00	1,713.65	5,055.00	6,768.65	10,110.00
4	10,110.00	1,142.43	5,055.00	6,197.43	5,055.00
5	5,055.00	**571.22**	**5,055.00**	5,626.22	0.00

Cálculos auxiliares:

$i_A = (1+i_T)^4 - 1 = (1{,}02713192921)^4 -1 = 11{,}30\%$ (Nota: se nada for dito em contrário utilizar a taxa percentual dada)

j1 = 25.275€ x 11.30% = 2.856,08€

(...)